

湍流大气中光波的波结构函数

孙毅义*

(中国科学院安徽光机所)

提 要

波结构函数是描述光波在湍流大气中传输的一个重要参数,因而波结构函数的精确测定并合理地选择理论模型的工作很有意义。本文简要地讨论了用检测光外差系统信噪比的方法检验并合理选择波结构函数的理论模式。实验结果表明:在近地面层内,根据常用的 Kolmogorov 三分之二次方定律建立的波结构函数存在一定的局限性,尤其在湍流强度加大时,与实际测到的波结构函数偏离更大。而以修正了的 von Karman 谱为基础的 Lutomirski 和 Yura 的波结构函数的理论结果描述近地面的湍流特征比较合适。

光波在不均匀介质中传输时,由于介质的不均匀性引起光波的波前畸变、强度起伏。要正确地描写这些变化,就必须精确地描述这种不均匀性。大气湍流的不均匀性是随机的,因而只能对这些光学变化作统计描述。我们常用波结构函数来描述这些光学变化量的统计规律。在大量实际应用问题中,如光外差探测系统的信噪比、经大气传输后所能得到的极限分辨本领,以及有限孔径发出的相干波在远处造成的平均辐照度的分布等等,波结构函数是极为重要的。

在湍流大气中,波的传输理论及其在探讨光学系统性能的应用中,折射指数的不均匀性起着基本的作用。Obukhov 和 Kolmogorov 引进惯性子区的概念,导出了著名的折射指数结构函数的横向间距关系的三分之二次方定律,这个大气边界层的模型已为不少实验结果所证实;然而,也有一些光学方面的实验证据^[1,2,3]表明:在离地几米以内的近地面光路中,并不符合上述模型。在这一重要的光波传输层内,我们用检测光外差系统信噪比的方法,研究湍流大气中传输的相干光的波结构函数,并确定近地面大气传输的模型。

激光束在湍流大气中传输的波结构函数至今已作了大量的研究,其中 Tatarski 和 Lutomirski 的理论工作比较成功,得到了广泛的应用。

Tatarski^[4] 求得了在局地均匀、各向同性的湍流介质中传输的平面波的波结构函数

$$D(\rho, Z) = 8\pi^2 K^2 Z \int_0^\infty [1 - J_0(K\rho)] \Phi_n(K) K dK, \quad (1)$$

并采用表示大气折射指数起伏的 Kolmogorov 谱密度

$$\Phi_n(K) = 0.033 C_n^2 K^{-11/3}, \quad L_0^{-1} \ll K \ll l_0^{-1}, \quad (2)$$

Kolmogorov 谱密度在惯性子区内存在。于是求得波结构函数

$$D(\rho, Z) = 2.91 k^2 C_n^2 Z \rho^{5/3}, \quad l_0 \ll \rho \ll L_0, \quad (3)$$

1980年12月27日收到,1981年8月20日收到修改稿。

* 宋正方同志参加部分工作。

其中 $l_0 = 2\pi l'_0$ 和 $L_0 = 2\pi L'_0$ 分别为湍流的内尺度和外尺度; $k = 2\pi/\lambda$; C_n^2 是折射指数结构常数; Z 为传输距离; ρ 为间距。

Lutomirski 和 Yura^[5,11] 使用修正了的 von Karman 谱密度

$$\phi_n(K) = \frac{0.033 C_n^2 \exp[-(KL'_0)^2]}{(K^2 + L_0'^{-2})^{11/6}}, \quad (4)$$

对上述的结构函数作了修正,求得

$$D(\rho, Z) = 2.91 k^2 Z C_n^2 \rho^{5/3} [1 - 0.8(\rho/L'_0)^{1/3}], \quad (\text{平面波})$$

$$D_s(\rho, Z) = 1.09 k^2 Z C_n^2 \rho^{5/3} [1 - 0.71(\rho/L'_0)^{1/3}], \quad (\text{球面波}) \quad l_0 \ll \rho \ll L_0 \quad (5)$$

$$\text{和} \quad Z_c \cong [0.39 k^2 C_n^2 L_0'^{5/3}]^{-1}. \quad (6)$$

Z_c 表示波的平均场衰减到光源的 e^{-1} 时的传输距离; 定义此时的横向间距 ρ 为相干直径 ρ_0 。可以看到在 Kolmogorov 模式的惯性子区 ($l_0 \ll \rho \ll L_0$) 内, 波结构函数中 ρ 的幂指数关系将是 $\rho^{5/3} [1 - 0.8(\rho/L'_0)^{1/3}]$ 的形式, 已不再是 Tatarski 所指出的简单的 5/3 关系。

Fried^[7] 已经详细地研究了湍流大气使光波波前畸变的光外差探测问题, 求得了湍流大气使光波波前畸变情况下的外差探测信噪比:

$$\langle S \rangle / N = 4(\eta/c) \langle A_s^2 \rangle \mathcal{D}^2 \int_0^1 x dx K_0(x) \exp \left[-\frac{1}{2} D(\mathcal{D}x, Z) \right], \quad (7)$$

并引入函数

$$\psi = \frac{32}{\pi} \left(\frac{\mathcal{D}}{\rho_0} \right)^2 \int_0^1 x dx K_0(x) \exp \left[-\frac{1}{2} D(\mathcal{D}x, Z) \right], \quad (8)$$

为受大气畸变影响的接收孔径直径上的信噪比关系。其中 A_s —信号光束振幅, η/c —以每单位能量作用下所产生的电子数为量度的检测效率, $\mathcal{D}$ 是接收孔径直径, K_0 为面积因子, 其定义为

$$K_0(x) = \begin{cases} 0 & x > 1 \\ \frac{1}{2} [\cos^{-1}(x) - x(1-x^2)^{1/2}], & x \leq 1. \end{cases}$$

因此, 存在大气干扰影响时的信噪比

$$\langle S \rangle / N = (\pi/8) (\eta/c) \langle A_s^2 \rangle \rho_0^2 \psi. \quad (9)$$

没有大气干扰影响时的信噪比

$$S/N = (\pi/8) (\eta/c) \mathcal{D}^2 A_s^2. \quad (10)$$

Fried 根据 Kolmogorov 的三分之二次方的湍流理论, 将方程 (3) 的波结构函数形式代入方程 (8), 求得了归一化信噪比与归一化直径的关系曲线。由图可见, 在 $\mathcal{D} = \rho_0$ 处, 曲线出现一个明显的拐折, 在 $\mathcal{D} < \rho_0$ 的范围内, 信噪比将随着接收口径的增大而增加; 而在 $\mathcal{D} > \rho_0$ 的范围内, 再增大接收口径也不会使信噪比得到很大的改善, 并存在一个极值。

Lutomirski 和 Yura 根据修正了的 von Karman 谱模型, 即非 5/3 次方关系, 采用方程 (5) 表示的波结构函数, 求得的归一化信噪比与归一化接收口径的关系曲线列于图 2, 该曲线表明: 在 $L'_0 = 1$ 米的情况下, 信噪比将随着接收口径的加大而增加, 只在 $\mathcal{D} \gtrsim \rho_0$

的范围内曲线稍有弯曲,表示信噪比随口径加大而增加的速率变慢。

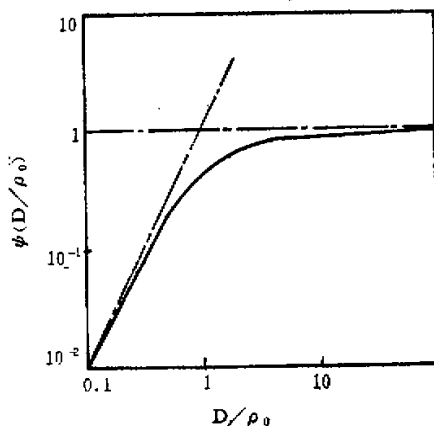


图1 归一化信噪比 $\psi(D/\rho_0)$ 与归一化直径 D/ρ_0 的关系。Fried 的理论结果

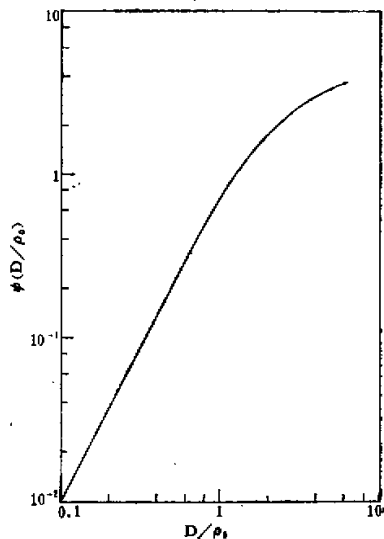


图2 10.6μ 外差探测系统的归一化信噪比与归一化接收孔径的关系, Lutomirski 和 Yura 的理论结果

近十年来已经开展了一些验证理论模式的实验工作。由于测量波结构函数的实验工作比较复杂,大部分工作是在较短的大气光程上完成的。尽管如此,所得结果已经表示出不符合简单的 $5/3$ 的关系^[2]。

为了研究近地面层内光波传输的波结构函数,一九七九年夏秋之际,我们在比较理想的平坦的 2.7 公里折返光程上(下垫面为杂草),进行了 10.6μ CO_2 激光外差系统信噪比的直接测量(接收系统孔径 $\phi 22$ 厘米,光路离地平均高度约 1.5 米),完成了相干光源在湍流大气中传输的波结构函数的实验检测。

实验中采用 CO_2 激光零拍外差探测技术,即利用同一 CO_2 单频激光源,经锗分束器将激光束分成两束,一束经大气长光程传输作为信号光束;另一束未经长光程大气传输作本机振荡光束,两光束的差频为零。利用这种技术可以避免使用频率跟踪和锁相技术等复杂装置。实验中使用液氮致冷的碲镉汞元件作为混频器,相继测量了外差信号、直接信号及本机振荡信号强度(整个测量约在 30 秒内完成,我们把它看成是“同时”的测量),直接可以得到外差探测效率及当时的大气闪烁量。根据修正了的 von Karman 谱描写的大气湍流模式,在 $\sqrt{\lambda z} < L_0$ 和 $\sigma_x^2 < 0.2 \sim 0.5$ 的实际测量条件下(σ_x^2 为对数振幅起伏方差)可以得到如下的 σ_x^2 和 C_n^2 的关系^[3]:

$$\begin{aligned}\sigma_{xp}^2(x) &= 0.307 C_n^2 k^{7/6} Z^{11/6}, & (\text{平面波}) \\ \sigma_{xr}^2(x) &= 0.124 C_n^2 k^{7/6} Z^{11/6}. & (\text{球面波})\end{aligned}\quad (11)$$

将我们测到的闪烁量根据上式便能正确地换算成当时的大气折射率结构常数 C_n^2 值。实

验中 C_s^2 的数值范围为 $10^{-13} \sim 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$, 由于使用红外波长的 $10.6 \mu\text{CO}_2$ 激光; 并且接收系统口径较大 ($\phi 22 \text{cm}$), 实验过程中不会出现闪烁饱和效应^[10]. 参考文献[6]已经较详细地描述了具体的实验概况、测量装置, 并列出了外差效率与归一化信噪比的关系曲线.

我们重点研究了在湍流强度较强情况下的波结构函数, 测量工作大部分选择在白天日照很强的时候进行, 此时近地层的大气层结属不稳定层结.

利用这些实验结果, 通过外差系统信噪比随归一化接收口径的关系, 便可探讨光波在湍流大气中传输的波结构函数.

根据前面引用的 Fried 关于光外差探测的研究, 我们定义外差效率为有、无大气干扰影响时的信噪比之比, 即 $\varepsilon = \frac{\langle S \rangle / N}{S / N}$, 并考虑到测量期间激光功率不变, 于是由方程 (9)

和 (10) 可得:

$$\psi = \varepsilon (\mathcal{D} / \rho_0)^2, \quad (12)$$

由于湍流内尺度和外尺度对激光的湍流效应有很大的关系, 在深入探讨湍流与激光传输的相互作用时应该搞清它们的特征和作用, 但至今尚无一种测量湍流内尺度和外尺度的简单易行的方法. 我们在根据方程 (5) 计算相干直径 ρ_0 时, 取外尺度的常用值 $L_0' = 1$ 米.

根据实测的 ε 及当时的 C_s^2 和 ρ_0 值作出归一化信噪比与 $\mathcal{D} / \rho_0$ 的关系曲线 (图 3). 由图可见, 所有实验数据点有一明显的趋势, 在 $\mathcal{D} / \rho_0$ 较小的情况下 (即湍流比较弱时) 归一化信噪比将随着接收口径的加大而增加 (我们早期的实验结果^[6]已经证实这一点); 随着湍流的加强, $\mathcal{D} / \rho_0$ 变大, 归一化信噪比的增加变缓, 但没有限制. 用 Fried 的理论已经无法解释我们的结果.

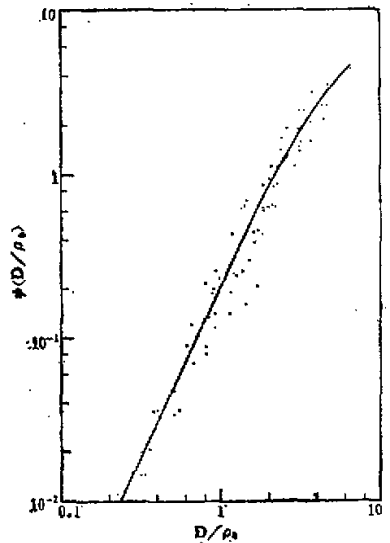


图 3 10.6μ 外差探测系统的归一化信噪比归一化接收口径关系的实验结果

我们的结果清楚地表明: 以 Kolmogorov 的湍流三分之二定律为依据的 Fried 理论, 在较强湍流情况下已经不能用来说明实际大气的传输特征, 进而证明在近地面的光路上, 应用著名的 Kolmogorov 的湍流理论受到了一定的限制; 而以修正了的 von Karman 谱密度为基础的 Lutomirski 和 Yura 的曲线与我们的结果十分相似, 我们认为, 用它作为定性地描述近地面层湍流大气中传输的光波波结构函数是比较合理的。众所周知, 实际大气远比理论模式所假定的情况复杂, 为了更精确地描述湍流大气中的波结构函数, 必须对湍谱作进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Bouricius, G. M. B. and Clifford S. F., *JOSA* **60**, 1970, p. 1484.
- [2] Buser R. G., *JOSA* **61**, 1971, p. 488.
- [3] Bertolotti M., Carnevale M., Muzii, L. and Sette D., *Appl. Opt.* **7**, 1968, p. 2246.
- [4] Tatarski V. I., “波在湍流介质中的传播理论”……中译本, 1978, 科学出版社.
- [5] Lutomirski R. F. & Yura H. T., *JOSA* **61**, 1971, p. 482.
- [6] 孙毅义, 宋正方, 安徽光机所研究报告集, 2, 1980, p. 34.
- [7] Fried D. L., *Proc. IEEE*, **55**, 1967, p. 57.
- [8] 安徽光机所二室, 激光 **6** No. 2, 1979, p. 52.
- [9] Ishimaru A., *The Beam Wave Case and Remote Sensing In: Strohbehn, John W (ed.), Laser Beam Propagation in the Atmosphere. (Topics in Appl. Phys. Vol.25).*
- [10] 宋正方, 孙毅义, 顾慰渝, 安徽光机所研究报告集 2, 1980, p. 12.
- [11] Lutomirski R. F. & Yura H. T., *Appl. Opt.* Vol.10, 1971, p. 1652.

WAVE STRUCTURE FUNCTION OF AN OPTICAL WAVE IN A TURBULENT ATMOSPHERE

Sun Yi-yi

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The wave structure function is an important quantity that describes optical waves propagating through a turbulent atmosphere. Thus, it is very significant to exactly measure and properly model the wave structure function. This paper briefly discusses a theoretical model, which is tested and chosen by measuring the signal-to-noise (S/N) ratio of a heterodyne detection system. The results of our experiment demonstrate that the most commonly used expression for the wave structure function, which is based on the Kolmogorov spectrum of index-of-refraction, is of limited validity in the layers near the ground. Especially, when the index-of-refraction fluctuation is large, the deviation from practical measured wave structure function is significant. The approximate expression for the wave structure function by Lutomirski and Yura, which is based on the modified von Karman spectrum, can satisfactorily describe the characteristic of optical wave propagating in the layers near the ground in a turbulent atmosphere.