

应用经验正交函数作梅雨天气 形势预告试验

陈于湘 王宗皓

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文叙述用经验正交函数序列作梅雨结束期副热带高压天气形势的统计预报试验。试验用1960年6月1—30日20时每天的500毫巴高度资料统计计算经验函数。采用预报时间间隔为一天的时间序列自回归方法,可以预报出副高西进、北抬与维持的趋势。预报结果几乎不受预报区域边界的影响,说明存在时间平流作用。

一、经验函数的特性

目前,有两类函数族能赋予浓厚的气象学特征,是值得深入研究和广泛应用的。这就是经验正交函数族和哈佛(Hough)函数族。这两类函数族的产生是大不相同的。前者是由气象要素场的资料,计算协方差矩阵的特征函数而得经验正交函数族,它反映气象要素之间的统计协调关系;后者是动力模式方程的特征函数,反映气象要素之间的动力学模式协调关系,比如风场和质量场的动力热力学关系。这两类函数不受纬度的限制,而且两者都是正交完备函数族,物理意义清楚,适合作为全球气象要素资料调和分析的基底函数^[1-3]。因此,都可以用来浓缩气象资料的信息,节省资料通信的信息量^[4];都可以用来作资料处理和资料同化;都是天气形势分析的数学工具^[1,4]。尤其值得提出的,这两类函数都可以作为基底函数,建立特殊的谱模式,制作动力天气预报或统计动力天气预报^[1,3,5]。经验函数也像其它的多项式(如差分、样条、有限元等)、特殊函数(如球面函数、Hough函数等)一样,可以组成从资料输送、接收和分析,模式计算,以及预报产品输送全过程的自动化分析预报分系统,是数值天气预报工程化的重要组成部分。

本文是在工作[4]的基础上,用经验函数试作我国江南梅雨天气的500毫巴形势预报。使用经验函数最方便之处是不像数值预报那样,受区域形状、范围的限制,也不像数值预报那样,对边界值误差过分敏感。经验函数也可以用来制作统计天气形势预报。下面叙述用经验函数作梅雨结束期副高北抬的统计预报,以及个例预报结果的评估。

二、预报方案

预报范围是100—125°E, 20—40°N。在这个范围内挑选30个高空站,资料选取早

1979年9月26日收到,1980年2月28日收到修改稿。

梅年,即 1960 年 6 月 1—30 日每日 20 时 500 毫巴高度场的距平值(对本站平均值之差),将测站连同资料按 $j = 1, 2, \dots, 30$ 编号;观测时次按 $i = 1, 2, \dots, 30$ 编号。这样组成观测矩阵 H :

$$H = (h_{ij}).$$

作 H 的协方差矩阵

$$W = H'H$$

H' 为 H 的转置矩阵。协方差矩阵元素

$$W_{ij} = \frac{1}{30} \sum_{v=1}^{30} (H_{iv} - \bar{H}_i)(H_{jv} - \bar{H}_j) \quad (1)$$

平均值

$$\bar{H}_i = \frac{1}{30} \sum_{v=1}^{30} H_{iv}.$$

计算协方差矩阵 W 的特征值 λ_k 和特征向量 $x_k (k = 1, 2, \dots, 30)$; 特征向量族 $\{x_k\}$ 是正交的,它们只是空间变量 s 的函数,且须满足

$$x_k(s)x_p(s) = \begin{cases} 1, & \text{当 } k = p \\ 0, & \text{当 } k \neq p \end{cases} \quad (2)$$

这就是通常所谓的经验正交函数族。用函数族 $\{x_k\}$, $k = 1, 2, \dots, 12$ 作基底函数,将各站的高度值作调和展开

$$\begin{pmatrix} H_{1,1} & H_{2,1} & \dots & H_{30,1} \\ H_{1,2} & H_{2,2} & \dots & H_{30,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{1,30} & H_{2,30} & \dots & H_{30,30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{1,1} & T_{2,1} & \dots & T_{12,1} \\ T_{1,2} & T_{2,2} & \dots & T_{12,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{1,30} & T_{2,30} & \dots & T_{12,30} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1,1} & X_{2,1} & \dots & X_{30,1} \\ X_{1,2} & X_{2,2} & \dots & X_{30,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1,12} & X_{2,12} & \dots & X_{30,12} \end{pmatrix} \quad (3)$$

第三节将讨论截取前 12 个特征向量即经验函数是可行的。

由展开式(3)可以看出,若能通过某种方法将 $T_{k,i}(t)$ 在 $i = 31, 32, 33, \dots$ 时刻的值预报出来 ($k = 1, 2, \dots, 12$, t 表示时间变量),则用(3)式即可计算出 $H_{i,j}(t, s)$ 在时刻 $i = 31, 32, 33, \dots$ 的预报值。有两种具体办法可以实现这样的预报:一种是统计动力预报方法,另一种是概率统计方法。本文讨论用平稳时间序列试验的结果。

三、截断项数的确定

实际上,(3)式收敛较快,这可以从特征值 λ_k 按大小顺序 $k = 1, 2, \dots, 30$ 排列的分布曲线(图略)急速下降的趋势看出。取前面 $k = 1, 2, \dots, 12$ 项已足够精确。

前 12 项的方差估计式为

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{12} \lambda_k}{\sum_{k=1}^{30} \lambda_k} = 6.0\%$$

这就是说,取前 12 项展开,可以达到 94% 的准确度。由以上几点可以决定,截取项数取为 12 是合理的。

另外,需要指出,三个主要的经验函数(特征向量) x_1, x_2, x_3 的平面分布图(略)与同

年5月1日到7月30日20时共90天算出的经验函数^[3],在形势上基本相似。这说明,用这年6月份的30天资料所产生的经验函数,基本上能反映出这年夏季天气形势的主要特征。

四、时间序列 $\{T_{ki}(t)\}$ 的预报公式

将 $\{T_{ki}(t)\}$ 视为平稳的时间序列,对 $k=1$ 到 $k=12$ 各项作相隔1天、2天和3天的自回归预报。我们假定某天的 T_{ki} 值仅与它前10天的值有关。这样,对于30点的序列就有18次的历史拟合次数。历史资料拟合的起报点 M 取值从10到27。图1中6月30日以后的点线部分是预报值。取线性模型

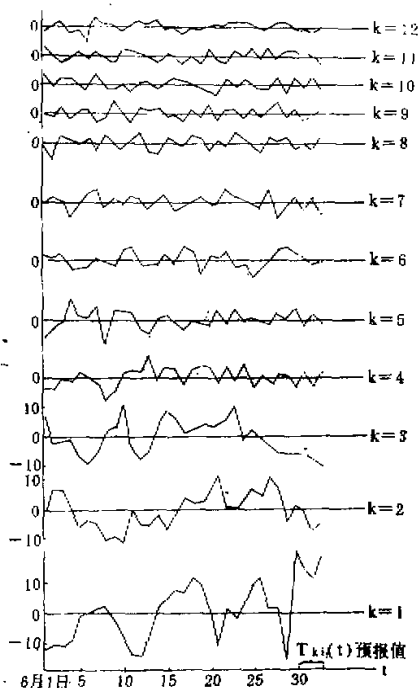


图1 1960年6月1—30日
500mb $T_{ki}(t)$ 分布

的自回归预报。我们假定某天的 T_{ki} 值仅与它前10天的值有关。这样,对于30点的序列就有18次的历史拟合次数。历史资料拟合的起报点 M 取值从10到27。图1中6月30日以后的点线部分是预报值。取线性模型

$$Q_k = \sum_{M=10}^{27} \delta_{M,k}^2 \quad (4)$$

M 的点数(27-10)表示历史资料预报(拟合)次数; $\delta_{M,k}$ 为残差,由下式决定,

$$\delta_{M,k} = T_{k,M+d} - \sum_{i=1}^{10} a_{d,M-i+1} \times T_{k,M-i+1} \quad (5)$$

式中 i 为预报时所用资料的点数 $i=1, 2, 3, \dots, 10$ 。将历史资料(即序列值)代入(4)式,得一组矛盾方程。取适当的 $a_{d,N}$ (这里 $N=M-i+1$) 使得

$$\frac{\partial Q}{\partial a_{d,N}} = 0 \quad (6)$$

将(5)式代入(4)式,再按(6)式对 $a_{d,N}$ 微分,得正规方程

$$R \cdot A = B$$

式中, R 为相关矩阵, A 为(5)式中的系数 $a_{d,N}$ 矩阵或行向量, B 为相关矩阵或行向量。[3]中有此种计算方案。预报系数 $a_{d,N}$ 有 k 组,即每条时间序列 $\{T_{ki}(t)\}$ 各有一组预报系数 $a_{d,N}$, 将它代入下式,得 $\{T_{ki}(t)\}$ 的预报值

$$T_{k,\mu} = \sum_{i=1}^{10} a_{d,N} T_{k,i} \quad (7)$$

式中 $\mu=31, 32, 33$ 。图1中12条 $T_{ki}(t)$ 分布曲线的点线部分,就是按(7)式计算的。

有了 $T_{k,31}$, $T_{k,32}$, $T_{k,33}$, 就可以按 (3) 式计算出 500 毫巴面上各站的高度距平值, 再加上相应站的平均值, 就得预报图。

五、预报图的评估

这是一次试验预报, 目的是检验用经验正交函数展开 500 毫巴高度场, 将所得的时间变化部分 $T(t)$ 作为平稳时间序列, 外推 500 毫巴高度场, 看其能否报出梅雨结束期的副高进退和维持。现对 1960 年 6 月下旬副高西进北抬的趋势预报作质量评估。

从 1960 年 6 月 1—30 日 20 时历史资料 500 毫巴图上可以看出, 6 月下旬梅雨即将结束期间, 太平洋副高在 26—27 日有西进北抬的趋向, 但还难以肯定。28—29 日, 太平洋副高靠近我国东海岸, 但又东移出海, 江淮流域大部分地区基本上维持低压区, 副高的进退尚难预料。

6 月 30 日 20 时 500 毫巴东亚形势特征是, 乌拉尔山地区为一脊, 贝加尔湖至渤海湾为槽区。日本以南太平洋上的副高中心位置在 140°E 、 28°N , 我国南海岸仍处副高边缘。从兰州到广州一线出现低压带 (见图 2)。这时副高的西进北抬, 似仍难以料定。

7 月 1 日 20 时 500 毫巴的东亚形势特征是, 北方槽区迅速东移到库页岛, 在乌拉尔山到贝加尔湖地区出现倒槽。原在太平洋上的副高中心西移到 130°E 、 26°N 。我国黄河以南地区基本上被副高控制。实测高度值普遍增高 (图 3b)。图 3a 是 7 月 1 日的预报图, 基本上预报出了这一形势特征。江淮流域的高度值比 6 月 30 日升高了, 不过其数值略低于 7 月 1 日的实测值。

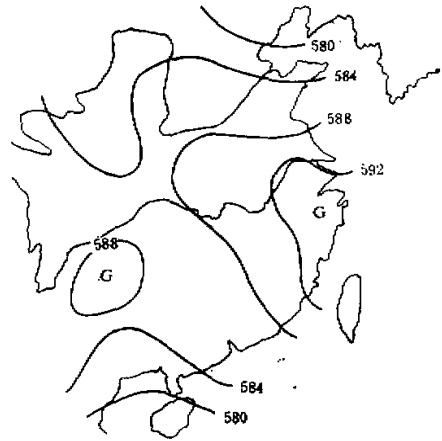


图 2 1960 年 6 月 30 日 20 时
500mb 高度实况

7 月 2 日, 北方槽继续东移到白令海上; 太平洋副高中心继续西移北上到我国东海岸, 大陆上副高有所增强。7 月 3 日 20 时, 原在贝加尔湖以北的低压和白令海低压继续加深; 大陆上副高仍然维持。这两天 500 毫巴图上东亚地区的这一形势特征, 在预报图 5a 和 6a 上都有反映, 趋势报对了。但在数值上比实况偏低, 强度不够。

从 7 月 1—3 日的预报图 (图 3a, 4a, 5a) 上看出, 虽然我们把预报区域的边界放在副高活动范围的中部, 副高中心在边界上或靠近边界, 但仍能报出大陆副高的加强和副高中心西进北上的总趋势。这说明, 用经验正交函数作这样的统计预报, 受边界的影响不明显, 似乎与动力数值预报不同。这是很可取的优点。在我们这样大的范围内, 进行三天数值预报是不可能的, 边界值误差的影响由于平流的原因, 一定会造成很大的误差。至于在数值上低于实况, 同样在动力数值预报上也是常见的现象。比如“整层降低”现象就是大

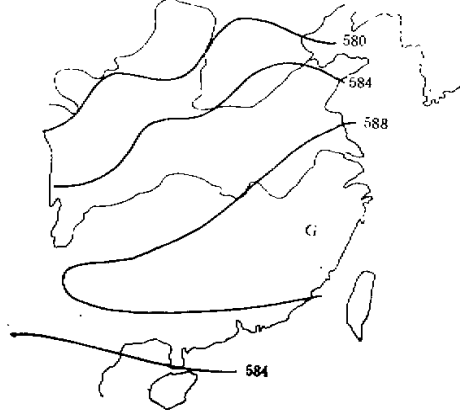


图 3a 1960 年 7 月 1 日 20 时
500 毫巴高度预报图

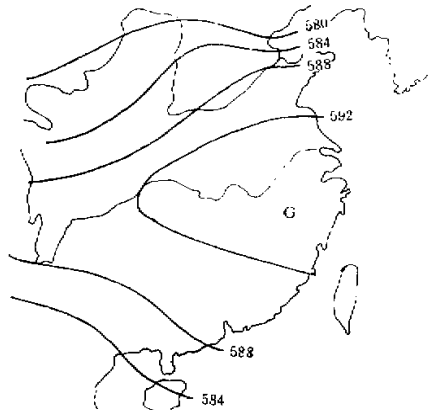


图 3b 1960 年 7 月 1 日 20 时
500 毫巴高度实况图

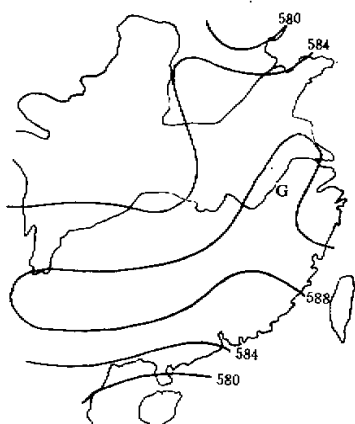


图 4a 1960 年 7 月 2 日 20 时
500 毫巴高度预报图

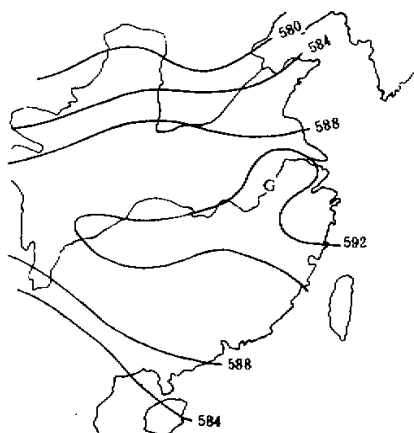


图 4b 1960 年 7 月 2 日 20 时
500 毫巴高度实况图

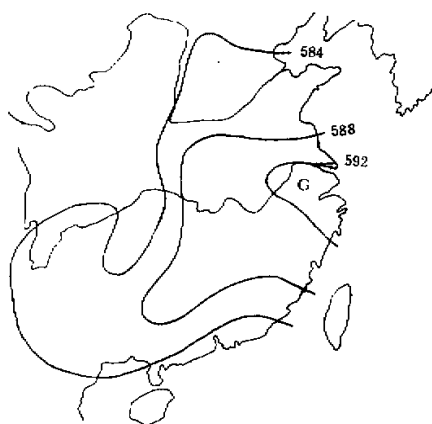


图 5a 1960 年 7 月 3 日 20 时 500
毫巴高度预报图

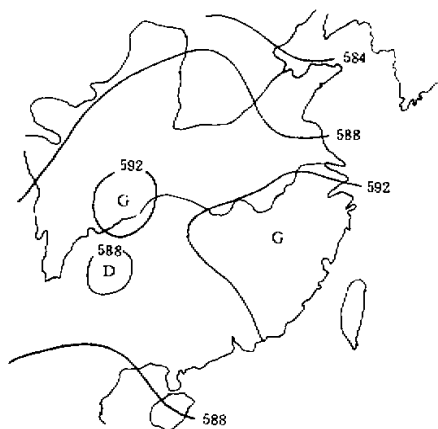


图 5b 1960 年 7 月 3 日 20 时 500
毫巴高度实况图

家所熟知的,至今还不明其故。需要进一步研究改善数值偏低的情况。

最后,我们提出一个值得讨论的问题:空间平流和时间平流的问题。众所周知,正压模式的数值预报,平流作用显然是很重要的。预报区域内强盛的天气系统,沿气流方向平流到另一地区。如果原来强盛的天气系统位于边界上,因边界固定而阻止平流,必定使预报质量下降,甚至无法进行较长时间(比如三天以上)的预报。但从我们得到的三天预报图(图 3a, 4a, 5a)看出,边界固定在副高活动地区,并没有明显阻碍位于预报区之外强盛的副高向预报区内部发展。这是什么机理?如果说平流机理仍然起作用的话,那么是由空间平流呢还是时间平流?我们这里的“时间平流”是指只沿着时间轴,是从历史资料中演变的意思。我们认为,预报图中的副高发展趋势之所以能够预报出来,其机理与空间平流无关,完全由于平流的时间分量造成的。

参 考 文 献

- [1] 季仲贞、刘克武、吴津生、王宗皓, Hough 函数及其在天气分析和预报中的应用,《天气分析预报计算机方法(文集之一)》,中国科学院大气物理研究所第二研究室印,1978。
- [2] 王宗皓,识别相似天气图——主分量分析方法,《全国第二次数值预报会议文集》,科学出版社,1978。
- [3] 王宗皓、李麦村等编著,天气预报中的概率统计方法,科学出版社,1974。
- [4] 陈于湘,自然正交函数在梅雨天气分析中的应用,《气象学报》,第 39 卷第 2 期,1981。
- [5] 郑庆林、杜行远,使用多时刻观测资料的数值预报新模式,《数值预报和数理统计预报会议论文集》,科学出版社,1974。

A FORECASTING EXPERIMENT FOR THE SYNOPTIC SITUATION OF "MEI-YU" USING THE EMPIRICAL ORTHOGONAL FUNCTIONS

Chen Yu-xing Wang Zhong-hao

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, a statistical forecasting experiment for the synoptic situation of subtropical high in the later period of "Mei-Yu" is performed by the use of empirical orthogonal functions. In this experiment, the empirical orthogonal functions are calculated by statistical method. The data are taken from 500 mb daily geopotential height, from June 1 to 30, 1960.

The development tendency of subtropical high, moving westward or northward, or maintaining, can be forecasted, if the method of self-regression in time sequence is used. The time interval is 1 day. The predicted results are almost not affected by the boundary of the domain, which indicates that the effect of time-advection is present.