

不规则格点上的车贝雪夫多项式展开问题

周家斌

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

以往国内外关于车贝雪夫多项式应用的研究,都只限于等距格点。本文将车贝雪夫多项式推广到不规则格点上。推广后的车贝雪夫多项式兼有三角函数、球函数、自然正交函数的优点,因而在气象学上有着更加广泛的用途。

一、引 言

气象场信息量的集中,是一个十分重要的问题。如果能用少数参量把复杂的气象场的特点表现出来,将给分析和预报带来极大的好处。例如,将气象要素的历史曲线和天气图用正交函数展开,则大大方便于天气过程的研究,有利于环流型的定量化。如将展开式系数用于预报,由于其代表性比单点的资料要好,因此有助于提高预报质量。气象资料的数量与日俱增,给传输和存储带来极大的压力。如将其用正交函数展开,提炼出主要信息,则可以将原始资料的传输和存储用主要信息的相应处理代替。

正交函数很多,其中气象上常用的有三角函数、球函数、自然正交函数、车贝雪夫(Чебышев)多项式等。本文所要讨论的是车贝雪夫多项式。关于这方面的研究过去已有不少(例如文献[1]、[2]),但都限于等距格点,因此在应用上受到许多限制。

实际问题中格点的分布大多是不规则的,例如,垂直方向的资料分布、降水和海温的分布等都如此。在本文中,我们把车贝雪夫多项式推广到不规则格点的情况。推广后的车贝雪夫多项式兼有前述几种正交函数的优点,从而大大扩展了它的用途。

二、车贝雪夫多项式展开

设在 x 轴的某区间上有 l_0 个格点,分别以 $x_1, x_2, \dots, x_{l_0}$ 表示。在这些格点上定义车贝雪夫多项式如下:

$$\begin{cases} \varphi_0(x_i) = 1 \\ \varphi_1(x_i) = x_i - P_{1,0}\varphi_0(x_i) \\ \varphi_2(x_i) = x_i^2 - P_{2,1}\varphi_1(x_i) - P_{2,0}\varphi_0(x_i) \\ \dots\dots\dots \\ \varphi_k(x_i) = x_i^k - P_{k,k-1}\varphi_{k-1}(x_i) - P_{k,k-2}\varphi_{k-2}(x_i) - \dots - P_{k,0}\varphi_0(x_i) \end{cases} \quad (1)$$

1981年9月24日收到,1982年3月19日收到再改稿。

($i = 1, 2, \dots, I_0$)

式中系数 $P_{k,s}$ 由下式决定

$$P_{k,s} = \frac{\sum_{i=1}^{I_0} x_i^k \varphi_s(x_i)}{\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_s^2(x_i)} \quad (2)$$

递推公式为:

$$\varphi_{k+1}(x_i) - (x_i - \alpha_k) \varphi_k(x_i) = -\beta_{k-1} \varphi_{k-1}(x_i) \quad (3)$$

其中

$$\alpha_k = P_{k+1,k} - P_{k,k-1} \quad (4)$$

$$\beta_{k-1} = \frac{\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k^2(x_i)}{\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_{k-1}^2(x_i)} \quad (5)$$

车贝雪夫多项式是正交的,满足:

$$\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k(x_i) \varphi_s(x_i) = 0 \quad (k \neq s) \quad (6)$$

在同一区间上定义函数 $Z(x)$, 其在格点 x_i 上的值记为 $Z(x_i)$. 我们可以将函数 $Z(x)$ 在这些格点上用车贝雪夫多项式展开,其公式为:

$$\tilde{Z}(x_i) = \sum_{k=0}^{K_0} A_k \varphi_k(x_i) \quad (7)$$

其中 $\tilde{Z}(x_i)$ 为用 (7) 式拟合时求得之 $Z(x_i)$ 值, K_0 为所取多项式截止阶数 ($K_0 \leq I_0 - 1$), A_k 为展开式系数. 按正交多项式原理,

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^{I_0} Z(x_i) \varphi_k(x_i)}{\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k^2(x_i)} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K_0) \quad (8)$$

展开的误差可用下式估计:

$$\Sigma_{k_0}^2 = \sum_{i=1}^{I_0} Z^2(x_i) - \sum_{k=0}^{K_0} \left[A_k^2 \sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k^2(x_i) \right] \quad (9)$$

以上各式的推导见文献 [1].

对于矩形二维场 $Z(x, y)$, 可取 x 方向 I_0 个格点, y 方向 J_0 个格点. 其相应的展开式为^[1]:

$$\begin{aligned} \tilde{Z}(x_i, y_j) &= \sum_{k=0}^{K_0} \sum_{l=0}^{J_0} A_{kl} \varphi_k(x_i) \phi_l(y_j) \\ (i &= 1, 2, \dots, I_0; j = 1, 2, \dots, J_0) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 K_0, S_0 分别为 x 方向和 y 方向所取多项式截止阶数, A_{ks} 为展开式系数, $\varphi_k(x_i)$ 为 x 方向的 k 阶多项式, $\phi_s(y_j)$ 为 y 方向的 s 阶多项式, $\tilde{Z}(x_i, y_j)$ 为用 (10) 式拟合时求得之 $Z(x_i, y_j)$ 值.

展开式系数及误差的公式为^[3]

$$A_{ks} = \frac{\sum_{i=1}^{I_0} Z(x_i, y_j) \varphi_k(x_i) \phi_s(y_j)}{\sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k^2(x_i) \sum_{j=1}^{J_0} \phi_s^2(y_j)} \quad (11)$$

$$\Sigma_{k_0, s_0}^1 = \sum_{i=1}^{I_0} \sum_{j=1}^{J_0} Z^2(x_i, y_j) - \sum_{k=0}^{K_0} \sum_{s=0}^{S_0} \left[A_{ks}^2 \sum_{i=1}^{I_0} \varphi_k^2(x_i) \sum_{j=1}^{J_0} \phi_s^2(y_j) \right] \quad (12)$$

三维以上的计算方法类似, 不再赘述.

等距格点情况下, 可设 $x_i = 1, 2, \dots, I_0$, 此时车贝雪夫多项式的表达式为^[4]:

$$\begin{cases} \varphi_0(x_i) = 1 \\ \varphi_1(x_i) = x_i - \frac{I_0 + 1}{2} \\ \varphi_2(x_i) = \varphi_1^2(x_i) - \frac{I_0^2 - 1}{12} \\ \dots\dots \end{cases} \quad (13)$$

递推公式为:

$$\varphi_{k+1}(x_i) = \varphi_1(x_i) \varphi_k(x_i) - \frac{k^2(I_0^2 - k^2)}{4(4k^2 - 1)} \varphi_{k-1}(x_i) \quad (14)$$

(6)–(12) 式适用于等距格点的情况, 这是不言而喻的.

在等距格点上展开, 计算大为简化, 从而使车贝雪夫多项式的应用有了实际可能.

三、不规则格点上的展开问题

(一) 一维情况

(1)–(3) 式和 (6)–(9) 式中, 对 x_i 的取值并没有限制, 但用上述公式展开时很不方便, 需要根据格点 x_i 在每个具体问题中的实际分布求出特定的 P_{ks} 及递推公式. 这在实际应用上十分不便, 因此, 我们有必要研究一种简化算法.

设在 x 轴上有 I_0 个不规则格点 $x_i (i = 1, 2, \dots, I_0)$.

作一非线性变换

$$\xi = Fx \quad (15)$$

其中 F 为一非线性算子.

(15) 式的逆变换为: $x = F^{-1}\xi$ 其中 F^{-1} 为 F 的逆算子. (16)

将 (16) 式代入 $Z(x_i)$, 则格点 x_i 上的函数值 $Z(x_i)$ 将成为新的自变量 ξ_i 对应的值, 即 $Z(\xi_i)$. 若变换后的 ξ 取值为 $1, 2, \dots, I_0$, 则对 ξ 来说, 将是等距格点. 既然 ξ_i 是等距

格点,则前节(13)、(14)两式同样成立,只要将其中 x_i 理解为 ξ_i 即可。

这样,我们就可以把函数 $Z(\xi_i)$ 在 ξ 轴上按等距格点展开。

能否找到这样的非线性变换呢?能!这只要将不等距格点 x_i 依次编以序号 $1, 2, \dots, I_0$, 并将此序号取作 ξ_i 就可以了。这样,每个 x_i 都对应一个 ξ_i , 因此我们可以认为非线性算子 F 已经找到了。

为什么能够这样做呢?这是由车贝雪夫多项式的特殊性质决定的。我们在这里处理的是离散点上的问题,而等距格点上的车贝雪夫多项式的表达式只与 $1, 2, \dots, I_0$ 这种特殊离散值有关(这一点是最关键的)。因此,只要我们将自变量变换成这种特殊的离散值,我们就可以在新的自变量 ξ 的空间(此处为一维空间)定义车贝雪夫多项式并进行相应的运算。

这里,我们顺便指出,利用以序号代替格点值的方法,可以处理空间曲线上函数的展开问题。董晓敏等¹⁾关于分区降水场的展开即属此类。

(二) 多维情况

在二维情况下,尽管我们可以利用(1)~(6)式求出任意空间格点 (x, y) 上的多项式值,但由于(10)~(12)式只适用于矩形网格,因而仍然无法进行不规则格点上的展开。例如,即使 x_i 和 y_j 都是不规则的,我们也只能处理由 x_i 和 y_j 组成的矩形网格点上的展开问题。这种特殊的格点分布很少实际意义(具体例子见图1)。因此,对于多维任意不规则格点上的展开问题,是个尚待解决的问题。下面我们就来讨论这一问题。

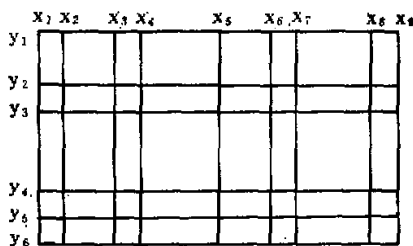


图1 矩形网格示意图

设在平面上有 $I_0 \times J_0$ 个不规则格点 (x_{1v}, x_{2v}) , 其中 $v = 1, 2, \dots, M$ ($M = I_0 \times J_0$) 为任意排列的格点的一维序号, (x_{1v}, x_{2v}) 为第 v 个格点的相应坐标值。同样,我们可以引进非线性变换

$$\mathcal{B} = FX \quad (17)$$

其中

$$\mathcal{B} = (\xi_1, \xi_2) \quad (18)$$

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2) \quad (19)$$

式中 $\mathcal{B}$ 为非线性变换后的自变量 ξ_1, ξ_2 组成的向量, $\mathbf{X}$ 为变换前的自变量 x_1, x_2 组成

1) 董晓敏、吴承宗、温杏琴,江苏省汛期12小时降水场的定量描述和客观分类。

的向量, F 为一非线性算子. 为了使变换后有 $\xi_1 = 1, 2, \dots, I_0$; $\xi_2 = 1, 2, \dots, J_0$, 只要依次将 (x_{1i}, x_{2j}) 编以二维序号 $(1, 1), (2, 1), \dots, (I_0, 1), (1, 2), (2, 2), \dots, (I_0, 2), \dots, (1, J_0), (2, J_0), \dots, (I_0, J_0)$, 并将此二维序号赋予 (ξ_1, ξ_2) 就可以了. 同样, 当找到这个非线性变换之后, 在 (ξ_1, ξ_2) 平面上, 格点将是等距的. 这样, 我们就可以将函数 Z 在点 (x_{1i}, x_{2j}) 的值作为在 (ξ_1, ξ_2) 平面上的点 (ξ_{1i}, ξ_{2j}) 上的值 $Z(\xi_{1i}, \xi_{2j})$, 并将函数 $Z(\xi_1, \xi_2)$ 按多项式 $\varphi_k(\xi_1)\psi_s(\xi_2)$ 展开.

为了进一步说明这点, 我们举一个例子. 图 2 是长江中下游地区六月降水量多年平

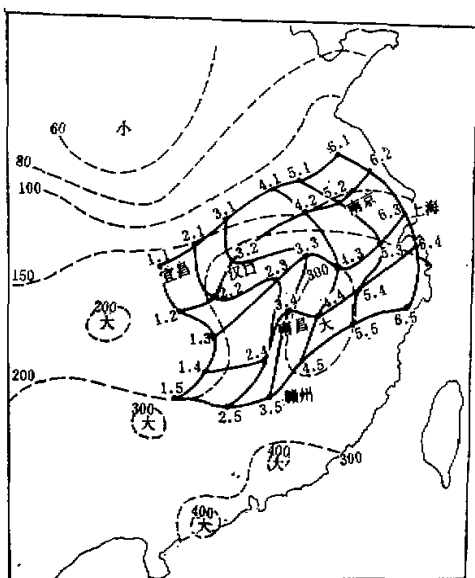


图 2 长江中下游地区六月降水量多年平均图

圆点为格点, 1.1, 2.1, ..., 6.5 为经非线性变换后各格点的 (ξ_1, ξ_2) 值.

均图. 图中圆点为格点(即测站), 格点旁的数字 1.1, 2.1, ..., 6.5 为经非线性变换后相应点上的 (ξ_1, ξ_2) 值. 图 3 给出 (ξ_1, ξ_2) 平面上的格点分布. 我们看到, 在这个平面上, 格点已成为等距的了. 不过, 我们要注意到, 在这种情况下, 在 ξ_1 方向和 ξ_2 方向, 各排格点数都应是相同的. 由于我们并不要求各排原来的格点一定要在同一条直线上, 因此这一要求是很容易满足的.

三维及其以上的情况类似, 不难推广. 只要将格点 $(x_{1i}, x_{2j}, \dots, x_{ni})$ 编以相应的 n 维序号, 变换成 $(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$, 并在这一等距格点空间进行展开就可以了.

从以上的讨论可以看出, 通过以序号代替格点值的方法就可以实现非线性变换, 因此我们认为这种非线性变换已经找到, 当然它的存在性也就证明了. 至于这种非线性变换是否唯一, 是否能用解析形式表示, 在我们的问题中是无关紧要的.

同一维一样, 我们可用以序号代替格点值的方法解决空间曲面上的展开问题.

因此, 实际计算步骤可归纳如下:

1) 正变换 A. 将不规则格点 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$ ($v = 1, 2, \dots, M$; $M = I_0 J_0$

$\dots T_0$) 编以 n 维序号, 实现从 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$ 到等距格点 $(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$ 的变换。

B. 将函数 Z 在 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$ 的值, 赋予用序号所表示的点 $(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$, 即令 $Z(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni}) = Z(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$ 。

2) 在等距格点展开 应用等距格点上的公式将 $Z(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$ 用 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 的多项式 $\varphi_k(\xi_1)\phi_r(\xi_2)\dots\zeta_r(\xi_n)$ 展开, 求出展开式系数 $A_{k,r,\dots}$ 及拟合值 $\tilde{Z}(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$, 并对误差 $\Sigma_{k_0, \xi_{0v} \dots T_0}$ 作出估计。

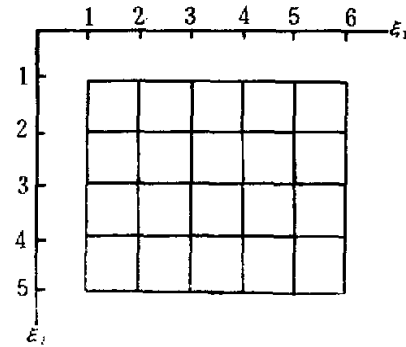


图3 非线性变换后 (ξ_1, ξ_2) 平面上的格点分布

上的拟合值赋予与序号所对应的原始变量 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$, 得到不规则格点上的拟合值, 即令 $\tilde{Z}(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv}) = \tilde{Z}(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$ 。

B. 将 $(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$ 上的多项式值 $\varphi_k(\xi_{1i})\phi_r(\xi_{2j})\dots\zeta_r(\xi_{ni})$ 赋予与序号所对应的原始变量 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$, 得到原不规则格点上对应的分布图, 即令 $\varphi_k^*(x_{1v})\phi_r^*(x_{2v})\dots\zeta_r^*(x_{nv}) = \varphi_k(\xi_{1i})\phi_r(\xi_{2j})\dots\zeta_r(\xi_{ni})$ 。这里, $\varphi_k^*(x_{1v})\phi_r^*(x_{2v})\dots\zeta_r^*(x_{nv})$ 表示格点 $(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})$ 上的对应值。

4) 对不规则格点上的展开结果作出适当的解释。

3) 逆变换 A. 将 $(\xi_{1i}, \xi_{2j}, \dots, \xi_{ni})$

四、应用举例

本节, 我们举出两个在不规则格点上展开的例子。更多的例子可参看文献 [3]。

例一、风速垂直分布的展开

所用的风速资料是: 北京、上海、广州三站 1970 年 11 月 1 日至 1971 年 1 月 30 日逐日 00 时 u, v 分量。垂直方向取 18 层, 即 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 公里。显然, 此处 18 个格点是不规则的。

在此特殊情况下, 可写出非线性变换的表达式如下:

$$\xi = \begin{cases} 2x & 0.5 \leq x \leq 2 \\ x + 2 & 3 \leq x \leq 10 \\ \frac{x}{2} + 7 & 12 \leq x \leq 22 \end{cases} \quad (20)$$

在 18 个格点的情况下, 相应于等距格点 ξ_i 的归一化车贝雪夫多项式¹⁾ $\bar{\varphi}_k(\xi)$ 的图形见

1) 归一化车贝雪夫多项式定义为^[1]:

$$\bar{\varphi}_k(\xi_i) = \frac{\varphi_k(\xi_i)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{I_0} \varphi_k^2(\xi_j)}}$$

图 4 左侧, 返回原不规则格点后相应的图形见图 4 右侧。

利用上述风速资料, 我们分别对 u 、 v 进行了展开。将 u 、 v 展开后通过合成可以求得风向风速的展开结果。经初步分析, 若要求风速误差不小于 2 米/秒, 则三站资料所需展开式系数的个数为, 北京: 12; 上海: 9; 广州: 7。此时风向误差将小于 10 度。

例二、北太平洋月平均海面温度的展开

根据分析和预报的需要, 我们选取了四种不规则格点分布。即: 第一区——西北太平洋地区; 第二区——包括赤道地区在内的东北太平洋地区; 第三区——黑潮地区; 第四区——北太平洋地区。各区格点分布图参见文献[4]。在文献[5]中, 我们给出了 ξ_1 方向 17 个格点, ξ_2 方向 8 个格点的等距格点各阶多项式图以及第四区格点情况下相应的分布图(见该文图 5.5 和 5.6)。这里给出其中的四幅作为例子。图 5 是 ξ_1 方向 17 个格点、 ξ_2 方向 8 个格点的二维规一化车贝雪夫多项式 $\tilde{\varphi}_0(\xi_1)\tilde{\varphi}_1(\xi_2)$ 和 $\tilde{\varphi}_1(\xi_1)\tilde{\varphi}_1(\xi_2)$ 的图形, 图 6 是第四区格点情况下相应的分布图。在计算时, 我们把海温分布经非线性变换后在 (ξ_1, ξ_2) 平面上展开。在应用时, 我们把海温分布理解为类似图 6 中所示的各个图形的线性叠加。

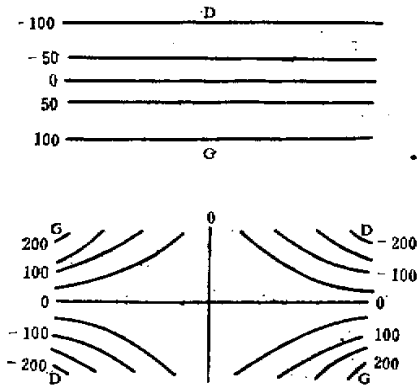


图 5 等距格点规一化车贝雪夫多项式图

$$J_0 = 17, J_2 = 8$$

G: 高值区 D: 低值区 其值已扩大 1000 倍。

(a) $\tilde{\varphi}_0(\xi_1)\tilde{\varphi}_1(\xi_2)$,

(b) $\tilde{\varphi}_1(\xi_1)\tilde{\varphi}_1(\xi_2)$

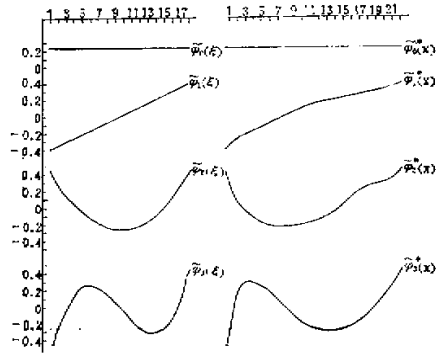


图 4 等距格点上的规一化车贝雪夫多项式

$\tilde{\varphi}_k(\xi)$ (左) 及相应的不规则格点上的图形 $\tilde{\varphi}_k^*(x)$ (右)

$$(J_0 = 18, k = 0, 1, 2, 3)$$

纵标度为 $\tilde{\varphi}_k(\xi_i)$ 与 $\tilde{\varphi}_k^*(x_i)$ 值, 横标度为 ξ_i (左) 与 x_i (右) 值。

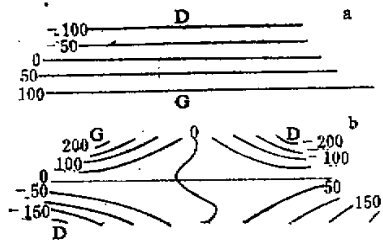


图 6 不规则格点上与图 5 对应的分布图

(a) $\tilde{\varphi}_0^*(x_1)\tilde{\varphi}_1^*(x_2)$,

(b) $\tilde{\varphi}_1^*(x_1)\tilde{\varphi}_1^*(x_2)$.

我们对 1949—1978 年共 30 年逐月的海温资料进行了展开, 下面举出 10 月的展开结

果作为例子,从展开的平均误差图(见文献[3])可以看出,为了达到同一误差值,在经向所需多项式截止阶数比纬向要高,这一误差分布的特点正好反映了海温距平分布的纬向特征。表1给出均方根误差 $\leq 0.3^{\circ}\text{C}$ 时所需多项式截止阶数等资料。我们看到,为了达到 0.3°C 的精度,所需项数 $(K_0+1)(S_0+1)$ 占总格点数20—30%。

表1 误差 $\leq 0.3^{\circ}\text{C}$ 时展开效果分析

	一区	二区	三区	四区
I_0	15	19	7	17
J_0	9	11	9	8
I_0J_0	135	209	63	136
K_0	3	6	1	5
S_0	6	8	6	6
n	21%	30%	22%	31%

I_0 —— ξ_1 方向格点数 J_0 —— ξ_2 方向格点数 K_0 —— ξ_1 方向多项式截止阶数 S_0 —— ξ_2 方向多项式截止阶数 n ——展开所需项数 $(K_0+1)(S_0+1)$ 与总格点数 I_0J_0 之比。

五、关于车贝雪夫多项式与其他正交函数的比较

在本节中,我们把推广后的车贝雪夫多项式和几种气象上常用的正交函数的优缺点作一比较。

(一) 三角函数 1. 优点: 每个三角函数都有标准图形。2. 缺点: 不能在不规则格点上展开, 收敛较慢。

(二) 球函数 1. 优点: 有标准图形。2. 缺点: 不能在不规则格点上展开, 也不能在任意有限区域内展开, 收敛很慢。

(三) 自然正交函数。1. 优点: 可以在不规则格点上展开, 收敛较快。2. 缺点: 没有固定的图形, 且随时间而变, 因而不稳定的。

(四) 车贝雪夫多项式

1. 优点 A. 有标准图形。等距格点上的车贝雪夫多项式有标准图形, 这在过去的文献中已谈到并给出过^[4,5]。不规则格点上的车贝雪夫多项式是否也有标准图形呢? 我们在这里着重指出: 在格点的分布确定以后, 相应的图形也就确定了。这种图形只与格点分布有关, 并不随资料而变, 因而也就不随时间而变。

B. 可以用于不规则格点。本文的主要目的就是把等距格点上的车贝雪夫多项式推广到不规则格点上。在作了这种推广之后, 测站上的资料可以直接利用, 因各种限制只有不规则格点的资料可以应用, 缺测的资料可以很方便地跳过。

推广后的车贝雪夫多项式的这两个优点在前述三种正交函数中没有一种是同时具备的。而兼有这两个优点, 就给天气分析和预报带来了极大的好处。

2. 缺点 A. 一般情况下, 收敛速度不如自然正交函数快。

B. 如果不规则格点的序号命名不当, 将会造成相应图形的变形, 给展开结果的解释带来困难。

弥补上述两个缺点的方法都是精心排列格点序号。这里需注意两点: a. 尽可能使某一序号相同的点的连线与被展开对象有关的特征线平行。这种特征线可选为等值线、气候区域边界线、地形特征线等。b. 使各格点之间的距离大致相等。

六、车贝雪夫多项式在气象上应用的可能途径

(一) 天气过程的分析和统计预报

1. 将历史资料(例如天气图)用车贝雪夫多项式展开, 研究其主要系数的历史演变, 可以分析天气过程。这就给我们提供了一个分析天气过程的工具。

2. 研究不同天气图的车贝雪夫系数的特征, 可以建立环流分型方案^[2], 识别相似天气图。如果以车贝雪夫系数为变量, 则可以用聚类分析等方法建立气象要素水平分布的分型方案^[6]。

3. 对(13)式与(14)式微分, 可以得到车贝雪夫多项式的微分表达式及相应的递推公式。有了这些公式, 可以设计一套用车贝雪夫多项式计算物理量的方案。

4. 将展开式系数取作预报因子或预报量, 可以制作气象要素或其分布的预报^[4,7,8]。对气象要素的时间序列作车贝雪夫展开, 可以作时间序列的预报^[9]。

(二) 气象资料的压缩传递和存储

将气象要素的时空分布用车贝雪夫多项式展开, 可将气象资料的传递与存储用系数的相应处理代替^[3]。

(三) 气象场的客观分析

在数值天气预报中, 我们可以将车贝雪夫多项式用于客观分析。

致谢: 在本文写作过程中, 作者曾与中国科学院系统科学研究所罗乔林同志进行过有益的讨论, 大气物理所李欣荣同志参加了部分计算工作, 李荣凤同志提供了风速资料, 作者谨在此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] Багров Н. А., Аналитическое представление полей, *Труды ЦНИП*, 64, 3—25, 1958.
- [2] 张家斌、周家斌、黄文杰、马维华, 用车贝雪夫多项式研究月平均 500 毫巴等压面位势场的初步结果, *气象学报*, 33, 231—244, 1963.
- [3] 周家斌, 气象资料压缩传输与存储的一个途径, 第三次全国数值预报会议文件, 1981.
- [4] 周家斌, 用北太平洋海水温度的空间分布特征预报长江中下游降水, *中国科学院大气物理研究所集刊*, 科学出版社(即将出版).
- [5] 周家斌, 介绍几种统计预报方法(三), *陕西气象*, 10, 27—37, 1981.
- [6] 周家斌, 不规则格点上的车贝雪夫多项式在气象要素场分型中的应用, 同[4].
- [7] 周家斌, 气象要素场水平分布的统计预报方法(一)——长江中下游地区降水分布的预报, *大气科学*, 6 卷 4 期, 386—393, 1982.
- [8] 周家斌, 气象要素场水平分布的统计预报方法(二), 我国东北地区温度分布的预报, 第二次全国概率统计预报会议论文集, 科学出版社(即将出版).

[9] 周家斌,一种新的时间序列预报方法,1982年长江流域水文气象预报讨论会文件。

ON THE EXPANSION OF CHEBYSHEV POLYNOMIALS IN IRREGULAR GRIDS

Zhou Jiabin

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

Previous investigations on the use of Chebyshev polynomial in meteorology dealt with only the expansion in equidistant grid nets. In this paper Chebyshev polynomial is generalized into irregular grids. This polynomial will possess all the main advantages of the trigonometrical function, the spherical function and the natural orthogonal function. So that the generalized Chebyshev polynomial can be extensively applied in meteorology.