

超长波的尺度分析

李麦村

(中国科学院大气物理研究所)

摘 要

对大气运动的纬向超长波(纬向波长 $L_x \sim 10^4$ 公里;经向波长 $L_y \sim 10^3$ 公里)和经向超长波 ($L_x \sim 10^4$ 公里 $L_y \sim 10^4$ 公里)进行了尺度分析,得到适合这两类超长波运动的近似方程,若 $L_x \sim L_y \sim 10^4$ 公里,则上述方程变成 Burger 方程。在线性情况下讨论了水平和垂直尺度的不均匀性对超长波移速的控制作用,并且对能量转换方程进行了尺度分析,得出了各类超长波内在统一的三度空间的结构图象。

一、引 言

最近几年我们对长江流域春季连续低温阴雨天气进行了研究¹⁾。通过对天气分析、波谱分析等资料的研究,发现这种持续性天气是超长波活动的结果。然而,从环流形势分析来看,在连阴雨维持时期和它的形成时期环流形势又有所不同,前者是纬向环流盛行,波的纬向尺度比其经向尺度要大得多,而后者则相反是经向环流,即经向尺度比纬向尺度要大得多。为了预报这种天气,需要建立理论模型,经过分析得到了一些理论结果,并将 Deland^[8] Dickinson^[9] 及大井正道等人结果系统化,本文仅给出尺度分析结果。

二、无因次运动方程

我们这里只研究瞬变超长波。无外源(热源、地形)无粘性的绝热运动方程为式中令

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} = f_v - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} = -f_u - \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial p} + u \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial p} + v \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial p} + S\omega = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

式中 $S = \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$

1976年5月7日收到

1) “长江中下游连续低温阴雨天气的预报方法”科学出版社,1977年。

令

$$\phi = \phi_0(P) + \phi'(x, y, P, t) \quad (5)$$

$\phi_0(P)$ 是标准大气的位势高度, ϕ' 是位势起伏部分. 其他符号是一般动力学中常用的. 取特征尺度如下:

$$L_1 x' = x, \quad L_2 y' = y, \quad u_0 u' = u, \quad v_0 v' = v, \quad (6)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{u_0}{L_1}, \quad T t' = t, \quad f_0 f' = f, \quad (7)$$

$$\omega_0 \omega' = \omega, \quad S_0 S' = S, \quad P_0 P' = P \quad (8)$$

因为在超长波中准地转关系总是满足的, 所以由(1)、(2)、(6)、(7)、(8)式得

$$\phi'_y \sim f_0 L_2 u_0, \quad \phi'_x \sim f_0 L_1 v_0 \quad (9)$$

将(6)(7)(8)和(9)式代入(3)式而得

$$\frac{f_0 u_0 v_0}{S_0 P_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial P} + u \frac{\partial^2}{\partial x \partial P} + v \frac{\partial^2}{\partial y \partial P} \right) \phi' + \omega_0 S_0 \omega S = 0 \quad (10)$$

由(10)式得

$$\omega_0 \sim f_0 P_0 R_i^{-1} \quad (11)$$

此处

$$R_i = P_0^2 S_0 / u_0 v_0 \quad (12)$$

是 Richardson 数, 散度 D_0 的特征表达式为:

$$D_0 \sim \frac{\omega_0}{P_0} \sim f_0 R_i^{-1} \quad (13)$$

显然涡度 ζ_0 和散度 D_0 与行星涡度 f_0 比分别为:

$$\frac{D_0}{f_0} \sim R_i^{-1} \quad (14)$$

$$\frac{S_0}{f_0} \sim R_e \quad (15)$$

而散度与涡度之比为:

$$\frac{D_0}{\zeta_0} \sim R_i^{-1} R_e^{-1} \quad (16)$$

此处

$$R_e = \frac{1}{f_0} \left(\frac{v_0}{L_1} - \frac{u_0}{L_2} \right) \quad (17)$$

是 Rossby 数的变形, 由(13)、(14)式和(15)、(16)式可以看到 R_i^{-1} 可以作为行星涡度 (f_0) 与流场散度之比的衡量, R_e 则可以看作行星涡度 (f_0) 与流场涡度之比的衡量, 而 $R_i^{-1} R_e$ 则可视作流场散度与流场涡度之比的衡量.

将(1)式和(2)式分别进行涡度和散度运算, 代入特征量(6)、(7)、(8)式, 略去无因次量撇号, 省去中间运算, 得到如下方程:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + \frac{L_1 v_0}{L_2 u_0} v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + \text{Cot} \phi \frac{v_0}{f_0 a} R_i^{-1} R_e^{-1} v + R_e^{-1} \varepsilon f D \\ & + \varepsilon \left(\omega \frac{\partial \zeta}{\partial P} \right) + R_i^{-1} R_e^{-1} \frac{L_1}{L_2} \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial P} + \frac{v_0}{u_0} R_e^{-1} R_i^{-1} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial P} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
RR_i^{-1}R_e\left(\frac{\partial D}{\partial t} + u\frac{\partial D}{\partial x} + \frac{v_0 L_1}{u_0 L_2}v\frac{\partial D}{\partial y}\right) &= \cot\varphi R_e^{-1}\frac{u_0}{f_0 a}u - f_0^r + R_e^{-1}\frac{v_0}{f L_1}\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\
&+ R_e^{-1}\frac{u_0}{f L_2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + 2RR_e^{-1}\frac{v_0}{f_0 L_2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + R_i^{-1}R_e^{-1}\left(D^2 + \omega\frac{\partial D}{\partial P}\right) \\
&+ R_i^{-1}R_e^{-1}R\frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial P} + R_i^{-1}R_e^{-1}\frac{v_0}{f L_2}\frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial P}
\end{aligned} \quad (19)$$

由(10)式和(11)式得到

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial P} + u\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x \partial P} + v\frac{\partial^2 \phi'}{\partial y \partial P} + S\omega = 0 \quad (20)$$

上面式中

$$\varepsilon = R_i^{-1}R^{-1} \quad (21)$$

φ 是地理纬度, 是 a 地球半径, 方程中除特征量之外, 所有量都是无因次, 其量级为 10° , 在中纬取

$$\cot\varphi \sim 10^\circ$$

同时 S_0 取标准大气的值, P_0 取 1000 毫巴, 故有

$$C_0^2 = P_0^2 S_0 \sim 10^4 \text{ 米/秒}^2$$

C_0 是内重力波的特征速度而 Rossby 数为

$$R = \frac{u_0}{f_0 L_1}$$

三、纬向超长波

所谓纬向超长波, 就是扰动的东西方向尺度为 10^7 米, 而南北方向尺度为 10^6 米, 这种超长波在中高纬度纬向环流时期经常发生。对这类超长波, 我们取如下特征尺度:

$$L_1 \sim 10^7 \text{ 米} \quad L_2 \sim 10^6 \text{ 米} \quad u_0 \sim 10^1 \text{ 米} \quad v_0 \sim 10^0 \text{ 米/秒} \quad (22)$$

则

$$\zeta_0 \sim \frac{u_0}{L_2} - \frac{v_0}{L_1} \sim \frac{u_0}{L_2} \quad (23)$$

于是由(12)、(14)、(15)式得

$$R \sim 10^{-2} \quad R_i \sim 10^3 \quad R_e = \frac{\zeta_0}{f_0} \sim \frac{u_0}{f_0 L_2} \sim 10^{-1} \quad (24)$$

$$\varepsilon = R^{-1}R_i^{-1} \sim 10^{-1} \quad (25)$$

则由(18)式和(19)式得到零级近似的涡度和散度方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\zeta = -fD - Bv \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = f\zeta = f\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (27)$$

式中 $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ 在涡度方程中保留 B 项, 而散度方程中 B 项比 $f\zeta$ 项小了一个量级, 由(20)、

(26)和(27)式很容易得到位势涡度方程为

$$\frac{\partial q}{\partial t} + J(\phi/f, q) + B\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (28)$$

式中

$$q = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + f^2 \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial \phi}{\partial P} \right) \quad (29)$$

方程(29)是描写纬向超长波的基本公式,与 Dickinson 的结果一致。方程(26)左端项说明,当水平尺度不均一时,涡度方程对这类超长波仍具有预报意义。若取特征量为:

$$L_1 \sim L_2 \sim 10^7 \text{ 米}, \quad u_0 \sim v_0 \sim 10^1 \text{ 米/秒} \quad (30)$$

则

$$R_i \sim 10^2, \quad R = R_e \sim 10^{-2}, \quad \varepsilon \sim 10^0 \quad (31)$$

由(18)式得

$$fD \sim Bv \quad (32)$$

这是 Burger 的结果。

四、经向超长波

所谓经向超长波是指环流经向发展时期,扰动南北方向尺度比东西方向尺度要大得多的一种大槽大脊。取特征量为

$$L_1 \sim 10^6 \text{ 米} \quad L_2 \sim 10^7 \text{ 米} \quad v_0 \sim 10^1 \text{ 米/秒} \quad u_0 \sim 10^0 \text{ 米/秒} \quad (33)$$

$$\zeta_0 \sim \frac{v_0}{L_1} - \frac{u_0}{L_2} \sim \frac{v_0}{L}, \quad R_e = \frac{\zeta_0}{f_0} \sim \frac{v_0}{fL_1} \sim 10^{-1} \quad (34)$$

$$R \sim 10^{-1}, \quad \varepsilon \sim 10^{-1}, \quad R_i \sim 10^2 \quad (35)$$

则由(18)式和(19)式得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta + fD + Bv = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = f\zeta \sim f \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (37)$$

涡度方程(36)与纬向超长波形式上一致,但散度方程则不同了。若取

$$L_1 \sim L_2 \sim 10^6 \text{ 米} \quad u_0 \sim v_0 \sim 10^1 \text{ 米/秒} \quad (38)$$

则

$$R_i \sim 10^2, \quad R \sim R_e \sim 10^{-1}, \quad \varepsilon \sim 10^{-1} \quad (39)$$

则由(18)、(19)式得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta = -fD - Bv \quad (40)$$

$$\Delta \phi = f \Delta \psi \quad (41)$$

这是 Charney 的结果,它是描写长波活动的模式。在形式上(26)、(36)和(40)式是一样的,实际上由于散度方程不一致,所以在长波情况下涡度为

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (42)$$

$$\text{而纬向超长波情况下: } \zeta = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\text{经向超长波情况下: } \zeta = \frac{\partial v}{\partial x}$$

故三者位势涡度方程便不一样了。

由(26)、(36)和(37)式得到经向超长波的位势涡度方程

$$\frac{\partial q}{\partial t} + J(\phi/f, q) + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

$$q = \frac{\partial v}{\partial x} + f' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + f' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (44)$$

而由(28)和(43)式得到描写纬向和经向超长波的统一方程为

$$\frac{\partial q}{\partial t} + J(\phi/f, q) + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (45)$$

$$q = \Delta \phi + f' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (46)$$

五、超长波水平和垂直结构对超长波活动的控制作用

将(45)式线性化,并令

$$u = \bar{u}(p) + u'(x, y, p, t) \quad (47)$$

$$\phi = \phi_0(p) + \phi'(x, y, p, t)$$

$$\phi' \sim \exp[i(K_1 x + K_2 y - c t + m p_0 p)] \quad (48)$$

将(47)–(48)式代入线性化的(45)式中得

$$c = \bar{u} - B / \left[\left(\frac{2\pi}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{m 2\pi}{L_0} \right)^2 \right] \quad (49)$$

式中

$$K_1 = \left(\frac{2\pi}{L_1} \right), \quad K_2 = \frac{2\pi}{L_2}, \quad L_0^2 = 2\pi \frac{c_g}{f} \quad (50)$$

$c_g^2 = S_0 P_0^2$ 为大气重力波波速。

从(48)式可知, L_1 L_2 分别代表超长波纬向和经向尺度,表征超长波水平结构; m 代表扰动的垂直波数,表征垂直结构¹⁾, 又称模态 (mode), $m = 0$ 为第一模态, $m = 1$ 为第二模态, $m \geq 2$ 为高阶模态。当 $m = 0$ 情形,此时(49)式有

$$c = \bar{u} - B / \left[\left(\frac{2\pi}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_2} \right)^2 \right] \quad (51)$$

这相当于正压无辐散情形,即扰动在垂直方向没有联系,均匀一致,亦即涡度方程为

$$\frac{d\zeta}{dt} + Bv = 0 \quad (52)$$

在这种模式中,水平尺度对超长波移速的控制是很显然的,在纬向超长波 $L_1 \gg L_2 \sim 10^6$ 米,或经向超长波 $L_1 \ll L_2 \sim 10^7$ 米时, c 都相当长波 Rossby 波的移速, c 可以较小,亦即都能控制超长波的倒退,只有 $L_1 \sim L_2 \sim 10^7$ 米时,才有很快倒退出现。但是正如后面要指出的对于这种情况,是不能用无辐散模式描写的,即属于高模态运动。

现在再看 $m > 2$ 情形。由于在一般情况中取 $\frac{dT}{dz} = 0.65^\circ\text{C}/\text{公里}$, 则相应地 $L_0 \sim$

1) 严格地说,扰动的垂直和水平结构应当用本征值表示。

3300 公里。则(51)式不论水平结构如何,总有

$$c = \bar{u} - B / \left(\frac{m2\pi}{L_0} \right)^2 \quad (53)$$

所以当扰动的垂直结构复杂或者扰动很浅薄时,扰动传播速度几乎接近水平场速度 u 。这种波 Wiin-Nielson^[2] 和 Deland^[4] 研究过。由(53)式可见这种波的涡度方程为

$$fD = Bv \quad (54)$$

从以上两种情况可以看出,大气中大尺度运动存在两种极端情形:扰动随高度不变的垂直低模态,涡度方程为正压无辐散形式(52);而另一种是垂直结构复杂,系统浅薄的高阶模态,涡度方程为(54)式。前者的活动完全受水平结构控制,后者则完全受垂直结构所控制。

但是,正如许多观测分析所指出^[1],大气是一种弱的斜压流体,波动在垂直方向上有一定倾斜和变化。大气运动的主要模态是上述两种情形的中间状态。一般可有

$$0 \leq m < 2 \quad (55)$$

对于这种情形,参见(49)式,考虑到 L_0 的量级,明显看出大气运动水平和垂直结构共同控制超长波的活动。由于我们在前面尺度分析中取了气压特征尺度 $P_0 = 1000$ 毫巴,相当于取 $m = 1$,即垂直方向一个波长。对这种情况参见(49)式可以看到当纬向超长波

$L_1 \gg L_1 \sim 10^6$ 米,则由(49)式得

$$c = \bar{u} - B / \left[\left(\frac{2\pi}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 \right] \quad (56)$$

这是纬向超长波模式(28)线性化的结果,对于经向超长波 $L_2 \gg L_1 \sim 10^6$ 米,则由(49)式得:

$$c = \bar{u} - B / \left[\left(\frac{2\pi}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 \right] \quad (57)$$

这是经向超长波模式(43)线性化的结果。只有

$L_1 \sim L_2 \sim 10^7$ 米时才有

$$c = u - B / \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2, \text{ 这是 Burger 的结果 } fD = Bv.$$

同时还可以看到当 $L_1 \sim L_2 \sim 10^6$ 米时,则(49)式中各项数量相当,这种情况的涡度方程就是约制长波活动的涡度方程(40),或者统一模式(45)。由以上分析看出,在条件(22)满足时,纬向超长波可以由(28)式描写,在条件(33)满足时,经向超长波可以由(43)式描写。而当情况符合方程(30)时,涡度方程应为(32),这些都与前节尺度分析结果完全一致。

六、关于 Burger^[3] 模式

由于这一模式应用得很广泛,这里再单独讨论一下。

Burger 模式为

$$fD = Bv.$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial P} + u \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x \partial P} + v \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y \partial P} + S\omega = 0$$

采用得到(49)式的方法,得到

$$c = \bar{u} - B / m^2 \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 \quad (58)$$

比较(58)与(49)两式得到

$$m^2 \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 \gg \left(\frac{2\pi}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_2} \right)^2 \quad (59)$$

此处 $L_0 \sim 3300$ 公里, $L_1 \sim L_2 \sim 10^4$ 公里, 所以

$$m > 1 \quad (60)$$

(60)式再次说明 Burger 模式是高模态模式。这点与前节的结果完全一致,在下节能量转换中还要讨论。正如前节所指出,适合 Burger 模式的超长波垂直分层较多,移动速度较慢,从结构来说是与经向或纬向超长波很不相同的。这点与 Wiin-Nielson^[2] 用另外的方法所得出的结果一致,而被 Deland^[4] 和广田勇 (Hirota)^[7] 的观测结果所证实。

七、超长波的能量转换

能量转换的理论研究,对于大气环流的维持,扰动的发展和各种尺度相互作用等都是很重要的。我们这里进一步讨论前面尺度分析的结果,提出各种模态波的结构,作为本文的结束。

把无因次方程(18)式略去次要项,写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + \cot \varphi \frac{v_0}{f_0 a} R_e^{-1} R^{-1} v + R_e^{-1} \varepsilon f D = 0$$

用准地转关系 $f\phi = \phi$, 并线性化而得

$$\frac{\partial \Delta \phi}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \phi + \cot \varphi \frac{v_0}{f_0 a} R_e R^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x} = R_e^{-1} \varepsilon f \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

以 $f^{-2}\phi$ 乘各项得

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{K} = - \left[\frac{\partial}{\partial P} (\overline{\omega \phi}) + \overline{\omega \alpha} \right] R_e^{-1} \varepsilon$$

式中“—”表示对一个波长水平积分的平均,亦即

$$\bar{m} = \frac{1}{L} \int_0^L m dx$$

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{f} P \phi \right)^2, \quad \alpha = - \frac{\partial \phi}{\partial P}$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \Delta \phi = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\Delta \phi})^2, \quad \phi \frac{\partial}{\partial x} \Delta \phi = 0 \quad \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$$\phi \frac{\partial \omega}{\partial P} = - \frac{\partial}{\partial P} \overline{\omega \phi} + \overline{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial P}$$

由于所有变量都是无因次,因此 $L = 1$ 。利用边界条件

$$P = 0, \quad P = P_1 = 1, \quad \omega = 0,$$

则有

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \bar{K} \rangle = - \langle \overline{\omega \alpha} \rangle R_e^{-1} \varepsilon \quad (64)$$

式中“ $\langle \rangle$ ”表示垂直平均,亦即 $\langle m \rangle = \int_0^{P_0} m dP$, 以无因次量 $\frac{\partial \phi}{\partial P}$ 乘(20)式各项,并令 $P = \frac{1}{2S} \left(\frac{\partial \phi}{\partial P} \right)^2$ 得

$$\frac{\partial \langle \bar{P} \rangle}{\partial t} = \frac{f}{S} \frac{\partial u}{\partial P} \langle v\alpha \rangle + \langle w\alpha \rangle \quad (65)$$

由(64)与(65)得

$$\frac{\partial \langle \bar{P} \rangle}{\partial t} = \frac{f}{S} \frac{\partial u}{\partial P} \langle v\alpha \rangle - R_e \varepsilon^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \langle \bar{K} \rangle \quad (66)$$

方程(64)和(65)表明超长波的扰动能和有效位能 $\langle \bar{P} \rangle$ 的实现是由位能 $\langle w\alpha \rangle$ 和热量输送 $\langle v\alpha \rangle$ 来完成的。由三、四节分析中指出对纬向或经向超长波都有 $R_e^{-1} \varepsilon \sim 10^0$, 同时(65)和(66)式中 $\frac{f}{S} \frac{\partial u}{\partial P} \sim 10^0$ (因为都是无因次量), 所以对这两类超长如同长波一样, 在(65)和(66)式中右边两项具有相同量级。但对 Burger 模式则有 $R_e^{-1} \varepsilon \sim 10^2$, 此时(66)式中第二项比第一项小了两个量级¹⁾, 与广田勇计算结果一致。图1 超长波和长波的能量

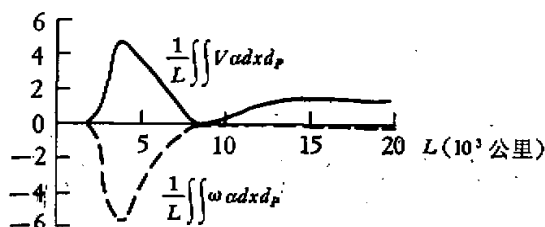


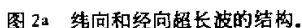
图1 超长波和长波的能量转换。

转换是广田勇根据(45)式线性化四层模式计算的结果。正如前面所指出, 纬向或经向超长波实际上相当长波的一些特性。因为利用(45)式计算时, 某些量如强烈依赖于波长, 而波长具有倒数关系: $\left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 = \left(\frac{2\pi}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L_2} \right)^2 \sim \left(\frac{2\pi}{L_m} \right)^2$, 式中 L_m 可以为 L_1 , 也可以为 L_2 , 也就是两者之中最小那个波长。所以在计算时起作用的是最短那个波长 L_m 。所以由图 $\langle v\alpha \rangle$ 与 $\langle w\alpha \rangle$ 在波长较短时, 两者数量相当, 但符号相反, 当波长增大时, $\langle w\alpha \rangle \sim 0$, 而 $\langle v\alpha \rangle$ 保留, 图中横坐标可以看作 L_m 。

以上两类超长波能量转换的过程不同, 说明两类不稳定超长波的结构不同, 反应出两类垂直模态。图2是广田勇^[7]根据(45)式线性化四层模式计算的结果, 图2a是波长 $L \sim 4 \times 10^6$ 米, 图2b是 $L \sim 12 \times 10^6$ 米, 两者随高度都向西倾斜, 向北输送热量 $\langle v\alpha \rangle$, 但位能实现则存在不同模态, 低模态(图2a)是槽东上升, 西部下沉, 且 w 与 α 存在负相关。相反, 在高模态(图2b), 在上层是槽西上升, 槽东下沉而低层则相反, 因而 w 比 T' 位相落 $\pi/2$, α , w 相关近于零。

1) Burger 模式中 $\langle w\alpha \rangle \sim 0$, 可由 $f^2 \frac{\partial \omega}{\partial P} \sim B \frac{\partial \phi}{\partial x}$ 直接推出。

以上能量转换的特征及由此得出波的结构,再次证实以上各节分析结果的内在一致性.



参 考 资 料