第5卷 第1期
1981年3月

大气科学
SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA

Vol. 5, No. 1
March, 1981

关于流场、高度场的一个客观分析方法*

马吉溥 柯小麒
(南京大学数学系) (中山大学数学系)
朱云桂 狄扬波
(杭州大学地理系) (广东省热带海洋气象研究所)

提　　要

本文介绍一个低纬度流场和高度场客观分析方法，这个方法主要依靠当时观测资料而无需预备场。我们曾在上海气象局台风研究协作期间试验过高度场的客观分析方法。本文则在这基础上探讨低纬流场和高度场的客观分析方法，并进一步地考虑了船舶、飞机等非常规报的利用方案。

一、引　　言

目前，热带地区客观分析方法大多沿用 Cressman 的逐次订正法[1-4]. 此方法需用一个预备场，预备场与实况越接近分析效果就越好。一般，常用预告场或前一时刻分析场作为预备场，这种预备场与实况场之间常常相差很大，尤其在流场变化激烈的时期，更是如此. 我们在上海气象局台风研究协作期间试验过高度场的客观分析方法[5]，在此基础上，我们作了许多改进，用于热带流场和高度场的客观分析. 我们取了观测稳定可靠的台站作为固定台站，利用面积加权方法算出客观分析图作为第一近似，然后加上未加以利用的其他台站和船舶资料、飞机测风和卫星云图推算得到的风资料，利用类似于逐次订正的方法算出第二近似的客观分析图. 我们发现，第一近似的图已与实况十分相近，经过第二步后，与实况更为接近. 目前，我们对飞机风和卫星风的利用尚是静态的，未加以同化，以后改进.

在这一节我们介绍一下本方法的大致步骤：

(1) 在确定欲分析的区域后，我们选取适当的测站，使得以它们为节点，用直线连接成许多三角形，覆盖于整个分析区域. 这样，区域内任意欲分析的网格点必落在某一个三角形之中**.

(2) 在实现网格点气象要素分析之前，我们先将那些缺测站(连同机造站)的风分量

1978年9月27日收到修改稿.

* 本文是热带数值预报协作组的工作总结之一. 中国科学院大气物理研究所陈隆勋、周家斌在工作中给予热心的指导，暨南大学数学系梁文骐在工作中给予大力帮助，在此表示感谢.

** 为了避免所连的三角形由于测站分布不均匀(特别是测站稀少地区)而引起的过于狭长的畸形，我们补加了少量的"机造站"(其风矢、高度资料无需人工补读，而由计算机按本文中我们提出的一个数学公式用邻近测站之值自动补上).

补全. 在此基础上,接着进行缺测站(连同机造站)的高度补全工作.

(3) 近似地认为,风矢在每一三角形内是线性的,进行网格点的风矢分析.

(4) 在网格点风矢分析以后，我们提出了一个用测站高度和风矢以及网格点风矢的二次函数公式,进行网格点的高度场分析.

(5) 为了今后利用船泊、飞机等非常规报，我们以上叙方法获得的流场为预备场，逐点再进行一次补描.

我们学习了国内外现有一些客观分析方法的优点，力求克服 1. 在资料稀少地区与人工分析图差异较大；2. 在资料较密地区,与人工分析的结果相比较,一些闭合系统往往有所减弱,小的闭合系统甚至消失这两个缺点,提出了以下的方法. 当然有待今后实践中进一步改进.

二、补 风

所选测站风和高度资料缺测是经常发生的,而机造站本身原来就没有实测资料. 为了用测站的风矢来分析网格点的风矢,首先要把所测站(包括机造站)的缺风资料补全. 为此，我们总结了预报员在缺风时绘图和分析的经验及要求，归结为一个数学上变分问题，得到一个计算公式. 对于缺测站的风矢，可以根据现有测风资料的相邻站，由计算机按计算公式自动补上. 具体方法如下:

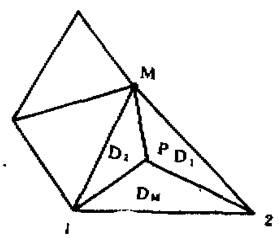

图 1

如图 1 所示,设测站M缺风,以该测站为顶点的有 n 个三角形，除 M 外不再缺风资料. 其中 $\triangle 12M$ 的各顶点的坐标及风分量和高度分别为:

x_1, y_1, u_1, v_1, ϕ_1;

x_2, y_2, u_2, v_2, ϕ_2;

x_M, y_M, u_M, v_M; ϕ_M;

其中 u, v 为风的东西分量和南北分量.

根据上述定义,测站 1, 2 的风分量 u_1, v_1, u_2, v_2 为已知值,而 u_M, v_M 为待求值. 我们近似地认为风矢按线性分布,则 $\triangle 12M$ 内任意点 P 的分量与三顶点风分量的关系按其面积坐标有下面的加权平均关系:

$$
\begin{aligned}
u(x, y) &= \zeta_1 u_1 + \zeta_2 u_2 + \zeta_3 u_M \\
v(x, y) &= \zeta_1 v_1 + \zeta_2 v_2 + \zeta_3 v_M,
\end{aligned} \tag{1}
$$

$$\zeta_1 = D_1/D_0;\ \zeta_2 = D_2/D_0;\ \zeta_3 = D_M/D_0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} \zeta_i = 1.$$

(1) 式中 x, y 表示A 点的坐标，D_1, D_2, D_M 分别为三顶点 1、2、M 所对应的小三角形之面积,而 D_0 为整个三角形面积,即 $D_0 = D_1 + D_2 + D_M$.

我们要求所得到的待求值 u_M, v_M 应该使流场平滑，亦即要求所得到的待求值 u_M, v_M 应该使三角形 $12M$ 内其速度梯度总体平均处于极小状态,即 u_M, v_M 应满足关系:

$$I(u_M)=\frac{1}{D}\iint\limits_{\triangle 12M}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right]dxdy=\min$$
$$J(v_M)=\frac{1}{D}\iint\limits_{\triangle 12M}\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]dxdy=\min, \tag{2}$$

众所周知，满足这个问题的解 u_M, v_M，必须满足以下二个方程：

$$\frac{dI(u_M)}{du_M}=\frac{d}{du_M}\left\{\frac{1}{D}\iint\limits_{\triangle 12M}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right]dxdy\right\}=0$$
$$\frac{dJ(v_M)}{dv_M}=\frac{d}{dv_M}\left\{\frac{1}{D}\iint\limits_{\triangle 12M}\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]dxdy\right\}=0. \tag{3}$$

把 (1) 式代入 (3) 式，经一些简单的基本运算后，我们不难解出 u_M, v_M；

$$\begin{pmatrix}u_M\\v_M\end{pmatrix}=-\left\{[(y_2-y_M)(y_1-y_2)+(x_M-x_2)(x_2-x_1)]\begin{pmatrix}u_1\\v_1\end{pmatrix}\right.$$
$$\left.+[(y_M-y_1)(y_1-y_2)+(x_1-x_M)(x_2-x_1)]\begin{pmatrix}u_2\\v_2\end{pmatrix}\right\}\Big/$$
$$[(x_2-x_1)^2+(y_1-y_2)^2]. \tag{4}$$

由上所述可以看到，以测站 M 为顶点的所有三角形中若三角形另外两个顶点(测站)风分量已知就可以按 (4) 式分别得到测站 M 的待求值 u_M, v_M. 这样，我们按照 (4) 式就可以得到 n 个待求值 $(u_M^{(i)}, v_M^{(i)})$, $i=1, 2, \cdots n$. 再根据三角形面积小者贡献大的原则作加权平均，最后获得 u_M, v_M:

$$\begin{pmatrix}u_M\\v_M\end{pmatrix}=\sum_{i=1}^{n}\frac{D-D_i}{(n-1)D}\begin{pmatrix}u_M^{(i)}\\v_M^{(i)}\end{pmatrix} \tag{5}$$

其中 D_i 为求得 $u_M^{(i)}$, $v_M^{(i)}$ 所相对应的三角形面积，D 为求得 u_M,v_M 的所有三角形面积和，即

$D=\sum\limits_{i=1}^{n}D_i$, 并有

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{D-D_i}{(n-1)D}=1.$$

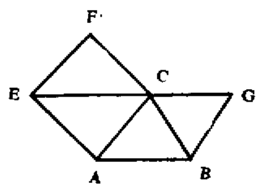

图 2

然而如图 2 所示的情况：A, B 测站有观测值，而 E, C, F, G 测站无观测值。当机器巡补一次，则只能由 A, B 的风矢求得测站 C 的风矢，而 E、G、F 站会遗漏. 但当机器第二次巡补时，就可以用 A, C 的风矢求得 E 的风矢. 而由 B, C 的风矢求得 G 的风矢量. 这样当机器巡补若干次，总可以将全部缺风站补全. 诚然，测站的风矢不能缺少太多. 否则会引起较大误差.

三、补 高 度

在补全风的资料以后，我们再进行一次补高度的过程.

如图 1 所示，假设测站 M 的高度 ϕ_M 缺报，若以 M 为顶点的共有 n 个三角形，除 M

测站外不再缺高度. ϕ_M 为未知的待补值.

我们知道地转关系为

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}=K\frac{f}{m}v$$
$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=-K\frac{f}{m}u, \tag{6}$$

式中 ϕ 是位势高度, u, v 为实测风分量, f 为科氏参数, m 是地图放大因子, K 是实测风与地转风的平均比值(经验常数)与位势高度和坐标单位比例常数的乘积.

由 (6) 式可得 ϕ 的全微分表示式:

$$d\phi=\frac{\partial\phi}{\partial x}dx+\frac{\partial\phi}{\partial y}dy$$
$$=K\frac{f}{m}[vdx-udy]. \tag{7}$$

现在我们将 (7) 式分别沿直线段 $\overrightarrow{1M}$ 及 $\overrightarrow{2M}$ 积分,可得到近似式:

$$\phi_{1,M}=\phi_1+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)}_1[(x_M-x_1)(v_M+v_1)-(y_M-y_1)(u_M+u_1)]$$
$$\phi_{2,M}=\phi_2+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)}_2[(x_M-x_2)(v_M+v_2)-(y_M-y_2)(u_M+u_2)], \tag{8}$$

其中 $\phi_{1,M}$ 及 $\phi_{2,M}$ 分别代表沿 $\overline{1M}$, $\overline{2M}$ 直线段积分得到的 M 点的高度, $\overline{\left(\frac{f}{m}\right)}_i=\frac{1}{2}\left(\frac{f_i}{m_i}+\frac{f_M}{m_M}\right)$, $i=1, 2$. 由于观测误差及地转近似等,所得到的 $\phi_{1,M}$, $\phi_{2,M}$ 不会相同. 为了消除由于各种误差所引起的扰动,我们用 $\phi_{1,M}$, $\phi_{2,M}$ 作如下的加权平均得到 M 点的高度 ϕ_M:

$$\begin{aligned}\phi_M=-\{&[(y_2-y_M)(y_1-y_2)+(x_M-x_2)(x_2-x_1)]\phi_{1,M}\\&+[(y_M-y_1)(y_1-y_2)+(x_1-x_M)(x_2-x_1)]\phi_{2,M}\}/\\&[(x_2-x_1)^2+(y_1-y_2)^2].\end{aligned} \tag{9}$$

由上,可以看到,以 M 测站为顶点的所有三角形中,若三角形另外两顶点(测站)的高度值已知,我们就可以按 (8), (9) 式得到 M 测站的高度 ϕ_M. 这样我们按 (8), (9) 式从 n 个三角形可以得到 M 测站的 n 个高度 $\phi_M^{(i)}$, $i=1, 2, \cdots n$. 现在再对 n 个 $\phi_M^{(i)}$ 根据三角形面积小者贡献大的原则作加权平均,最后得到 ϕ_M:

$$\phi_M=\sum_{i=1}^{n}\frac{D-D_i}{(n-1)D}\phi_M^{(i)}, \tag{10}$$

其中 D_i 为求得 $\phi_M^{(i)}$ 所相应的三角形面积,而 D 为求得 ϕ_M 的所有三角形面积和,即

$$D=\sum_{i=1}^{n}D_i.$$

与前面补风时的情形一样,让计算机巡补若干次,就可以把所有缺少的测站高度补全.

四、流场的分析

前已讲到，以测站为顶点所连成的诸三角形覆盖整个分析区域．故区域上任一所要分析的网格点一定落在某一个三角形中．今设有一格点 P，其坐标为 x, y，若在以测站 1, 2, 3 为顶点的三角形中(如图 3 所示)．分别连接 $P1, P2, P3$ 形成三个小三角形．D_1, D_2, D_3 分别为各顶点所对应的小三角形的面积，D 为三角形 123 的面积．则有 $D = \sum_{i=1}^{3} D_i$，而 P 点的风分量就可以由 1，2，3 三顶点的风分量按面积坐标 ζ_i 作加权平均求得：

$$
\begin{aligned}
u(x, y) &= \sum_{i=1}^{3} \zeta_i u_i \\
v(x, y) &= \sum_{i=1}^{3} \zeta_i v_i, \\
\zeta_i &= D_i/D, \\
\sum_{i=1}^{3} \zeta_i &= 1.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

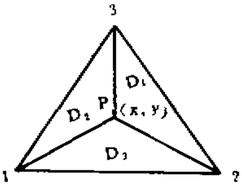

图 3

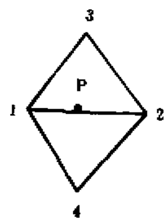

图 4

在一般情况下，格点 $P(x, y)$ 落在一三角形内，所以按 (11) 式求得的 u, v 应包含在三顶点的风的影响．当 P 点落在边界如 $\overline{12}$ 上时，则 $\zeta_3 = 0$，由 (11) 式表明 P 点 u, v 只与点 1, 2 的风分量有关．这时 P 也可以看成处在 $\triangle 412$ 的 $\overline{12}$ 边上，从 $\triangle 412$ 来看 P 点的 u, v 也只与 1, 2 的风分量有关，与 4 点的风分量无关(如图 4 所示)．因此风分量在边界上保持连续性．而如果格点 P 与某一顶点(测站)重合时，比如 $P = 1$，则 $D_2 = D_3 = 0$, $D_1 = D$，按 (11) 式表明 $u = u_1$, $v = v_1$．即格点的 u, v 就与测站本身的风分量相同，因此保持测站值．

五、高度场的分析

在流场分析以后，接着考虑风对高度的影响，应用地转近似所得到的高度 ϕ 的全微分关系式 (7)．分别就图 3 中的 P 与 3 (或 1, 2 两点)点写成差分，(7) 中的风，和 f, m 一样，取作两点的平均值，得到

$$\phi_{3P}=\phi_3+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)_3}[(v+v_3)(x-x_3)-(u+u_3)(y-y_3)],$$

$$\phi_{2P}=\phi_2+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)_2}[(v+v_2)(x-x_2)-(u+u_2)(y-y_2)], \tag{12}$$

$$\phi_{1P}=\phi_1+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)_1}[(v+v_1)(x-x_1)-(u+u_1)(y-y_1)]$$

由于观测误差和地转近似等原因，ϕ_{3P}，ϕ_{2P}，ϕ_{1P}会有差异，现在我们用面积坐标作加权平均滤去扰动，最后获得 P 点的高度值：

$$\phi(x,y)=\sum_{i=1}^{3}\zeta_i\left\{\phi_i+\frac{K}{2}\overline{\left(\frac{f}{m}\right)_i}[(v+v_i)(x-x_i)-(u+u_i)(y-y_i)]\right\}, \tag{13}$$

式中 ϕ_i 表 1, 2, 3 测站的高度；u_i，v_i 代表 1, 2, 3 测站的风分量；f_i，m_i 代表 1, 2, 3 测站的柯氏系数和地图放大因子；x，y，x_i，y_i 代表格点及测站 1, 2, 3 的坐标.

六、非常规资料的处理

我们的方法中，三角形信息是固定的，所以对其余的测站资料，流动船舶资料，飞机风和卫星风等非常规资料均未能利用. 为了克服这个缺点，我们作了第二近似的分析，介绍如下. 我们将上述方法获得的场作预备场并设格点 M_0 上值为 $u_{(0)}$. 如果三角形中有 n 个船舶、飞机等流动站，那么我们就利用这 n 个非常规报，对含于该三角形中的格点逐一的进行订正. 令 $u_{(i)}$，$i=1,2,\cdots N$，表示非常规报以及作为该三角形顶点的固定极 ($N\leqslant n+3$)，r_i 表示格点 M_0 到每个(共N个)上述站的距离，则 $u_{(0)}$ 的订正值为

$$u=u_{(0)}-\sum_{i=1}^{N}\eta_i(u_{(0)}-u_{(i)})$$

其中

$$\eta_i=\frac{1}{r_i}\Big/\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{r_i}.$$

我们知道，飞机测风报告并不定时和位于我们所需的规定高度，我们取分析时刻 ±1 小时内，37000—41000 英尺间（对 200 毫巴）的测值，不加同化作为非常规资料而加以使用. 由于 850、200 毫巴附近副热带和热带地区风速垂直变化大，所以我们在使用飞机风、卫星风时只用它们的风向而不用风速值，由本文所用的补缺测资料方法来补出. 具体地说，即视其为缺测，补出 u，v 分量，再算出风速 $\sqrt{u^2+v^2}$. 然后利用补出的风速和实测的飞机风、卫星的风向值组成新的非常规观测值，由此作第二近似的客观分析.

七、试 验 结 果

我们对 1976 年 9 月 14 日 08 北京时的流场和高度场进行了试验分析. 图 5—7 分别

是 850、500、200 毫巴客观分析图．图 8 是 500 毫巴实况图．其中 850 和 500 毫巴完全是由常规资料分析出来的，即为第一近似的分析图，200 毫巴则加上了飞机报等非常规资料，即为第二近似的分析图．在图 5—7 中，我们未加人造台风流场．

与实况图对比看来，在资料稠密地区，客观分析图和人工分析图就天气系统来说均分析出来了，除台风外，系统的流场强度也比较符合．例如，西太平洋地区 200 毫巴上空，由于加了非常规报，许多反气旋和气旋式涡旋均分析出来了．我们曾作了 500 毫巴人工分析的 u, v 场，人工分析的 u 和客观分析的 u 二者离差为 3.0 米/秒．

由图 6 和图 8 比较来看，在印度洋地区，二者分析的结果十分不同．该地区记录稀少，人工分析是由位于非洲内陆的测站加上气候概念判断而分析出来的，而本文的客观分析则完全是外插结果，看来尚需加以改进．

参　考　文　献

[1] Bedient, H. A. and Vederman, J., Computer Analysis and Forecasting in the Tropics, *Monthly Weather Review*, 92(12), 565—577, 1964.

[2] Luckenbach, G. E. and Vernon M. H. Von, The Cooperative Meteorological Effort at Pearl Harbor Hawaii, *Proceedings Symposium Tropical Meteorology*. H. I-1, 1970.

[3] Nicholson, H. E., Tropical upper air Analysis and Forecasting by computer at Fleet Weather Central, Pearl Harbor, *ibid.*, H II-1, 1970.

[4] Cressman, G. P., An Operational Objectioe Analysis System, *Monthly Weather Review*, 87(10), 367—374, 1959.

[5] 马吉溥，一个含有台风高度场的客观分析方法，南京大学学报(2)，93—103，1975.

AN OBJECTIVE ANALYSIS METHOD OF STREAMLINE AND HEIGHT FIELD

Ma Ji-pu

(Department of Mathematics, Nanking University)

Ke Xiao-qi

(Department of Mathematics, Chungshan University)

Zhu Yun-gui

(Department of Geography, Hangzhou University)

Di Yang-bo

(Kwangtung Tropical Marine Meteorological Institute)

Abstract

In this paper an objective analysis method of streamline and hieght field at low latitude is proposed. In this method mainly the present observed values are used, while the preliminary fields are not necessary. It has been tested for hieght field in Shanghai Typhoon Institute. The ship's and airplane's report are applied.