

专题评述

旋转大气中运动适应过程问题的研究(一)

曾庆存 叶笃正

(中国科学院大气物理研究所)

要 提

关于旋转大气中运动的适应过程的各方面问题的研究,至今已获得了许多结果,本文试图作一全面的评述。全文分六个部分,本期发表前三部分,包括引言、正压大气和斜压大气局地扰动情况,讲述地转适应过程和演变过程的可区分性、小扰动线性化方程情况的地转适应过程和非线性完全适应过程、地转适应过程和演变过程的相互作用、多时间尺度现象、近赤道地区扰动演变的特点、初始场水平尺度和垂直结构的影响、科氏参数变化的影响、能量弥散过程以及静力平衡适应、热力因子和摩擦的影响等问题。其余三部分将在下期发表。

一、引 言

重力和科拉奥来力是作用于大气运动的两种最基本的力,此外,大气是流体(具有气压梯度力),且具有一定的可压缩性。这些就使得大气大尺度运动具有天气图上常见的特点,例如准地转平衡和准无水平辐散性;以带状纬圈环流为主和以非带状扰动为主的流型的交替出现(“指数循环”),等等。大气运动的准地转性说明存在着所谓“地转适应过程”;而大气环流有恢复到带状环流的趋势则说明存在着向地球旋转状态适应的机理,我们称之为“旋转适应过程”。其实,这二者都是大气运动以各种方式向重力和地球旋转状态适应,达到某种平衡关系,故合起来可统称为旋转大气中运动的适应过程。

“地转适应过程”指的是一旦在局部地区有强的非地转风出现时,在强大的重力(通过气压梯度力)和科氏力的不断作用下,将会很快地重新达到准地转平衡状态。这是大气运动中的一个基本动力过程。其次,大尺度天气系统既然大体上可以看作涡旋或慢波,因此又有移动和发展过程,它比地转适应过程要慢得多,即一般所谓的“天气系统的演变过程”,这也是大气运动中的一个基本过程。为简单起见,以后我们将天气系统的演变过程简称为“演变过程”。在大气中实际上不断地同时进行着适应过程和演变过程,它们之间还有相互作用,使大气运动具有更复杂的形式。

在大气中也存在着和地转适应过程相反的过程,这就是在一定条件下快波或非地转运动有较强烈的发展。然而这种强烈的不平衡状态只在较局部地区和较短时段内才是显著的。

“旋转适应过程”所研究的是全球或半球规模的大气环流演变问题,指的是由行星波

和天气系统群组成的大气环流状态在地球旋转作用下有趋向于带状纬圈环流的趋势。这种过程比单个天气系统的演变过程要慢得多,是属于“中长期演变过程”的范围。全球规模的准平衡态的建立或恢复受到更多因子的制约,不像局部地区那样容易达到。“旋转适应”只能在一定条件下才能完全达到。和旋转适应相反的过程就是非轴对称环流(行星波和闭合的涡旋)发展的过程。在大气中常常这是两种过程的交替出现。

地转适应过程最早由 Rossby^[1] 提出,其后, Cahn^[2], Обухов^[3], Bolin^[4], Кибель^[5], 叶笃正^[6] 和曾庆存^[7,13] 等进行过许多研究。国内外六十年代初期以前的研究结果已系统地总结在叶笃正和李麦村^[8] 的专著^[8] 里。国外七十年代以前的工作在 Blumen 的评论^[9] 中有系统的介绍。在曾庆存的专著^[10] (1977) 中则将直到最近的研究结果作了总结。至于“旋转适应过程”则是我们提出来的^[10,11], 近年来已完成了一些理论和数值试验研究。本文将综合介绍我们近期与适应过程问题有关的各方面研究结果,在有关的地方,和有材料的情况下,也简介一些国内外其他研究者的结果。

二、正压大气中的地转适应过程

1. 适应过程和演变过程的区分

对于大气大尺度运动来说,地转适应过程和演变过程在时间尺度上是可以区分开来的。一旦在局部地区有不平衡出现,首先进行适应过程,待到运动场大体上恢复到准地转平衡状态之后,演变过程所引起的变化才比较明显。两种过程在时间尺度上可分的概念在 Обухов^[3] 和 Кибель^[12] 的工作中即已提到或应用过,但提得不够明确,也没有论证。后来,曾庆存^[7] (1960) 以及叶笃正和李麦村^[8] 利用尺度分析法给以确切的论证,得到局地扰动的地转适应过程的特征时间为 f^{-1} , 这里 f 为科氏参数*。因为后面的叙述要用到正压大气方程组,现先稍为详细地介绍一下这一结果。

在平面地面近似下,正压大气动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = - \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = - \frac{\partial \phi}{\partial y}, \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + (\tilde{\phi} + \phi) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\tilde{\phi}$ 为自由表面的平均位势, ϕ 为其偏差; 并取科氏参数 f 为常数。其余为常用符号。引入特征量 t^* , L^* , U^* 和 Φ^* , 并取 $\Phi^* = f L^* U^*$, 则得无量纲方程为

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = - R_0 \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \equiv A_u, \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = - R_0 \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \equiv A_v, \\ \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - R_0 \left[\left(u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \equiv A_\phi, \end{cases} \quad (2)$$

* 在[9]中说可分性是 Обухов^[3] 论证的,这是误解。其实,在[3]中只是把适应过程和演变过程分别进行研究,并未证明它们的可分性,更没有说适应过程的特征时间为 f^{-1}

其中 $\varepsilon = (ft^*)^{-1}$, $R_0 = U^*/fL^*$, $\mu^2 = (L_0/L^*)^2$ 为无量纲参数; f^{-1} , $L_0 \equiv c_0/f$ 和 $c_0 = \sqrt{\bar{\phi}}$ 为由环境决定的特征时间、特征长度和特征速度, ε^{-1} , μ^{-1} 和 $M_* = U^*/c_0$ 为运动本身的特征量和上述环境决定的特征量的比值, $R_0 = M_*\mu$.

对于大尺度大气运动来说, $O(\mu^2) = O(1)$, $O(R_0) = O(10^{-1})$, 故若初始时刻不处于地转平衡, 即

$$O\left(-v + \frac{\partial \phi}{\partial x}, u + \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = O(1), \quad (3)$$

则由(2)可推知 $O(\varepsilon) = O(1)$, 即特征时间 $t^* \approx f^{-1}$; 而且方程可以简单地线性化:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \\ \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

这是波动过程的方程组。在过了 $t^* = f^{-1}$ 时段之后, 重力-惯性波的能量向外弥散掉, 而科氏力的作用则使速度场和气压场重新达到准地转平衡状态。这就是地转适应过程。

其次, 当运动已处于准地转平衡状态, 即

$$O\left(-v + \frac{\partial \phi}{\partial x}, u + \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \leq O(R_0), \quad (5)$$

则由(2)推知: 一般有 $O(\varepsilon) = O(R_0)$, 即 $t^* \leq 10 \cdot f^{-1}$ 或 $t^* \approx L^*/U^*$. 此时平流项在运动演变过程中有决定性的作用, 这就是慢波或涡旋场的演变过程。

因此, 这两种过程在时间尺度上和物理本质上都是可分的。就此曾庆存^[7]还引入“时间边界层”概念, 在本问题中时间边界层厚度一般为 f^{-1} . 在时间边界层内主要进行适应过程, 这是不平衡态的暂态变化过程, 各种场进行剧烈的调整; 在时间边界层外, 则是准平衡态的缓慢演变过程。

2. 初始扰动特性对适应过程的影响

经过适应过程之后, 涡旋场和气压场都有变化。以往认为涡旋场变化小, 基本上是气压场向初始流函数 $\phi^{(0)}$ 调整。叶笃正^[6]最先发现并论证了: 尺度较小的扰动是气压场适应于风场, 尺度很大的扰动则反之。曾庆存^[7,13](1960)证明这个临界尺度就是 L_0 。后来, 陈秋士^[14]和 Washington^[15]也得到同样结果。利用这些结果可以很好地解释大气运动中的一些特点, 在数值天气预报中也有重要应用。

初始扰动的尺度 L^* 的影响可粗略说明如下: 由(4)可得位涡度守恒方程

$$\Delta \phi^{(\infty)} - \mu^{-2} \phi^{(\infty)} = \Delta \phi^{(0)} - \mu^{-2} \phi^{(0)}, \quad (6)$$

其中付标(∞)和(0)分别表 $t \rightarrow \infty$ 和 $t = 0$ 时的值。由(6)即可推得: 当 $L^* \ll L_0$, 有 $\mu^{-2} \ll 1$, $\Delta \phi^{(\infty)} \approx \Delta \phi^{(0)}$, $\phi^{(\infty)} \approx \phi^{(0)}$; 而当 $L^* \gg L_0$, $\mu^{-2} \gg 1$, $\phi^{(\infty)} = \phi^{(\infty)} \approx \phi^{(0)}$.

3. 适应过程和演变过程的相互影响

为了研究适应过程和演变过程的相互影响, 必须用非线性方程组(1)或(2)。最初, 我们将(1)的初值问题的解化为积分-微分方程形式^[7], 结果是解答中非线性项所决定的部

分可区分为地转平衡部分(u_g, v_g, ϕ_g)和地转偏差部分(u_a, v_a, ϕ_a), 其中地转平衡部分主要由位涡度 Q_s 的平流所决定, 例如

$$\begin{cases} \phi_g(x, y, t) = \frac{-1}{2\pi\mu^2} \iint_{r \leq r/\mu} \int_0^{t-r/\mu} \left[\mu^2 \left(\frac{\partial A_x}{\partial x'} - \frac{\partial A_y}{\partial y'} \right) - A_\phi \right] \tilde{K}_0(r, t-t') dt' dx' dy', \\ \phi_a(x, y, t) = \frac{+1}{2\pi\mu^2} \iint_{r \leq r/\mu} \int_0^{t-r/\mu} \left[\mu^2 \left(\frac{\partial A_x}{\partial x'} + \frac{\partial A_y}{\partial y'} \right) - \frac{\partial A_\phi}{\partial t'} \right] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy', \end{cases} \quad (7)$$

$$\tilde{K}_0(r, t) = \int_0^{\sqrt{(ut/r)^2 - 1}} \frac{\cos \mu^{-1} r \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} d\lambda,$$

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2.$$

$\mu^2(\partial A_x/\partial x - \partial A_y/\partial y) - A_\phi$ 的主要部分是 $R_0[u\partial/\partial x + v\partial/\partial y]Q_s$, $Q_s \equiv \mu^2\varepsilon(\partial v/\partial x - \partial u/\partial y) + 1 - \phi$. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\tilde{K}_0(r, t) \rightarrow K_0(r/u)$ (虚变量零阶 Bessel 函数), $\partial \tilde{K}_0(r, t-t')/\partial t' \rightarrow 0$, 且 $\partial \tilde{K}_0(r, t-t')/\partial t'$ 围绕着零而以近于 $2\pi/t$ 的周期在振动着。

对 ϕ_g, ϕ_a 等量的分析可知: 在一般的非常定情况下, 同时进行着适应过程和演变过程, 运动状态不断向准地转平衡适应; 而由位涡度平流的分布则决定了涡旋场沿着比较确定的方向演变着, 这部分还满足准地转关系; 但平流的分布又不断激发出强度较小的地转偏差(ϕ_a, u_a, v_a). 故在一般情况下, 只有准地转平衡, 不会有完全的适应。其次, 由于非线性作用, 还使得散度场中含有缓慢演变的部分, 它与涡旋场相匹配, 即“散度场向涡旋场适应”^[7,10]。

这些结论是和事实相符的, 后来也为国内外的数值试验结果进一步证实。袁重光和曾庆存^[16]最近作了一系列的数值试验, 使用正压原始方程, 其中还计入地图投影放大系数的变化, 取 $\tilde{z} = \tilde{\phi}g^{-1} = 5 \times 10^3$ 米。一些试验是在大槽前或槽后加上一个波长 L 为 2×10^6 米的非地转扰动 ($L^* = L/(2\pi) \ll L_0$), 结果是 6 小时后流场和气压场即已几乎处于地转平衡状态。当此小槽只表现为风场扰动时, 扰动基本上保持下来, 气压场向风场适应, 且顺气流传播(演变过程表现为小槽移动); 若此小槽只是一个气压槽而无风场扰动, 则气压场扰动很快衰减以至后来几乎没留下痕迹。另一些试验取扰动为一个涡旋, 加在

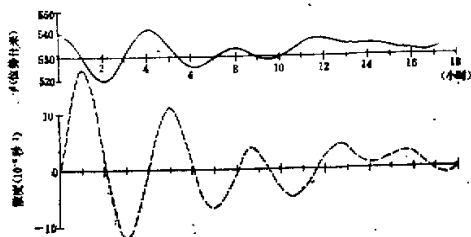


图 1.

槽线区域, 尺度比上述小槽稍大一些, 结果是除了涡旋中心移动(演变过程)外, 流场和气压适应到一定程度之后, 还明显地表现出演变过程对适应过程的影响。图 1 为涡旋中心点的 ϕ 及散度随时间的变化曲线。还有一些试验取扰动为 $L^* \geq L_0$ 的行星波, 但流场和气压场不处于准地转平衡, 例如在一些试验中初始场只有气压波而风速为零, 而在另

一些试验中则有流场波而无气压扰动, 结果是气压场和流场都有快速振动, 持续到 48 小时仍很明显, 准地转关系只在沿时间平均的场中才比较明显(这就是[7]中所说的“广义地转适应过程”)。这个结果和在无限平面上的局地扰动问题的理论结果有所不同, 原因是

于这样大尺度的扰动来说,在有限空间内重力-惯性波的能量事实上不能有效地弥散掉。

4. 中尺度系统的适应过程

中尺度系统的特征尺度 L^* 较小, $O(R_0) \ll 1$ 和 $O(\mu^2) \approx 1$ 都不成立,不能应用第 1、2 两节的线性理论结果,但可以应用上节的结果。特别是对于孤立的中尺度系统来说,我们还可以推得比上节更好的结果,就是:在满足一定条件下有完全的适应,流场趋向于常定的梯度风平衡关系。

叶笃正和李麦村^[9]最早提出并研究了这个问题。对于局部地区扰动,若 $f + (\partial v / \partial x - \partial u / \partial y) = Q_0$ 可近似地取为常数,则先将(1)改写成 Lamb 型方程,再利用上节相似的方法,即可推知:当 $t \rightarrow \infty$ 时,孤立的扰动趋于常定的广义梯度风平衡关系:

$$Q_0 u = - \frac{\partial P}{\partial y}, \quad Q_0 v = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (8)$$

$$P = \phi + (u^2 + v^2)/2.$$

流线与等能量(P)线平行。上述结论与实际情况基本相符。其实,中尺度系统在发生发展初期是变化很剧烈的,但一旦发展到成熟阶段,则处于准常定状态,缓慢地演变着。因此,对于中尺度系统来说,也是可以区分为适应过程和演变过程这两个阶段的。

后来,曾庆存进一步研究了非线性适应问题^[10]。应用双曲型微分方程特征锥理论可以推知:孤立系统有一部分能量向无穷远空间弥散掉。但科氏力和流场自身的涡度则又可能将另一部分波动能量(由气压场位能表示)被阻挡住,甚至通过非线性相互作用它又可转化为涡旋场的能量。进一步的数学物理分析又可推得:

若一维正压大气的初始扰动总能量为有限,则扰动最终趋向于常定的地转平衡状态。若在无穷平面上正压大气的初始扰动总能量为有限,则当位涡度 $Q_0 = Q_s/\phi$ 的等值线有唯一的一个中心时,运动最终趋向于轴对称旋转平衡状态;而当有多个中心时,或者是扰动传到无穷远去而在任何有界区域内运动趋于静止,或者是扰动的一部分保留下来且永远为不常定。

在一维情况下,证明并不难,其实这就是 Rossby^[11]结果的推广。在二维情况下,数学证明的要点是:利用位涡度守恒方程、质量守恒方程和梯度风方程,再引入曲线坐标 (Q_s, χ) 代替 (x, y) , 将方程加以变换,就得到决定平衡态结构的方程。最后证明此方程属于非线性椭圆型,故有解且唯一。这些大体上和球面上的证明方法相同(见本文第三部分),今从略。除此之外,还要决定轴对称平衡态中心点 (x^*, y^*) 的位置。为此,利用动量方程或高阶动量矩方程即可做到。图 2 是一个概要图,其中实线和虚线各表示初始场和平衡时的 Q_0 等值线,点线表示质点的轨迹。

上述结论只当 $f \neq 0$ 即在旋转大气中才成立。由此可见,这种非线性完全适应是二维可压缩旋转流体

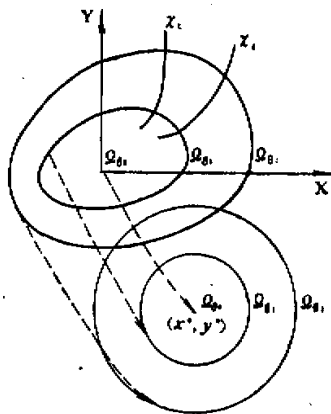


图 2.

运动中的一个很基本的特点,它在非旋转流体中不存在。

如果初始扰动为两个点涡型的强度相同的涡旋中心,则它们大体上将围绕着共同的中心旋转,这就是没有完全适应和运动永不趋向于常定的简单例子。对于这样的流型,若用线性理论,则运动仍将趋向于常定,这是因为忽略了非线性相互作用,故和非线性理论的结果不同,与实际不符。

利用非线性完全适应理论可以解释大气中成熟的中尺度系统大都是准直线形式(如飑线)或准对称的涡旋形式(如中尺度涡旋以及稳定的台风等)。流场的某些不对称性以及散度场的分布则是由大尺度背景以及热源等的作用所致。

若扰动强度较弱,则可把它看作叠加于基流(背景场)上的小扰动,于是可应用包含有基流影响的线性化方程来研究小扰动的适应和演变。在这种情况下,Howard等^[27]推出了小扰动能趋向于常定(完全适应)的条件,Blumen等^[28]和吕克利^[29]研究过一维情况(切变基流)的平衡态的结构。自然,此时平衡态是受基流结构影响的,可以是不对称的,不再满足通常的地转风关系或梯度关系,尺度效应也有所不同。不过应该指出,这种平衡态只能在一定阶段近似地存在,当再计入非线性项时,扰动将继续演变和变形,除非是非频散波解^[30],或者是计及热源和摩擦等作用而趋于平衡。在一般情况下,扰动将和基流融合在一起,或者形成对称的涡旋。其次,当切变基流是不稳定的,当然不可能有完全的适应。

5. 能量弥散过程

Cahn^[3]曾用能量频散观念解释地转适应过程。显然这是不够全面的,因为这只能说明波动能量的弥散以至波动强度最终消失,但若不同时指出科氏力的作用能使涡旋场和气压场之间的能量可以相互转换,就不能解释风场和气压场之间的相互调整并最终趋于地转平衡。不过,能量频散观念的推广(能量在无限空间的弥散)却是一个很重要的工具,由此可以较好地估计出适应过程完成的快慢。曾庆存^[30]较仔细地讨论过这个问题。

重力-惯性波能量弥散的快慢取决于能谱 $e(k)$ 和群速度 $c_g(k)$ 的匹配关系,这里 k 表波数向量。若在 $k=k_0$ 有 $c_g(k_0)=0$, 则当 t 较大时,在初始扰动区域及其邻近区域内扰动将主要地表现为 $k=k_0$ 的波动。再若在附近有较多能量,尤其是 $k_0 e(k_0) \rightarrow \infty$, 则波动能量的弥散将是较慢的。在正压大气中,按(4)可推出 $c_g(0)=0$, 再将解展成福氏积分并应用渐近展开公式,即可推知重力-惯性波消失的快慢。记 $k=im+jn$, 将散度 D 的初值 $D^{(0)}$ 以及 $\partial D/\partial t$ 的初值 $D^{(1)}$ 展成福氏积分,其展开系数记作 $D_k^{(0)}$ 和 $D_k^{(1)}$, 则当 $D_k^{(0)}$ 和 $D_k^{(1)}$ 为有限值时,对于任一确定的 (x, y) 有渐近公式:

$$D \approx \left(\frac{D_0^{(0)}}{\mu^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e^{-it}}{t} \right) + \left(\frac{D_0^{(1)}}{\mu^2} \right) \frac{e^{-it}}{t}, \quad (t \rightarrow \infty), \quad (9)$$

其中已取 $\varepsilon=1$ 。由此即可推知:重力-惯性波的强度正比于 μ^{-2} 、 $D_0^{(0)}$ 和 $D_0^{(1)}$, 反比于 t 。若初始扰动局限于很小地区, $L^* \ll L_0$, $\mu^2 \gg 1$, 且一般有 $|D_0^{(0)}|$ 和 $|D_0^{(1)}|$ 较小, 于是波动很快消失;反之,若 $L^* > L_0$, 则 $\mu^2 < 1$, 且 $|D_0^{(0)}|$ 和 $|D_0^{(1)}|$ 一般较大,故波动消失较慢。这就可以解释上二小节有关的数值计算结果。当初始扰动区域更大,能量不太集中时, $D_0^{(0)}$ 和 $D_0^{(1)}$ 甚至可以是无穷大,这时能量弥散更慢,正比于 $t^{-\varepsilon}$, $0 < \varepsilon < 1$ 。事实上,一维情况可由二维情况按降维法而得到,若将 $D_k^{(0)}$ 和 $D_k^{(1)}$ 定义为一维情况下的展开系数,

且设其为有界量, 则弥散正比于 $\sqrt{t}$, 比二维情况要慢得多。

6. Rossby 波的弥散以及多时间尺度现象

若 $L^* \ll a$ (地球半径), 则在中高纬度地带, 科氏参数 $f(y)$ 随空间的变化对局部地区扰动的地转适应过程的影响不大, 但适应过程之后的涡旋场不再趋向于完全的地转平衡状态, 而是随时间缓慢变化, 即 Rossby 波。再后是 Rossby 波能量弥散掉, 然后趋向于常定状态。(若扰动不依赖于 x , 则趋向于平直西风; 但在二维情况下, 局部地区的扰动最终消失)。由此可见, 小扰动的整个变化过程可分为三阶段: 适应过程、Rossby 波演变过程和最后趋于常定的过程。Добрышман^[20] 曾从简化的原始方程讨论过这种三阶段性。其实, 就 Rossby 波的弥散过程来说, 叶笃正^[21] 早已有过深刻的分析。其后, 叶笃正和李麦村^[22-24] (1977) 就此明确地提出“多时间尺度概念, 并推广到考虑了平流过程或孤立系统的非线性演变情况中去, 指出多时间尺度特性是各种类型大气运动的一种普遍现象。巢纪平等^[25, 26] 对此也作了补充说明。

曾庆存^[10] 曾对 Rossby 波能量弥散的快慢进行估计, 据此亦可以定出上述时间尺度的特征值。先按和第二节同样的方法引入特征尺度, 但为简单计, 取 $t^* = f^{*-1}$, (f^* 为所研究地区的科氏参数的平均值), 以及取 $L^* = L_0$ 。于是 $\mu^2 = \varepsilon = 1$, 至于运动的真正特征水平尺度则由波数 m 来决定。由简化的且不考虑平流项的 Rossby 波方程可推出: 若扰动只依赖于 x , 则 Rossby 波的群速 c_g 为零的无量纲波数是 $m = \pm 1$ 和 $m \rightarrow \infty$, 故当 x 较大时局地扰动所形成的 Rossby 波主要由 $|m| = 1$ 的波所组成, 且有渐近公式:

$$\phi(x, t) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{\beta t/2}} [\phi_{m=1}^{(0)} e^{i(x + \frac{\beta}{2}t + \frac{\pi}{4})} + \phi_{m=-1}^{(0)} e^{-i(x + \frac{\beta}{2}t + \frac{\pi}{4})}], \quad (10)$$

其中所有的量均为无量纲量, $\beta = (L_0/f^*)(df/dy)^*$ 亦为无量纲参数。由此可见, Rossby 波消失的快慢正比于 $(\beta t/2)^{-1/2}$, 由此定出一个有量纲特征时间 $t^{**} = 2\beta^{-1}f^{*-1}$, 在中纬度地区其值为 f^{*-1} 的 7 倍。故有: 有量纲时间 $t < f^{*-1}$ 为地转适应过程, $f^{*-1} < t < 2\beta^{-1}f^{*-1}$ 为 Rossby 波演变过程, $t > 2\beta^{-1}f^{*-1}$ 为准常定过程。

在大气中, 除由海陆分布形成的超长波外, 移动性的 Rossby 波为由大气运动自身的演变过程以及 $L^* \leq L_0$ 的内热源(凝结加热)所产生, 即可视为局地扰动。故按上面的分析可知: 无量纲波数 $m = \pm 1$ (有量纲波长为 $2\pi L_0$) 的 Rossby 波(当扰源为固定时)或者 c_g 等于基本气流的 Rossby 波(当内热源以基流速度移动时)应是常见的, 这也是一个有意义的结果。

7. 近赤道地区扰动的适应过程和能量弥散过程

在近赤道地区, $f^* \approx 0$, 主要参数不是 f^* , 而是当地的 $\beta^* = (df/dy)^*$ 。取 $y = 0$ 在赤道上, 并取 β^* 为常数, $f = \beta^* y$, 略去平流项, 相应的小扰动方程的特征波动已由 Matsuno^[27] 给出。利用 Hermite 多项式的完备性, 即知一切具有总能量为有限的小扰动均可由 Matsuno 所找到的特征波动叠加而成。例如, 若取特征尺度为 $L^* = \sqrt{c_0/\beta^*}$, $t^* = (c_0\beta^*)^{-1/2}$ 和 $U^* = c_0$, 则得无量纲 u 和 v 等而下:

$$\begin{cases} u(x, y, t) = \sum_{l=1}^3 \sum_{v=0}^{\infty} W_v(y) \int_{-\infty}^{+\infty} u_{mvl}^{(0)} e^{i(m\pi - \sigma_{mvl}t)} dm \\ \quad + e^{-y^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{m0}^{(0)} e^{im(x-t)} dm, \\ v(x, y, t) = \sum_{l=1}^3 \sum_{v=0}^{\infty} W_v(y) \int_{-\infty}^{+\infty} v_{mvl}^{(0)} e^{i(m\pi - \sigma_{mvl}t)} dm, \end{cases} \quad (11)$$

$$\sigma_{mvl}^2 - (m^2 + 2v + 1)\sigma_{mvl} - m = 0, \quad (12)$$

其中 $W_v(y)$ 为韦伯函数, $u_{mvl}^{(0)}$ 等为初始场的展开系数. m 为沿 x 方向的波数, v 相当于沿 y 方向的“波数”(特征值的序号), $l=1$ 记 Rossby 波, $l=2, 3$ 分别为东传和西传重力波, 且有 $v_{m03}=0$; 此外, 在 u 和 ϕ 中还有 Kelvin 波(以不变的相速传播, 有量纲相速为 c_0). 利用这些公式就可证明适应过程的存在并讨论能量弥散过程^[10]. 在这种情况下, 先是重力波弥散, 留下 Rossby 波, 然后 Rossby 波弥散, 局地扰动能量最终全部弥散掉, (只当扰动不依赖于 x 时才剩下带状环流). Kelvin 波不频散, 在东传过程中能量集中于波前, 传过后恢复到静止状态. 东传重力波的群速不为零, 强度以 t^{-1} 的量级衰减. 西传重力波($l=3$)和 Rossby ($l=1$) 的群速均有零点, 波动强度以 $t^{-1/2}$ 的量级衰减. 利用驻点法 (Stational phase) 可求出特征时间尺度, 结果是: $l=1$ 的波的特征时间尺度为 $l=3$ 者的 10 倍左右, 它们大体上分别和中高纬地区的适应过程和 Rossby 波演变过程的时间尺度相当. 还需指出, 和 $v=0$ 相对应的波 $l=1$, 常称为混合重力-罗斯贝波, 它在传速和结构上介于重力波和 Rossby 波之间, 但弥散很快, 其特征时间尺度甚至比 $v \geq 1$ 的重力波者更短, 因此, 在实际大气中似乎不常能观测到. 由于 Kelvin 波不频散, 能量较集中, 似乎较易观测到. 至于 $c_g=0$ 的 Rossby 波(赤道波)及西传重力波则为近赤道地区最常观测到的波动. 取 $v=1, 2, 3$, 则 $c_g=0$ 的 Rossby 波的无量纲波数 m 各为 1.707, 2.225, 2.639; 而 $c_g=0$ 的西传重力波则为 $m=0.293, 0.225, 0.190$. 若取 $c_0 \approx 300-200$ 米/秒, 则 $L^* \approx 3.62-2.96$ 千公里, 由此可算得相应的 $c_g=0$ 的波长. 由上面的分析也可看到: 在近赤道地区, 重力波比中高纬地带显著而且也比较重要.

三、斜压大气中的地转适应过程

上述关于正压大气中地转适应过程和能量弥散过程等的所有结论以及研究方法都适用于斜压大气情况. 这里只讲斜压大气中特有的问题.

1. 边界条件的正确提法和特征波动

若取静力平衡近似, 并取科氏参数 f 为常数, 则有方程:^[10, 28, 29]

$$\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + f^2 \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\zeta^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right\} \frac{\partial \chi}{\partial t} = 0, \quad (13)$$

其中 $\zeta = p(x, y, z, t)/p(x, y, 0, t)$, 其余为有量纲量, $\chi = gZ(x, y, \zeta, t) - g\bar{Z}(p)$, $c^2 = \alpha R \bar{T}(\zeta)$, $\alpha = (\gamma_s - \gamma)R/g$ (层结稳定参数, 且取 $\alpha > 0$), c 即为斜压大气中重力波的特征传速. (13) 即是位涡度守恒律的另一种表现形式. 下边界条件是

$$\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + k\alpha_s \right) \frac{\partial \chi}{\partial t} = 0, \quad (\zeta \rightarrow 1). \quad (14)$$

α_s 为 α 在 $\zeta = 1$ 时之值; k 本应等于 1, 若取 $k = 0$ 则是取了整层无辐散近似。上边界条件的正确提法应是^[28,29]:

$$\int_0^1 \left(\zeta \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} \right)^2 d\zeta < \infty, \left(\zeta \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} \in L_{12} \right). \quad (15)$$

或者即是气柱的总能量有界。(13)–(14)和 Кибель^[5] 及 Монин^[30] 的结果在形式上完全相同, 差别只在于坐标 ζ 等的定义有些不一样; 其次, 上边界条件的提法不同。我们指出(1964): 只当(14)和(15)时, 相应的初值问题才有总能量守恒:

$$E(t) = \iiint_V \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2 + \left(\zeta \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} \right)^2) \right] d\zeta dx dy + k \iint_S \left(\frac{\alpha_s}{c_s^2} \right) \frac{\chi_s^2}{2} dx dy = E(0). \quad (16)$$

由此就可证明初值问题是适定的——解存在唯一且稳定。(16)中设 V 为全空间(若 $E^{(0)}$ 有界), 或者是限于 (x, y) 平面上一个周期之内的气柱(若 $u^{(0)}, v^{(0)}, \chi^{(0)}$ 等为 x, y 的周期函数), S 为 V 的底面, 下标 s 表 $\zeta \rightarrow 1$ 时的值。(16)中三重积分的意义是总动能加上总“相对有效位能”; 而面积分一项则可称为总“表面有效位能”, 当取整层无辐散近似时此项消失。“表面位能”的存在是产生表面波(见下述)的物理原因。

由(13)可分出常定部分。剩下的非常定部分则可按相应的非正则二阶算子的谱展开。满足边界条件(14)和(15)的谱分为连续谱($0 \leq \bar{\nu} < \infty$)和离散谱, 在实际大气情况下, 取 $k = 1$ 时只有一个离散谱 $\bar{\nu} = \bar{\nu}_0$ 。取 $k = 0$ 则它消失。由此就可严格证明: 大气扰动由特征波动组合而成: 和常定部分对应的是地转风(或慢波), 和离散谱点相对应的是表面波(快波), 和连续谱相对应的是重力-惯性内波。例如, 如先将解 $u(x, y, \zeta, t)$ 等先按 (x, y) 作福氏展开, 则每一分波为

$$u_{mn}(\zeta, t) e^{i(mx+ny)} = u_{mn0} G_s(\zeta) e^{i(mx+ny-\sigma_{mn0}t)} + \int_0^\infty u_{mn\bar{\nu}} G_{\bar{\nu}}(\zeta) e^{i(mx+ny-\sigma_{mn\bar{\nu}}t)} d\bar{\nu}, \quad (17)$$

其中 $G_s(\zeta)$ 和 $G_{\bar{\nu}}(\zeta)$ 为相应于离散谱和连续谱的谱函数。

除了垂直结构之外, 每一种特征波动在 (x, y) 平面上的性质都和一个具有相应的特征传速 $c_0(\bar{\nu})$ 的正压波动相同, 这里 $\bar{\nu}$ 表谱点。故沿水平方向的弥散过程与正压大气者同。故当 V 为无限空间而 $E(0)$ 有界, 则有地转适应过程, 扰动最终趋向于常定的地转平衡运动。此外, 在斜压大气中, 内波还可以沿垂直方向弥散, 不管 V 为有限与否(见下一小节)。

若取 c^2 为常数, 则表面波的最大群速为 $R\bar{T}/\sqrt{1-\alpha_s}$, 而内波沿水平方向传播的最大群速为 $2c_0$, $2c_0 < R\bar{T}/\sqrt{1-\alpha_s}$ 。此时相应的初值问题的解可以表成解析形式^[5,10,28-30]。若 f 不为常数, 则相应于上述的常定地转风部分转化为惯性波(Rossby 波), 且亦可再分为表面惯性波和惯性内波。

2. 内波能量沿气柱的弥散

若大气上界为 $p \rightarrow 0$, 曾庆存^[28,29] (1964) 证明内波能量最终全部向“宇宙空间”弥散掉(事实上, 在电离层内波动能量已差不多被吸收掉)。若大气上界为 $p = p_1 = \text{常数}$, $p_1 > 0$; 或者用有限差分法将方程沿垂直方向作差分, 则只有局部的能量重新分布, 波动

强度不可能趋于零,不可能真实地反映内波的弥散过程。

今取大气上界为 $p \rightarrow 0$, 引入新坐标 ξ 和函数 $W(\xi)$ 如下:

$$\begin{cases} \xi = \int_c^1 \frac{c(\xi')}{\xi'} d\xi' \\ W(\xi) = \xi^{-1/2} \left(\frac{c}{c_s} \right)^{1/2}, \end{cases} \quad (18)$$

于是 $\xi \rightarrow 0, 1$ 分别与 $\xi \rightarrow \infty, 0$ 相对应。令 $\partial X / \partial t = WH$, $G_s(\xi) = W\tilde{G}_s(\xi)$, $G_v = W\tilde{G}_v(\xi)$, 应用封闭性方程

$$\int_0^\infty H_{mn}^*(\xi, t) d\xi = H_{mn}^*(t) + \int_0^\infty H_{mn}^*(t) d\tilde{v}, \quad (19)$$

可知内波部分有有限的能量, 即 $H_{mn} \in L_{\tilde{v}}(0, \infty)$ 。随着时间的推移, 这有限的能量弥散到无限高的气柱之内, 故在任何有限高度的气柱之内内波强度最终趋于零。要从数学上证明内波的弥散, 还必须求出垂直方向的群速 $c_{\xi\xi} = \partial\sigma_{mn}/\partial\sqrt{\tilde{v}} = 2\sqrt{\tilde{v}} \partial\sigma_{mn}/\partial\tilde{v}$ 。为此, 直接应用 σ_{mn} 的公式即可:

$$\sigma_{mn} = \left[f^2 + \frac{\lambda_{mn}^2}{\tilde{v} + Q_\infty} \right]^{1/2}, \quad (20)$$

其中 $\lambda_{mn}^2 = m^2 + n^2$, Q_∞ 为 $\xi \rightarrow \infty$ 时 $Wd^2W^{-1}/d\xi^2$ 的极限。抽去 $m = n = 0$ 一项 (即惯性振荡), 于是 $\lambda_{mn} \neq 0$ 。对于每一个 $\lambda_{mn} \neq 0$, $\partial\sigma_{mn}/\partial\tilde{v}$ 在任何区间 $0 < \tilde{v}_1 \leq \tilde{v} \leq \tilde{v}_2 < \infty$ 内不为零。其次, 由于内波总能量有限, 故可预先取 $\tilde{v}_1$ 足够小和 $\tilde{v}_2$ 足够大, 使区间 $[0, \tilde{v}_1]$ 和 $[\tilde{v}_2, \infty)$ 内能量为任意小 ($< \varepsilon$), 于是再应用福氏级数中的黎曼-勒贝格引理, 即可证明当 t 足够大时, 由 $\tilde{v}_1 \leq \tilde{v} \leq \tilde{v}_2$ 决定的内波强度 $|H_{mnll}(\xi, t)| \leq (\varepsilon/\xi^*)^{1/2}$, 其中

$$H_{mnll}(\xi, t) = \int_{\tilde{v}_1}^{\tilde{v}_2} [H_{mn0}^{(0)} e^{i\sigma_{mn}\tilde{v}}] G_\theta(\xi) d\tilde{v}, \quad (21)$$

ξ^* 为任意的大数, ε 为预先给定的任意小数。由此可证 H_{mnll} 沿区间 $0 \leq \xi \leq \xi^*$ 的积分小于 ε , 即在 ξ^* 以下高度内气柱内波能量趋于零。

既然内波强度最终消失, 故当无表面波时, 即使扰动沿 (x, y) 作周期分布, 也有完全的地转适应。在有表面波时, 虽无完全的地转适应, 但因表面波能量随高度很快衰减, 故随着时间的流逝, 高空的风场和气压场总处于准地转平衡状态, 如果不计惯性振荡以及由外源激发出来的大气潮汐的话。

$\tilde{v} \rightarrow 0$ 和 $\tilde{v} \rightarrow \infty$ 时 $c_{\xi\xi} = 0$, 内波沿垂直方向弥散的快慢决定于 $\tilde{v} \rightarrow 0, \infty$ 时 $H_{mn0}^{(0)}$ 等的性质。当去掉 $\tilde{v} > \tilde{v}_2$ 部分之后, 可给出波强度正比于 $t^{-(3/4+\delta)}$ 或 t^{-1} , $\delta > 0$ 。但计入 $\tilde{v} > \tilde{v}_2$ 之后, 则弥散很慢, 不过 $\tilde{v} > \tilde{v}_2$ 相当于垂直波长非常短的波, 它的能量将由摩擦等因子的作用而很快地耗散掉。

同法可证: 当 f 不为常数时惯性内波能量最终也弥散掉。

3. 扰动垂直结构对适应过程的影响

若 f 为常数, 则常定部分 (或即适应了) 的场 $\phi^{(\infty)}$ 和 $X^{(\infty)}$ 满足下列位涡度守恒方程

$$\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + f \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \right\} (X^{(\infty)} - f\phi^{(0)}) = f \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (X^{(0)} - f\phi^{(0)}) \quad (22)$$

以及相应的边界条件, 于是有^[10,15]

$$\begin{aligned} \chi^{(\infty)} = f\phi^{(0)} - k \frac{\alpha_z}{2\pi L_0^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} G(r, \zeta, \zeta') \frac{c_0^2}{c^2} (f\phi^{(0)} - \chi^{(0)})_{\zeta'=1} dx' dy' \\ - \frac{1}{2\pi L_0^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_0^1 \left[\zeta' \frac{\partial}{\partial \zeta'} G(r, \zeta, \zeta') \right] \frac{c_0^2}{c^2(\zeta')} \zeta' \frac{\partial}{\partial \zeta'} (f\phi^{(0)} - \chi^{(0)}) d\zeta' dx' dy', \quad (23) \end{aligned}$$

其中 G 为格林函数, c_0^2 为 c^2 的平均值。由此可以推知水平尺度和垂直结构对适应过程的影响。结果是: (a) 当初始场为正压扰动时, 和正压大气一样, 临界尺度 $L_0^* = \sqrt{RT/f}$ 亦与正压大气者差不多。(b) 当初始场为一上下均匀的“非热成风”扰动时(即 $\zeta' \partial(f\phi^{(0)} - \chi^{(0)})/\partial \zeta'$ 不随高度而变), 则大气中上层涡旋场容易维持; 只当水平尺度 $L > L_0^{**}$ 才使气压场维持, 其中 L_0^{**} 随高度增大, 在 $\zeta = 0.5$ 附近 L_0^{**} 接近于 L_0^* , 当 $\zeta \rightarrow 0$ 时 $L_0^{**} \rightarrow \infty$, 即在很高的高空总是风场维持; 在大气低层, 当 $L > L_0^{**}$ 时则是温度场维持。(c) 当初始扰动集中于大气低层时, 水平临界尺度 L_0^{**} 可远小于上述 L_0^{**} 的值, 利于温度场和气压场维持。(d) 在更一般的情况下, 在很高的高空总是温度场维持。由此可以推知: 大气中低空扰动大都是热力成因, 而高空扰动则为动力成因。

陈秋士等^[31]和 Fischer^[32] 也讨论过垂直结构的影响, 得到大体上一致的结论。

叶笃正等^[33]和曾庆存^[33] 都利用斜压大气适应过程的特点解释低空扰动的不同性质。叶笃正等后来还利用这些结果讨论青藏高原热力作用问题。

4. 非线性问题

对非线性原始方程引入特征量和无量纲化, 同样可以推出斜压大气运动中地转适应过程和演变过程是可以区分的。曾庆存^[34]还将解化成积分-微分方程的形式, 研究了适应过程和演变过程的相互影响, 结果和正压大气情况相类似。后来, 又进一步研究了非线性完全适应的条件等问题^[35], 得到:

如果初始扰动满足条件: (1) 总能量为有限, (2) 层结为稳定, (3) 等熵位涡度 Q_s 为正(在北半球), 且当初始扰动沿水平方向为一维扰动, 或者任一等熵面上 Q_s 等值线只有一个中心, (4) 地表面处满足下列二条件中的任一个: (a) 地表面处大气有相同的熵 s^* 而 Q_s 等值线只有一个中心, (b) 地表面处大气的 Q_s 相同而熵 s 等值线只有一个中心, (c) Q_s 等值线和 s 等值线重合且只有一个中心, 则有完全适应。若沿水平方向为一维扰动, 则平衡态为地转平衡; 其余为轴对称旋转平衡。至于(3)和(4)中任一条件不满足, 例如高空 Q_s 有不只一个中心, 或地面上有 Q_s 和 s 的平流, 则扰动永远不趋向于常定状态。

上述结论是就 f 为常数且取准静力平衡近似下的原始方程组而推得的。不作这些假定也可推出大致相同的结论(参见第四部分)。推导上述结论要经过较繁的数学运算, 但原则上和正压大气情况相同, 只需稍加推广。

由此可见, 在斜压大气中, 不但由于内波的存在而使适应过程完成得较慢, 而且由于下界面的存在造成了新的不常定的条件, 使得在较长时段内, 平流作用的结果导致准平衡态随时间不断地演变, 只在很特殊的条件下才有可能趋于常定。

5. 非静力平衡扰动中小尺度运动的适应过程

若不取静力平衡近似,这时在特征波动中还有声波一支。结果是声波能量弥散很快,准静力平衡在较快时段内即可达到。其后才有重力波或重力-惯性波的弥散,小扰动趋于准无水平辐散或即准涡旋运动。当 $f = 0$ 时线性化方程给出涡旋场保持不变,当 f 不为零的常数时则为地转平衡关系。Обухов 等^[22]、Диккий^[36] 和巢纪平^[37]都研究过静力平衡适应问题,由此可以推出相同的结论(尽管彼此所用的方程稍有不同)。

在非线性情况下,也可能有完全的地转适应(水平扰动为一维的情况)或旋转适应(此时对称轴为垂直的,且无垂直运动),如上小节所述。

非静力平衡扰动多发生于中小尺度范围之内,在有非静力平衡扰动时,运动的多时间尺度现象就更明显(如前所述)。叶笃正等^[22-23]对此有详尽的讨论。

要讨论初始扰动的尺度和结构对适应了了的场(或准平衡态)结构的影响,仍需应用位涡度守恒方程。在完全线性化情况下,小扰动的位涡度守恒方程由 Обухов 和 Монин^[22]求得,不过他们对此未进行任何分析。其后,叶笃正和李麦村^[22,23]针对中小尺度运动出推了相应的位涡度守恒方程,其中用到了一些简化,但却考虑到非线性项的重要作用。对于中尺度扰动,他们求得

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\left(\frac{\zeta+f}{c^2}\right) \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right], \quad (24)$$

其中 $\zeta = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y = \Delta \phi$ 为涡度, ϕ 为位势, c 为层结大气波动的特征传速(见第3小节)。引入特征尺度 $L, \bar{\phi}, \bar{\phi}, \bar{\phi}$ 等如下:

$$\zeta = \frac{\bar{\phi}}{L^2} \zeta', \quad \zeta + f = \bar{\phi}(\zeta' + f'), \quad (25)$$

并取 $\bar{\phi} = \bar{\phi} / \bar{\phi}$, 其中 $\bar{\phi}$ 就是绝对涡度的特征量。再引入另一特征水平尺度 $L'_0 = c / \bar{\phi}$, 就可将(24)化成下列无量纲方程:

$$\frac{d}{dt} \left[\ln(\zeta' + f') + \frac{L^2}{L_0'^2} \frac{\partial}{\partial \xi'} \left(\xi'^2 \frac{\partial \phi'}{\partial \xi'} \right) \right] = 0. \quad (26)$$

由此可见,适应后是涡旋场维持还是位势场维持取决于 $L^2 / L_0'^2$ 的大小。对于小尺度运动,有涡度方程(设沿水平方向为一维扰动):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) \zeta = - \left(\frac{g}{\rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad \left(\zeta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad (27)$$

而

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial \psi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial \psi} \right) \left(- \frac{dZ}{dt} \right) = - \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial Z}{\partial \psi} \frac{dZ}{dt} \approx - \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \frac{dZ}{dt},$$

设 $d(\partial \bar{\rho} / u \partial Z) / dt$ 可忽略,则由(27)可得

$$\frac{d}{dt} \left[\zeta' + \frac{1}{u} \left(\frac{g}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial Z} \right) Z \right] = 0, \quad (28)$$

这方程和 Long 由另外方法推得的相同。今对 (u, Z) 引入特征量 (U, H) , (28)化为下列无量纲方程:

$$\frac{d}{dt} \left[\zeta'_y + \left(\frac{H^2}{L_0'^2} \right) \frac{Z'}{u'} \right] = 0. \quad (29)$$

其中 $L_0' = U^2/[g\bar{\rho}^{-1}|d\bar{\rho}/dZ|]$ 。由此可见,当 $H > L_0'$ 时,在平衡态中初始场动力扰动 $\zeta_y^{(0)}$ 的作用很小;而当 $H < L_0'$ 时,则 $\zeta_y^{(0)}$ 的作用占主要地位。由此推知:深厚的对流必须有热力因子作用,而浅薄对流则可由动力作用维持。

6. 有外源和摩擦的适应过程

以上各节的结果都是无能源和无消耗的情况。在实际大气中,太阳辐射、水汽凝结加热其他热源和摩擦地形等的作用都是很重要的,正是由于这些因子的作用才形成了大气环流的平均状态。叶笃正^[6,33](1957)最早论证了大气准地转运动的形成问题,指出地球南北温差 $\Delta\bar{T}$ 和地球自转率 ω 的作用使得大气大尺度运动的地转参数 ε 或 R_0 (见(2))正好是个小量(约为 0.1),故大尺度运动为准地转运动。

在行星边界层内,不能略去粘性作用,地转平衡关系由科氏力、气压梯度力和粘性力的平衡关系代替(Ekman 流)。曾庆存^[10]指出:当此平衡态遭到破坏时,也只在较短时段内即可恢复。

曾庆存和张可苏^[10,30]研究过在热源和摩擦作用下局部地区扰动的地转适应过程,直接应用[34]的公式。结果是:在热源为已知或地面有常定温度场情况(例如洋面上),运动仍有准地转性,外源激发出来的快波振幅比较小。当然,如果热源有很高的频率且持续很长时间,结果会有不同。高空大气潮汐就是由外源激发出来的明显的非地转平衡运动。

水汽凝结起减小 ε^2 的作用,从而可以大大减小 L_0 。故当有大面积凝结发生时,重力内波向四周外传的速率将很慢,地转适应需要很长时间,而且也使气压场扰动的重要性增长。在有中小尺度强降水时,还要考虑层结的水平分布的不均匀性,于是在凝结区内使上升运动加强凝结区外有补偿下沉气流,这样的运动可能进一步抑制波动的产生和外传,形成自行维持的中尺度对流运动状态,只在对流层顶受逆温层限制才有明显的波动并迅速外传。

关于在热源热汇和地形作用下形成大气环流常定(平均)状态问题^[33],从某方面来说也可以看作运动向环境条件的适应。利用准地转模式即可定性地研究这类问题。朱抱真等^[39,40]还得到:准地转运动和热源作用处于准平衡状态是完成得很迅速的,一般只需 10 天左右。当然,这对于演变过程和地转适应过程的特征时间来说是长得多了。

参 考 文 献

- [1] Rossby C. G., On the mutual adjustment of pressure and Velocity distribution in certain simple current systems. 2. *J. Mar. Res.*, 1, 239—263, 1938.
- [2] Cahn A., An investigation of the free oscillations of a simple current system. *J. Met.*, 2, 118—119, 1945.
- [3] Обухов А. М., К вопросу о геострофическом Ветре, *Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз.*, №. 4, 1949.
- [4] Bloin B., The adjustment of a nonbalanced Velocity field towards geostrophic equilibrium in a stratified fluid, *Tellus*, 5, 373—385, 1953.
- [5] Кибель И. А., О приспособлении движения Воздуха к геострофическому. *ДАН СССР*, 104, №. 1, 1955.

- [6] Yeh T. C. (叶笃正), On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere, *J. Met. Soc. Japan*, The 75—th Anniversary Volume, 130—134, 1957.
- [7] 曾庆存, 大气中的适应过程和发展过程, I, II., 气象学报, 33, 2, 3 期, 1963.
- [8] 叶笃正, 李麦村, 大气运动中的适应问题, 科学出版社, 1965.
- [9] Blumen W., Geostrophic adjustment, *Review of Geophysics and Space Physics*, 10, No. 2, 1972.
- [11] 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础, 第一卷, 科学出版社, 1979.
- [11] 曾庆存, 旋转大气运动的非线性相互作用和旋转适应过程, 中国科学, 10 期, 1979.
- [12] Кибель И. А., Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды, Москва, 1957.
- [13] 曾庆存, 初始扰动特性对适应过程的影响和测风资料的使用问题, 气象学报, 33, 1 期, 1963.
- [14] 陈秋士, 简单斜压大气热成风的建立和破坏, I, II., 气象学报, 33, 1, 3 期, 1963.
- [15] Washington W. M., A note on the adjustment toward geostrophic equilibrium in a simple fluid system, *Tellus*, 16, 530—534, 1964.
- [16] 袁重光, 曾庆存, 地转适应过程的数值试验, (1978), (气象学报, 即将发表).
- [17] Howard L. N., Siegmund, On the initial value problem for rotating stratified flow, *Stud. Appl. Math.*, 48, 153—169, 1969.
- [18] Blumen W., Washington W. M., The effect of horizontal shear flow on geostrophic adjustment in a barotropic fluid, *Tellus*, 21, 167—179, 1969.
- [19] 吕克利, 切变基流和非绝热加热对大气适应过程的影响, 全国第二次数值预报会议论文集, 科学出版社, 1979.
- [20] Dobrichman E. M., On Coriolis force variability in the prognostic schemes, *Tellus*, 16, 18—25, 1964.
- [21] Yeh T. C. (叶笃正), On energy dispersion in the atmosphere, *J. Met.*, 6, 1—16, 1949.
- [22] 叶笃正, 李麦村, 大气运动的多时间尺度特征, 全国第二次数值预报会议论文集, 科学出版社, 1979.
- [23] 叶笃正, 李麦村: 大尺度大气运动多时间尺度现象, (1979), (科学通报, 即将发表).
- [24] 李麦村, 大尺度大气运动的阶段性, 中国科学, 6 期, 1979.
- [25] 巢纪平, 关于大气运动多时态特性的物理解释, 全国第二次数值预报会议论文集, 科学出版社, 1979.
- [26] 任荣生, 巢纪平, 旋转大气中运动的多时态特性和时间边界层, 大气科学, 2, 4 期, 1978.
- [27] Matsuno T., Quasi-geostrophic motions in the equatorial area, *J. Met. Soc. Japan*, 44, 25—42, 1966.
- [28] 曾庆存, 斜压大气中的小扰动和地转适应过程, (1964), (未刊).
- [29] 曾庆存, 斜压大气中的特征波动和地转适应过程, 大气科学, 2, 1 期, 1978.
- [30] Монин А. С., Изменения давления в бароклинной атмосфере. *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, №. 4, 1958.
- [31] 陈秋士, 陆名德, 四层模式热成风适应, 气象学报, 34, 3 期, 1964.
- [32] Fischer G., Über die adaption einfacher stromfelder in der atmosphäre, *Beichter des Wetterdienstes*, 12, No. 87, 1963.
- [33] 叶笃正, 朱抱真, 大气环流的若干基本问题, 科学出版社, 1958.
- [34] Цзин Цин-цунь (曾庆存), К вопросу о приспособлении движения к геострофическому В Нелинейном случае, (Доклад на семинаре ИПГ АН СССР, 1960, янв.).
- [35] Монин А. С., Обухов А. М., Малые колебания атмосферы и адаптация метеорологических полей, *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, №. 11, 1958.
- [36] Дикий Л. А., Функция влияния для слабых Возмущений бароклинной изотермической стратифицированной атмосферы, *ДАН СССР*, 143 №. 1, 1962.
- [37] 巢纪平, 论小尺度过程动力学的一些基本问题, 气象学报, 32, 2 期, 1962.
- [38] 张可苏, 在摩擦和热源作用下大气的适应过程, 1963, 中国科学技术大学毕业论文.
- [39] 朱抱真, 王宗皓, 赵明哲, 考虑辐射和运动相互调整的一个长期预报数值模式, 中国科学院地球物理研究所动力气象论文集, 科学出版社, 1961.
- [40] 巢纪平, 许有丰, 二层线性模式里长期天气过程的一些计算, 同上.

THE ADVANCE IN THE INVESTIGATION OF THE PROBLEMS OF THE ADAPTATION PROCESSES IN THE ROTATING ATMOSPHERE, I.

Zeng Qing-cun and Ye Du-zheng

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

The advance in the investigation of the problems of the adaptation processes in the rotating atmosphere is systematically reviewed. The paper consists of 6 sections and is divided into two parts. Here is the first part, including the first 3 sections, and the second part, including the last 3 sections, will be published in the following issue of the Journal. In the first part the following aspects are dealt with: The possibility of separating the whole variation into the geostrophic adaptation and the evolution processes, linear and nonlinear theories on the geostrophic adaptation of the local disturbances, the interaction between the adaptation and evolution processes, the characteristics of multi-time scales of the motion, the character of the disturbances in the equatorial zone, the scale effect and the effect of vertical structure of the initial disturbances, the influence of the variable Coriolis parameter, the energy dispersion process, the adaptation process toward the static equilibrium, and the influence of the thermal factors and friction, etc..