第8卷 第1期　　大 气 科 学　　Vol. 8, No. 1
1984年3月　　SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA　　Mar., 1984

地形驻波与地形瞬变波

李麦村　　罗哲贤
（中国科学院大气物理研究所）　（甘肃省气象局）

提　　要

本文用二层准地转截断谱模式,解析地指出,在一定的条件下,地形强迫作用能够激发出地形驻波或地形瞬变波. 给出了地形驻波的表达式并初步讨论了地面摩擦、垂直向及水平向内摩擦在地形驻波形成中的作用. 地形瞬变波振荡频率的解析表达式及有关计算表明,两周左右的中期波振荡,就其动力学性质而言,有些是自由的斜压波,有些是受地形强迫影响的地形瞬变波. Charney[1] 曾解析地讨论了正压大气中一种地形驻波的稳定性,本文将此扩展到斜压的情况,所得的结果基本上是一致的.

一、前　　言

地形强迫响应,历来是研究大气环流的一个基本问题. 近来,Charney 等用 Lorenz 提出的截断谱模式的途径,强调非线性作用,取得了引人注目的进展. 在正压的情况下[1],得到了地形驻波的多平衡态特征,并解析地讨论了一种地形驻波的稳定性. 在斜压的条件下[2],用六个谱系数的方程组,数值地研究了 Hadley 环流的稳定性,结果指出:关于稳定性的特征方程有两个实根,四个复根;复根相应于受到地形影响的斜压波,实根在无地形时均为负数,地形引入后,有一个负实根变为正实根. 这样,就从数值解的角度,清晰地提出了 Hadley 环流地形不稳定激发地形驻波的概念. 据文献[2]的计算,人们还认识到,大气中实际存在的周期长度为两周左右的低频 Rossby 波并不都是自由的波动,还包含有地形激发的平衡态失稳形成的强迫波动.

本文试图解析地提出地形强迫作用能够激发出地形驻波或地形瞬变波,给出地形瞬变波振荡频率和地形驻波的表达式,初步讨论地面摩擦、垂直向和水平向内摩擦在地形驻波形成中的作用,并判断一种地形驻波的稳定性. 期望对文献[2]数值计算的若干结果有进一步的理解,从而对非线性条件下地形强迫响应问题有进一步的认识.

二、模　　式

将涡度方程写在第1、3层,热力学方程写在第2层,得:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi_1 + J(\psi_1, \nabla^2\psi_1 + \beta y) = f_0\frac{\omega_2}{P_2} + a\nabla^4\psi_1 - K'_d\nabla^2(\psi_1 - \psi_3) \qquad (2.1)$$

1981年12月17日收到,1982年9月15日收到修改稿.

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi_3+J(\psi_3,\nabla^2\psi_3+\beta^*y)=-f_0\frac{\omega_2}{P_2}+a\nabla^4\psi_3+K_d'\nabla^2(\psi_1-\psi_3)$$
$$-K_d\nabla^2\psi_3-\frac{f_0}{H}J(\psi_3,h) \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi_1-\psi_3)+J(\psi_1-\psi_3,\psi_2)=\frac{P_2\sigma_s}{f_0}\omega_2 \tag{2.3}$$

式中，$\psi_i(i=1,2,3)$ 分别为 250、500、750 mb 上的地转流函数，ω_2 为 500mb 上的垂直速度，β^* 为柯氏参数 y 方向变化率. (2.1)、(2.2) 式右端第二、三项分别为水平向及垂直向内摩擦项，(2.2) 式右端第四、五项分别为地面摩擦及地形项.

令

$$\begin{aligned}&(x,y,t,\psi_i,\omega_2,h,K_d,K_d',a,\beta^*)\\&=(Lx',Ly',f_0^{-1}t',L^2f_0\psi_i,P_4f_0\omega_2',Hh',\\&2f_0K,f_0K',L^2f_0a_h,f_0L^{-1}\beta^{*\prime})\qquad(i=1,2,3)\end{aligned} \tag{2.4}$$

略去“,”,得 (2.1)—(2.3) 式的无量纲形式:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi_1+J(\psi_1,\nabla^2\psi_1+\beta^*y)=2\omega_2+a_h\nabla^4\psi_1-K'\nabla^2(\psi_1-\psi_3) \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi_3+J(\psi_3,\nabla^2\psi_3+\beta^*y)=-2\omega_2+a_h\nabla^4\psi_3+K'\nabla^2(\psi_1-\psi_3)$$
$$-2K\nabla^2\psi_3-J(\psi_3,h) \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi_1-\psi_3)+J(\psi_1-\psi_3,\psi_2)=\lambda_\omega\omega_2 \tag{2.7}$$

式中，$\lambda_\omega=\frac{P_2^2\sigma_s}{f_0^2L^2}$，$\sigma_s=10^{-4}\mathrm{cm^4g^{-2}s^{-2}}$，$f_0$ 为 45°N 处的柯氏参数，L 为水平波长，取 $\pi L=5000$ 公里.

令 $\psi_1=\psi+\theta$，$\psi_3=\psi-\theta$，$\psi_2=\psi$，

$$(\psi、\theta、h、\omega_2)=\sum_i(\psi_i,\theta_i,h_i,\omega_i)F_i\quad i=A、K、L、C、M、N \tag{2.8}$$

式中 F_i 的表达式取自文献[2].

将 (2.5)—(2.7) 式低谱展开，得到 y 方向一波的截断谱模式:

$$\dot\psi_A=-a_h\psi_A+\frac{1}{2}h_{01}(\bar\psi_L-\bar\theta_L)-K(\psi_A-\theta_A) \tag{2.9}$$

$$\dot\psi_K=\beta_1\psi_L+B_{22}\psi_K-\beta\alpha(\psi_A\psi_L+\theta_A\theta_L)-K(\psi_K-\theta_K) \tag{2.10}$$

$$\dot\psi_L=-\beta_1\psi_K+B_{22}\psi_L+\beta\alpha(\psi_A\psi_K+\theta_A\theta_K)$$
$$-\frac{1}{2}h_{n1}(\psi_A-\theta_A)-K(\psi_L-\theta_L) \tag{2.11}$$

$$\dot\theta_A=-\alpha_A(\theta_K\psi_L-\psi_K\theta_L)-\frac{\gamma_A}{2}h_{0A}(\psi_L-\theta_L)$$
$$+E_A\theta_A+D_A(K+2K')\theta_A \tag{2.12}$$
$$\dot\theta_K=-B_2\psi_A\theta_L+B_1\psi_L\theta_A+\gamma_b\beta_{1b}\theta_L$$

$$+ E_K\theta_K + D_K(K + 2K')\theta_K \tag{2.13}$$

$$\dot{\theta}_L = B_2\phi_A\theta_K - B_1\phi_K\theta_A - \gamma_b\beta_{1b}\theta_K + \frac{\gamma_b}{2} h_{nA}(\phi_A - \theta_A) + E_K\theta_L + D_K(K + 2K')\theta_L \tag{2.14}$$

式中参数 $\beta = \frac{n^2}{n^2+1}$，$n$ 为 β 平面东西向波数，$\alpha = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi}n$，$\gamma_a = \frac{\lambda_\omega}{L}$，$\gamma_b = \frac{\gamma_a}{1-\beta}$，$h_{01} = \alpha h_K$，$h_K = 0.1$，为地形高度$K$分量谱展系数，$h_A = h_L = 0$，$h_{n1} = \frac{h_{01}}{n^2+1}$，$h_{0A} = \frac{h_{01}}{1+\gamma_a}$，$h_{nA} = \frac{h_{n1}}{1+\gamma_b}$，$h'_{0A} = h_{0A} + \frac{1}{\gamma_a}h_{01}$，$\beta_1 = \frac{n}{n^2+1}\beta^*$，$\beta^* = \frac{2\Omega\cos\varphi_0}{a_1f_0L^{-1}}$，$\Omega$ 为地球自转角速度，a_1为地球半径，$\alpha_A = \frac{\alpha}{1+\gamma_a}$，$\alpha_B = \frac{\alpha}{1+\gamma_b}$，$\beta_{1b} = \frac{\beta_1}{1+\gamma_b}$，$B_1 = \alpha_B(1-\gamma_b\beta)$，$B_2 = \alpha_B(1+\gamma_b\beta)$，$a_h$ 为水平内摩擦系数的无量纲量，取相应有量纲量为 $5\times10^9\ \mathrm{cm^2s^{-1}}$，$B_{22} = \frac{a_h}{1-\beta}$，$E_A = \frac{-\gamma_a a_h}{1+\gamma_a}$，$E_K = \frac{-a_h\gamma_b}{(1+\gamma_b)(1-\beta)}$，$D_A = -\frac{\gamma_a}{1+\gamma_a}$，$D_K = -\frac{\gamma_b}{1+\gamma_b}$，$K$、$K'$ 的取值同文献 [2]，分别为 0.0057 与 0.0114.

β 平面南北边界为 $y = 0$，$y = \pi$，东西方向满足周期性边条件.

以"—"代表定常量,得谱系数的定常量方程组:

$$-a_h\bar{\Phi}_A + \frac{1}{2}h_{01}(\bar{\Phi}_L - \bar{\theta}_L) - K(\bar{\Phi}_A - \bar{\theta}_A) = 0 \tag{2.15}$$

$$\beta_1\bar{\Phi}_L + B_{22}\bar{\Phi}_K - \beta\alpha(\bar{\Phi}_A\bar{\Phi}_L + \bar{\theta}_A\bar{\theta}_L) - K(\bar{\Phi}_K - \bar{\theta}_K) = 0 \tag{2.16}$$

$$-\beta_1\bar{\Phi}_K + B_{22}\bar{\Phi}_L + \beta\alpha(\bar{\Phi}_A\bar{\Phi}_K + \bar{\theta}_A\bar{\theta}_K) - \frac{1}{2}h_{n1}(\bar{\Phi}_A - \bar{\theta}_A) - K(\bar{\Phi}_L - \bar{\theta}_L) = 0 \tag{2.17}$$

$$-\alpha_A(\bar{\theta}_K\bar{\Phi}_L - \bar{\Phi}_K\bar{\theta}_L) - \frac{\gamma_a}{2}h_{0A}(\bar{\Phi}_L - \bar{\theta}_L) + E_A\theta_A + D_A(K + 2K')\theta_A = 0 \tag{2.18}$$

$$-B_2\bar{\Phi}_A\bar{\theta}_L + B_1\bar{\Phi}_L\bar{\theta}_A + \gamma_b\beta_{1b}\bar{\theta}_L + E_K\bar{\theta}_K + D_K(K + 2K')\bar{\theta}_K = 0 \tag{2.19}$$

$$B_2\bar{\Phi}_A\bar{\theta}_K - B_1\bar{\Phi}_K\bar{\theta}_A - \gamma_b\beta_{1b}\bar{\theta}_K + \frac{\gamma_b}{2}h_{nA}(\bar{\Phi}_A - \bar{\theta}_A) + E_K\bar{\theta}_L + D_K(K + 2K')\bar{\theta}_L = 0 \tag{2.20}$$

用定常量方程组 (2.15)—(2.20)，可以求平衡解，确定模式大气的定常流型.

三、地形作用对 Hadley 流型稳定性的影响

在无摩擦的条件下，$\bar{\Phi}_A = \bar{\theta}_A = 0$，$\bar{\Phi}_i = \bar{\theta}_i = 0$ $(i = K、L)$ 满足定常量方程组 (2.15)—(2.20)，是模式大气的一组定常流型，称为 Hadley 流型. 判断该 Hadley 流型稳定性的特征方程为:

$$\begin{vmatrix} \lambda & 0 & -\frac{1}{2}h_{01} & 0 & 0 & \frac{1}{2}h_{01} \\ 0 & \lambda & \alpha_{n1} & 0 & 0 & \beta_{n1} \\ \frac{1}{2}h_{n1} & -\alpha_{n1} & \lambda & -\frac{1}{2}h_{n1} & -\beta_{n1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_a}{2}h_{0A} & \lambda & 0 & -\frac{\gamma_a}{2}h_{0A} \\ 0 & 0 & -\beta_{n2} & 0 & \lambda & \alpha_{n2} \\ -\frac{\gamma_b h_{nA}}{2} & \beta_{n2} & 0 & \frac{\gamma_b h_{nA}}{2} & -\alpha_{n2} & \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{3.1}$$

式中 $\alpha_{n1} = \beta\alpha\bar{\Phi}_A - \beta_1$, $\alpha_{n2} = B_2\bar{\Phi}_A - \gamma_b\beta_{1b}$, $\beta_{n1} = \beta\alpha\bar{\theta}_A$, $\beta_{n2} = B_1\bar{\theta}_A$.

令(3.1)式中地形项为零,则得:

$$\lambda^2\{\lambda^4 + [\alpha_{n1}^2 + \alpha_{n2}^2 - 2\beta_{n1}\beta_{n2}]\lambda^2 + [\alpha_{n1}\alpha_{n2} + \beta_{n1}\beta_{n2}]^2\} = 0 \tag{3.2}$$

如果(3.2)式有一个正实根，那末，一个新的平衡解将从 Hadley 流型中激发出来.(3.2)式只在两种情况下才有正实根: 一是括号内 λ^0 项系数 D_0 小于零;一是括号内 λ^2 项系数 D_2 小于零,同时 $D_2^2 > 4D_0$. 显然,D_0 为实数平方,不可能小于零. 还可以证明 $D_2^2 > 4D_0$ 的约束不可能成立. 因此,不可能在无地形的条件下从 Hadley 环流中激发出新的定常解与驻波形态. 分析表明,当 $\bar{\theta}_A < \bar{\theta}_{AC}^{(1)}$ 时,(3.2)式无正实部复根或正实根，Hadley 环流是稳定的. 当 $\bar{\theta}_A \geqslant \bar{\theta}_{AC}^{(1)}$, $\bar{\theta}_A \neq \bar{\theta}_{AC}^{(2)}$ 时,(3.2)式将存在一对正实部的共轭复根,相应于从 Hadley 环流中激发出瞬变周期波. 可以确定,是 Hadley 环流的斜压不稳定激发出这个瞬变周期波的. 这里,

$$\bar{\theta}_{AC}^{(1)} = \frac{\beta_1 - \gamma_b\beta_{1b}}{(\beta\alpha - B_2)^2 - 4\beta\alpha B_1}[\beta\alpha - B_2 - 2\sqrt{\beta\alpha B_1}] \tag{3.3}$$

$$\bar{\theta}_{AC}^{(2)} = \frac{\beta_1 + \gamma_b\beta_{1b}}{\beta\alpha + B_2} \tag{3.4}$$

令 $n = 2$,将诸参数值代入(3.3)式,得 $\bar{\theta}_{AC}^{(1)} = 0.0262$. $\bar{\theta}_A \geqslant \bar{\theta}_{AC}^{(1)}$ 的约束相当于 250—750mb 纬向风速切变大于 $11\mathrm{ms}^{-1}$ 左右,这与一般斜压不稳定的判据是接近的.

说明: 在绝热、无摩擦、无地形的条件下，不可能从 Hadley 环流中激发出槽脊位置呈定常状态的驻波,满足一定判据时,能且仅能从 Hadley 环流中因斜压不稳定激发出行进波.

下面,引进地形项. 展开(3.1)式,得:

$$\begin{aligned} \lambda^2\Big\{ \lambda^4 &+ \Big[\alpha_{n1}^2 + \alpha_{n2}^2 - 2\beta_{n1}\beta_{n2} + \frac{\gamma_a}{4}h'_{0A}(h_{n1} + \gamma_b h_{nA}) \Big] \\ \lambda^2 &+ \Big[(\alpha_{n1}\alpha_{n2} + \beta_{n1}\beta_{n2})^2 + \frac{\gamma_a}{4}h'_{0A}(\beta_{n1}h_{nA}\alpha'_{n2}\gamma_b + \alpha_{n2}\alpha'_{n2}h_{n1} \\ &- \alpha'_{n1}\beta_{n2}h_{n1} + \alpha_{n1}\alpha'_{n1}\gamma_b h_{nA}) \Big]\Big\} = 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

式中 $\alpha'_{n1} = \alpha_{n1} + \beta_{n1}$, $\alpha'_{n2} = \alpha_{n2} - \beta_{n2}$.

比较(3.5)、(3.2)式括号内 λ^0 项系数,可见(3.5)式括号内 λ^0 项系数 D 由两项组成: 一

项是无地形(3.2)式中 λ^0 项系数 D_0，另一项是地形项 D_h。如上所述，无地形时 D_0 不可能取负值。但是，当地形项 D_h 引入后，在一定的参数范围，D_h 可取负值并可使 (3.5) 式中 λ^0 项系数 D 取负值。这样，地形作用就有能力激发出新的平衡解与驻波。(3.5)式中括号内 λ^2 项系数由无地形时相应 λ^2 项系数及地形项组成，这个地形项能够影响到激发出地形驻波的流场范围的上界。

分析表明：存在 $\bar{\theta}_{Ah}^{(1)}$、$\bar{\theta}_{Ah}^{(2)}$，使得 $\bar{\theta}_A < \bar{\theta}_{Ah}^{(1)}$ 时 Hadley 流型稳定；$\bar{\theta}_{Ah}^{(1)} \leqslant \bar{\theta}_A < \bar{\theta}_{Ah}^{(2)}$ 时(3.5)式有一正实根，Hadley 流型失稳，激发出驻波；$\bar{\theta}_A \geqslant \bar{\theta}_{Ah}^{(2)}$ 时 (3.5) 式有一对正实部共轭复根，激发出瞬变周期波。这里，

$$\bar{\theta}_{Ah}^{(1)} = \frac{B_2\beta_1 - \beta\alpha\gamma_b\beta_{1b}}{(B_1 + B_2)\beta\alpha} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_{Ah}^{(2)} = \frac{1}{(\beta^2\alpha^2 + B_2^2 - 2\beta\alpha B_1)} \Big\{ &(\beta\alpha\beta_1 + B_2\gamma_b\beta_{1b}) \\ &- \sqrt{(\beta\alpha\beta_1 + B_2\gamma_b\beta_{1b})^2 - \left[(\beta_1^2 + \gamma_b\beta_{1b}^2) + \frac{\gamma_a}{16} h'_{0A}(h_{n1} + \gamma_b h_{nA})\right]} \Big\}\end{aligned} \tag{3.7}$$

令 $n = 2$，计算得到 $\bar{\theta}_{Ah}^{(1)} = 0.02603$，$\bar{\theta}_{Ah}^{(2)} = 0.0390$；以 $\bar{\theta}_A = 0.0260$ 代入(3.5)式，结果无正实根或正实部根；以 $\bar{\theta}_A = 0.0261$、0.0380 代入(3.5)式，均有一正实根；以 $\bar{\theta}_A = 0.040$ 代入，得到一对正实部共轭复根。

综上所述，在绝热、无摩擦、无地形条件下，从 Hadley 流型仅能激发出瞬变斜压波，而不可能激发出驻波。地形引入后，在 $\bar{\theta}_{Ah}^{(1)} \leqslant \bar{\theta}_A < \bar{\theta}_{Ah}^{(2)}$ 范围内，即可激发出驻波。显然，这是地形强迫驻波。

四、地形驻波的解析形式及摩擦作用的影响

有地形、无摩擦的条件下，求解 (2.15)—(2.20) 式，有两组平衡解满足定常量方程组。一组平衡解为：

$$\bar{\Phi}_A^{(1)} = \frac{B_2\beta_1 - \beta\alpha\gamma_b\beta_{1b}}{(B_2 + B_1)\beta\alpha} \tag{4.1}$$

$$\bar{\theta}_A^{(1)} = \frac{B_1\beta_1 + \beta\alpha\gamma_b\beta_{1b}}{(B_2 + B_1)\beta\alpha} \tag{4.2}$$

$$\bar{\Phi}_K^{(1)} = \bar{\theta}_K^{(1)} = \frac{\alpha_{n2}^{(1)}H_1^{(1)} + \beta_{n1}^{(1)}H_n^{(1)}}{\alpha_{n1}^{(1)}\alpha_{n2}^{(1)} + \beta_{n1}^{(1)}\beta_{n2}^{(1)}} \tag{4.3}$$

$\bar{\Phi}_L^{(1)}$、$\bar{\theta}_L^{(1)}$ 相等，可取任意实数。

另一组平衡解为：

$$\bar{\Phi}_K^{(2)} = \frac{\alpha_{n2}^{(2)}H_1^{(2)} + \beta_{n1}^{(2)}H_n^{(2)}}{\alpha_{n1}^{(2)}\alpha_{n2}^{(2)} + \beta_{n1}^{(2)}\beta_{n2}^{(2)}} \tag{4.4}$$

$$\bar{\theta}_K^{(2)} = \frac{\beta_{n2}^{(2)}H_1^{(2)} - \alpha_{n1}^{(2)}H_n^{(2)}}{\alpha_{n1}^{(2)}\alpha_{n2}^{(2)} + \beta_{n1}^{(2)}\beta_{n2}^{(2)}} \tag{4.5}$$

$$\bar{\Phi}_L^{(2)} = \bar{\theta}_L^{(2)} = 0 \tag{4.6}$$

$\bar{\Phi}_A^{(2)}$、$\bar{\theta}_A^{(2)}$ 可取任意实数。

(4.3)—(4.6) 式中，$\alpha_{n1}^{(i)}$、$\alpha_{n2}^{(i)}$、$\beta_{n1}^{(i)}$、$\beta_{n2}^{(i)}$、$H_1^{(i)}$、$H_n^{(i)}$ $(i=1,2)$ 分别为 $\bar{\Phi}_A$、$\bar{\theta}_A$ 取 $\bar{\Phi}_A^{(i)}$、$\bar{\theta}_A^{(i)}$ 值时 α_{n1}、α_{n2}、β_{n1}、β_{n2}、H_1、H_n 的值. $H_1=\frac{1}{2}h_{n1}(\bar{\Phi}_A-\bar{\theta}_A)$，$H_n=\frac{\gamma_b}{2}h_{nA}(\bar{\Phi}_A-\bar{\theta}_A)$.

将诸参数代入(4.1)—(4.3)式，得 $\bar{\Phi}_A^{(1)}=0.02554$，$\bar{\theta}_A=0.02584$，$\bar{\Phi}_K^{(1)}=\bar{\theta}_K^{(1)}=-0.0135$. 由 $u=-\frac{\partial\psi}{\partial y}$，$v=\frac{\partial\psi}{\partial x}$，在 $y=\frac{\pi}{2}$，$x=\frac{\pi}{4}$ 处，地转风速由 $\bar{\Phi}_A$、$\bar{\theta}_A$、$\bar{\Phi}_K$、$\bar{\theta}_K$ 完全决定，该点 500、250 mb 地转风经向分量 v_g 与纬向分量 u_g 之比分别为 1.50、1.48，故(4.1)—(4.3)式描述的是低指数定常流型. 无摩擦条件下另一个定常流型的 $\bar{\Phi}_A^{(2)}$、$\bar{\theta}_A^{(2)}$ 可取任意实数，现取文献[2]表 2 第三分支的均值，$\psi_A^{(2)}=0.1606$，$\bar{\theta}_A^{(2)}=0.1073$，代入(4.4)、(4.5)式，得 $\bar{\Phi}_K^{(2)}=0.0046$，$\bar{\theta}_K^{(2)}=0.0015$，$\bar{\Phi}_L^{(2)}=\bar{\theta}_L^{(2)}=0$，显然，这时(4.4)—(4.6)式描述的是高指数定常流型. (4.1)—(4.3)式与(4.4)—(4.6)式描述的地形驻波相位亦有区别. $\bar{\Phi}_K$ 的正负决定了在 500 mb 地形高度脊上空，地形驻波是脊还是槽. 由(4.1)—(4.3)式计算得到 $\bar{\Phi}_K^{(1)}=\bar{\theta}_K^{(1)}=-0.0135$，即在地形高度脊的上空为地形驻波槽. 由(4.4)—(4.5)式计算得到 $\bar{\Phi}_K^{(2)}=0.0046$，$\bar{\theta}_K^{(2)}=0.0015$，即在地形高度脊上空为地形驻波的浅脊. 这些与文献[1]图 4 所示是相似的. 因此，(4.1)—(4.3)及(4.4)—(4.6)式描述了两类振幅、相位有清楚区别的定常流型，这两类定常流型均满足模式物理定律的约束，从而显示出地形驻波的多平衡态特征.

为了分析摩擦作用对地形驻波的影响，分别求出了有垂直内摩擦、水平内摩擦及地面摩擦三种情况下地形驻波的解析形式，将这些解析形式与(4.1)—(4.3)、(4.4)—(4.6)式对比，可见：

1. (4.1)—(4.3)式描述了低指数定常流型. 但该流型仅限于在 500、250mb 显现. 在 750mb，$\because \bar{\Phi}_K=\bar{\theta}_K$，$\bar{\Phi}_L=\bar{\theta}_L$，故地形强迫响应并无波动分量. 一旦引进摩擦作用，$\bar{\Phi}_K$ 即不等于 $\bar{\theta}_K$，这样，在 750mb 亦存在波动分量，显示了摩擦的混合效应.

2. 地形驻波的振幅均因摩擦项的引入而有所改变.

3. 摩擦作用能够影响地形驻波的相位. $\bar{\Phi}_K<0$，$\bar{\Phi}_L=0$ 时，在 500mb，地形驻波槽线与地形高度脊线重合；$\bar{\Phi}_K<0$，$\bar{\Phi}_L<0$ 时，地形驻波槽线东移. 无摩擦时，由(4.6)式 $\bar{\Phi}_L^{(2)}=\bar{\theta}_L^{(2)}=0$ 可见，地形驻波脊线与地形高度脊线重合. 引进垂直内摩擦后，$\bar{\Phi}_L=\bar{\theta}_L\neq 0$，在 500、250mb 地形驻波的槽脊均有东西向移动，但 750mb 上驻波槽脊并不移动. 引进地面摩擦或水平内摩擦后，地形驻波的槽脊位置与无摩擦时相比，在 250、500、750mb 均有东西向移动. 说明了不同的摩擦项在地形驻波的形成中有不同的贡献.

五、地形瞬变波的振荡周期

当 $\bar{\theta}_A>\bar{\theta}_{Ak}^{(2)}$ 时，地形强迫能够激发出瞬变波. 该瞬变波的圆频率为：

$$\lambda=I_m\left\{\left(-\frac{B}{2}\pm i\sqrt{D-\left(\frac{B}{2}\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{5.1}$$

式中 B、D 分别为(3.5)式括号内 λ^2、λ^0 项系数. 注意到 B、D 的表达式，λ 的取值与地形

参数等有关，故称该瞬变波为地形瞬变波．下面用(5.1)式求地形瞬变波的周期．

用 $\bar{\theta}_{Ah}^{(2)} < \theta_A < \bar{\theta}_{Ah}^{(3)}$ 范围的值代人(5.1)式，可得地形瞬变波的周期范围．为比较，同时计算了地形项为零时斜压波的周期长波．结果，在可以激发出地形瞬变波的 $\bar{\theta}_A$ 的可能取值范围，地形瞬变波与地形项为零时斜压波两者的周期，均在五天至二十多天之间．这表明了，地形引人后对周期长度无实质性影响（表 1)．实际大气中存在的低频 Rossby 波的周期范围一般认为是 5 天至 20 天，表 1 的结果是接近的．

表 1　地形斜压波及瞬变斜压波的周期长度

$\bar{\theta}_A$	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	平均
地形斜压波周期长度(天)	29.5	14.9	10.4	8.0	17.0	7.3	5.6	13.3
瞬变斜压波周期长度(天)	29.5	15.9	10.9	8.3	6.7	5.6	4.8	10.9

为说明地形引人后对周期长度无实质性影响，取绝热无摩擦条件下谱展式方程组，在纬向气流呈定常状态的假设下，得 $\psi_L = \theta_L$，ψ_K、ψ_L、θ_K受以下约束：

$$\dot{\psi}_K = -(\alpha_{n1} + \beta_{n1})\theta_L \tag{5.2}$$

$$\dot{\psi}_L = \alpha_{n1}\psi_K + \beta_{n1}\theta_K - \frac{1}{2}h_{n1}(\bar{\Phi}_A - \bar{\theta}_A) \tag{5.3}$$

$$\dot{\theta}_K = (\beta n_2 - \alpha_{n2})\theta_L \tag{5.4}$$

相应齐次方程组解的形式为：

$$\psi_K = c_K^{(1)}e^{\lambda t} + c_K^{(2)}e^{-\lambda t} + c_K^{(0)} \tag{5.5}$$

$$\psi_L = d_L^{(1)}e^{\lambda t} + d_L^{(2)}e^{-\lambda t} + d_L^{(0)} \tag{5.6}$$

$$\theta_K = d_K^{(1)}e^{\lambda t} + d_K^{(2)}e^{-\lambda t} + d_K^{(0)} \tag{5.7}$$

式中

$$\lambda = \sqrt{A\alpha_{n1} + B'\beta_{n1}}$$

$$A = -(\alpha_{n1} + \beta_{n1}) \qquad B' = \beta_{n2} - \alpha_{n2}$$

以 $\bar{\theta}_A = 0.04$，$\bar{\Phi}_A = 0.05$ 代人，斜压波的周期为两周．将地形强迫加入以后，(5.2)—(5.4)式解的形式如下：

$$\psi_K = c'_K e^{\lambda t} + c''_K e^{-\lambda t} + c_{K1}^{(0)} \tag{5.8}$$

$$\psi_L = \frac{\lambda}{A}c'_K e^{\lambda t} - \frac{\lambda}{A}c''_K e^{-\lambda t} \tag{5.9}$$

$$\theta_K = \frac{B'}{A}c'_K e^{\lambda t} + \frac{B'}{A}c''_K e^{-\lambda t} - \frac{B'H'}{\lambda^2} \tag{5.10}$$

式中

$$H' = -\frac{1}{2}h_{n1}(\bar{\Phi}_A - \bar{\theta}_A) + \alpha_{n1}c_K^{(0)}.$$

显然，地形强迫引人后，在纬向气流准定常的情况下，周期长度并不改变．因为没有考虑基流与谐波的相互作用，这里只是一个近似的说明．

以上均属无摩擦的情况．为估计摩擦对周期长度的影响，在无地形的条件下，比较其

影响程度．有水平内摩擦时，Hadley 环流稳定性的特征方程为：

$$(\lambda - B_{22})^2[(\lambda - E_K)^2 + \gamma_b^2\beta_{1b}^2] + \beta_1^2(\lambda - E_K)^2$$
$$- 2\beta_{n1}\beta_{n2}(\lambda - B_{22})(\lambda - E_K) + (\beta_{n1}\beta_{n2} + \beta_1\gamma_b\beta_{1b})^2 = 0 \qquad (5.11)$$

以 $\bar{\theta}_A = 0.05$ 代入(5.11)式进行计算，结果，摩擦项引入后周期长度与无摩擦情况相比仅缩短一天，两者仍属中期波范畴。

六、地形驻波的稳定性

无摩擦时，地形驻波稳定性特征方程为：

$$\begin{vmatrix} \lambda & 0 & -\frac{1}{2}h_{01} & 0 & 0 & \frac{1}{2}h_{01} \\ \beta\alpha\bar{\Phi}_L & \lambda & \alpha_{n1} & \beta\alpha\bar{\theta}_L & 0 & \beta_{n1} \\ -h_{n1}^{(\psi)} & -\alpha_{n1} & \lambda & -h_{n1}^{(\theta)} & -\beta_{n1} & 0 \\ 0 & \alpha_A\bar{\theta}_L & h_{0A}^{(\theta)} & \lambda & \alpha_A\bar{\Phi}_L & -h_{0A}^{(\psi)} \\ B_2\bar{\theta}_L & 0 & -\beta_{n2} & -B_1\bar{\Phi}_L & \lambda & \alpha_{n2} \\ -h_{nA}^{(\theta)} & \beta_{n2} & 0 & h_{nA}^{(\psi)} & -\alpha_{n2} & \lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (6.1)$$

式中 $h_{n1}^{(\psi)} = \beta\alpha\bar{\Phi}_K - \frac{1}{2}h_{n1}$，$h_{n1}^{(\theta)} = \beta\alpha\bar{\theta}_K + \frac{1}{2}h_{n1}$，$h_{0A}^{(\theta)} = \alpha_A\bar{\theta}_K + \frac{\gamma_a}{2}h_{0A}$，$h_{0A}^{(\psi)} = \alpha_A\bar{\Phi}_K + \frac{\gamma_a}{2}h_{0A}$，$h_{nA}^{(\theta)} = B_2\bar{\theta}_K + \frac{\gamma_b}{2}h_{nA}$，$h_{nA}^{(\psi)} = B_1\bar{\Phi}_K + \frac{\gamma_b}{2}h_{nA}$.

现以(6.1)式来判断(4.4)—(4.6)式描述的地形驻波的稳定性．这时，$\bar{\Phi}_L = \bar{\theta}_L = 0$，$\bar{\theta}_A$ 可取任意实数，令 $\bar{\theta}_A = 0$，(6.1)式变为：

$$\begin{vmatrix} \lambda & 0 & -\frac{1}{2}h_{01} & 0 & 0 & \frac{1}{2}h_{01} \\ 0 & \lambda & \alpha_{n1} & 0 & 0 & 0 \\ -h_{n1}^{(\psi)} & -\alpha_{n1} & \lambda & -h_{n1}^{(\theta)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{0A}^{(\theta)} & \lambda & 0 & -h_{0A}^{(\psi)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & \alpha_{n2} \\ -h_{nA}^{(\theta)} & 0 & 0 & h_{nA}^{(\psi)} & -\alpha_{n2} & \lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (6.2)$$

(6.2)式是一个关于 λ 的六次方程，根的性质由诸项系数决定．系数的取值依赖于地形高度参数 h_K、静力稳定度 σ_s、柯氏参数及其随纬度的变化、x 方向水平波长及波数等；同时，系数还依赖于平衡解 $(\bar{\Phi}_A$、$\bar{\Phi}_K$、$\bar{\theta}_K)$。

可以证明，当 $\bar{\Phi}_A$ 从 $\bar{\Phi}_A < \bar{\Phi}_{A1}$ 的方向逼近 $\bar{\Phi}_{A1}$，或从 $\bar{\Phi}_A < \bar{\Phi}_{A2}$ 的方向逼近 $\bar{\Phi}_{A2}$，(6.2)式必有正实根，相应地，(4.4)—(4.6)式描述的地形驻波必然失稳．这里，$\bar{\Phi}_{A1} = \frac{\beta_1}{\beta\alpha}$，$\bar{\Phi}_{A2} = \frac{\gamma_b\beta_{1b}}{B_2}$。如令(6.2)式中地形高度为零，则对于 $\bar{\Phi}_A$ 的任意取值，(6.2)式均不可能有正实根或正实部根．这说明：在一定的条件下，地形强迫能使已经存在的地形驻波失稳，激发出新的平衡解．文献[1]在正压情况下解析地指出一种地形驻波的不稳定性，这里讨论了斜压的情况。

七、结果与讨论

在绝热、无摩擦的斜压大气中，只能从 Hadley 流型激发出瞬变斜压波，即一种行进波型，而不可能激发出槽脊位置固定的定常流型．在绝热、无摩擦的斜压大气中放进地形，那末，在一定的条件下，从 Hadley 流型就能够激发出槽脊位置固定的定常流型，即地形驻波．这是地形对大气环流影响的一种表现．在另外的条件下，从 Hadley 环流能够激发出地形瞬变波，这种波动是波幅、周期受到地形影响的斜压大气中的行进波，这是地形作用的又一表现．

由于大尺度大气过程的非线性，地形驻波具有多平衡态特征．一种平衡态是低指数环流，另一种是高指数环流，这两种流型均满足模式物理定律的约束．垂直向、水平向内摩擦及地面摩擦在地形驻波的形成中，有着不同的作用．在线性范畴研究地形强迫响应，也可得到地形驻波的流型．但是，那些流型是在给定基流的约束下得到的定常状态．在非线性的情况下，地形驻波的流型是在基波与谐波、谐波与谐波、流场与强迫之间相互调整、相互协调趋于平衡而达到的定常流型，故比线性结果更具一般性．

地形瞬变波的周期长度在 5 天至 20 多天之间，这与实际大气中存在的低频 Rossby 波周期范围相近，均属中期波范畴．这说明：实际大气中两周左右的行进波，就其动力学性质而言，至少有两类，一是自由的瞬变斜压波，一是强迫的地形瞬变波．

参　考　文　献

[1] Charney, J. G. and Devore, J. G., *J. A. S.*, **36**, 1205—1216, (1979).
[2] Charney, J. G. and Straus, D. M., *J. A. S.*, **37**, 1157—1176, (1980).

TOPOGRAPHIC STANDING AND TRANSIENT WAVES

Li Maicun
(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Luo Zhexian
(Meteorological Bureau of Gansu Province)

Abstract

In this paper the problem of topography-forced response is analytically studied within a two-layer quasigeostrophic truncated spectral model. The expressions for topographic standing waves and oscillation frequency of topographic transient waves are obtained. The effects of both frictional convergenee in the boundary layer and vertical horizontal internal frictions on the topographic standing waves are preliminarily discussed. It is demonstrated that, on the basis of the dynamic aspects of the mid-range waves, which have oscillation periods of approximately two weeks, some waves are free baroclinic and the others are topographic transient. Finally, we briefly discuss the stability of a kind of topographic standing wave.