

次天气尺度系统地转适应过程 的数值实验

张 铭

(中国科学技术大学研究生院)

提 要

本文用柱坐标中原始方程的五层对称模式对斜压大气次天气尺度系统的地转适应过程进行了数值实验。文中着重讨论了热源的影响。数值实验的结果与以前的线性理论和非线性理论一致。在线性适应过程中常定的热源使重力惯性波增幅，最终系统向常定热源适应。在有热源的非线性适应过程中，系统得到发展，最后发展成一个类似于热带气旋的系统。

一、引言

在中低纬度热带气旋、副热带气旋等次天气尺度的系统对人们的生产和生活有很大影响。这些天气系统有二个重要的特征：一是它们的尺度比天气尺度要小一些，但比中尺度又要来得大，且它们基本上可以看作是轴对称的；二是在这些系统中凝结潜热的释放对其维持和发展都有一定的影响，有的甚至有决定性的影响，如热带气旋。在目前广泛应用原始方程做中低纬度数值预报的情况下，了解次天气尺度无热源和有热源的非线性适应过程的特点是很需要的，为此我们进行了斜压大气次天气尺度系统的非线性适应过程的数值实验。

二、计算模式

柱坐标中静力平衡下轴对称的原始方程组为¹:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \zeta \frac{\partial v_r}{\partial \zeta} = v_\theta \left(f + \frac{v_\theta}{r} \right) - \frac{\partial \phi}{\partial r} - H \frac{\partial P}{\partial r} + D_r \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \zeta \frac{\partial v_\theta}{\partial \zeta} = -v_r \left(f + \frac{v_\theta}{r} \right) + D_\theta \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v_r \frac{\partial H}{\partial r} + \zeta \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \kappa H \left(\frac{\zeta}{\xi} + P \right) + Q + D_H \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v_r \frac{\partial P}{\partial r} = - \left(\frac{\partial r v_r}{r \partial r} + \frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} \right) \quad (4)$$

1982年1月15日收到，6月7日收到修改稿。

在此

$$\begin{aligned}
 H &= -\zeta \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = RT \quad P = \ln p, \\
 \dot{P} &\equiv \frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + v_r \frac{\partial P}{\partial r}, \\
 D_r &= K_H \left(\nabla_r^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right) + K_\zeta \frac{\partial^2 v_r}{\partial \zeta^2}, \\
 D_\theta &= K_H \left(\nabla_r^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} \right) + K_\zeta \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \zeta^2}, \\
 D_H &= K_H \nabla_r^2 H + K_\zeta \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2}, \\
 \nabla_r^2 &\equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}.
 \end{aligned}$$

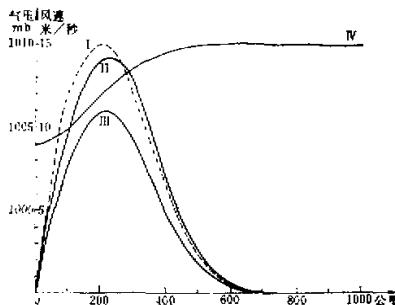
$\zeta = p/p_0$, p 为气压, p_0 为地面气压。 $K = R/C_p$, R 为气体常数, C_p 为定压比热。 K_H , K_ζ 为水平和垂直的湍流扩散系数。 Ω 为热源项。 f 为柯氏参数, 取值为 5×10^{-5} 秒 $^{-1}$ 。

对以上方程我们直接用差分法进行计算。对空间采用中央差分。在水平方向从中心到外边界共有 21 个格点, 水平格距 $\Delta r = 50$ 公里, 所有的变量均定义在同一格点上。在垂直方向我们分为五层, 其 ζ 分别为 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9。 v_r , v_θ , H 定义在这些层次上, 而 ϕ , ζ 则定义在二层之间。对时间我们采用隐式差分。在计算中采用了对适应过程和平流过程分别进行计算的分解算法[2]。对适应过程采用较小的时间步长 $\Delta t = \delta_1 = 120$ 秒, 对平流过程则可选用较大的时间步长 $\Delta t = \delta_2 = 3\delta_1$ 。在实验中若我们不计算平流过程就得到线性适应过程的结果, 加进平流过程后则得到非线性适应过程的结果, 这在编制程序上是很方便的。我们没有考虑地形, 外边界取在距中心 1000 公里处, 采用绝热刚壁边界条件。初始的温度场我们取为气候平均值, 在 $\zeta = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ 层温度分别取为 -77.9°C , -35.0°C , -5.4°C , 9.9°C , 21.8°C 。风场和气压场则分别取以下三种情形:

第一种初始场 p , 取为均匀, 为 1010mb, v_θ 在底层取为气旋, 其最大值为 15 米/秒, 顶层取为弱反气旋, 其最大值为 5 米/秒, 它们均位于距中心 200 公里处, 风速是向上线性递减的, v_r 则取为 0。

第二种初始场 p , v_r 同上, 但 v_θ 取为上下一致的气旋, 底层 v_θ 的分布与上同。以上二种情形初始的风场和气压场是不相适应的。

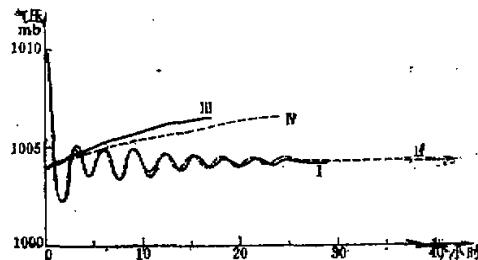
第三种初始场 p , 取为一个低压, 中心为 1004mb, 外边界为 1010mb, 初始风场取得与之相适应。此时 $v_r = 0$, v_θ 是一个向上略有减弱的气旋, 其最大值为 14 米/秒, 出现在底层距中心 200 公里处, 此初始场满足梯度风平衡, 与文献[3]类似。这三种初始场的分布见图 1 (图中曲线 I 为第一、二种初始场 $\zeta = 0.9$ 层 v_θ 的分布, 曲线 II 为第三种初始场 $\zeta = 0.9$ 层 v_θ 的分布, 曲线 III 为第三种初始场 $\zeta = 0.1$ 层 v_θ 的分布, IV 为第三种初始场 p 的分布)。

图1 初始 v_0 及 p_0 分布图

三、无热源非线性适应过程的实验

1. 非线性适应过程对线性适应过程的偏移

取初始场为第二种，由于初始时风场与气压场不相适应，故有明显的重力惯性波激发出来，地面中心气压 p_{00} 有周期约为三个小时的振荡，适应过程进行得较快，最后系统达到了梯度风平衡，成为一个冷心的气旋。由于次天气尺度系统本身范围不大，故是气压场适应于风场。以上情况与文献[4]中正压的情形类似。我们还用第三种初始场做了实验，此时由于初始场是相适应的，因而 p_{00} 看不出振荡，仅仅由于摩擦，地面气压场在逐渐填塞。

图2 地面中心气压 p_{00} 随时间变化图

为了比较，我们还作了线性适应过程的实验，计算结果二者 p_0 , u_0 , T 均很接近，这与理论分析一致。但在实验中我们看到非线性适应过程还有一个与演变过程对应的缓慢变化部份：这在图 2 上表现为二条曲线之间有一个系统的偏移，这种偏移虽不大，但还是清楚的，在系统大体适应后则看得更清楚（图 2 上曲线 I 为采用第二种初条件的线性适应过程，曲线 II 为第二种初条件的非线性适应过程曲线 III 为线性适应过程第三种初条件的，曲线 IV 为第三种初条件的非线性适应过程）。特别当取第三种初始场时这种偏移一开始就十分清晰。这种偏移是平流项引起的，这正是非线性问题的一个特点^[1]。

2. 散度场向涡旋场的适应

非线性适应理论的一个重要结论是有散度场向涡旋场的适应。即散度场与涡度平流有准平衡关系，散度场的空间分布与涡旋场及其演变趋势有某种配合关系^[1]。当取第一种初始场时我们看到除了在开始数小时系统处于剧烈调整阶段以外，当涡度变化时散度也随之有同样的变化趋势(图略)。散度的分布与涡度的分布配合得很好，在涡度平流绝对值较大处总是正涡度平流对应着辐合，负涡度平流对应着辐散。凡是较强的涡度平流中心附近必有散度中心与之相配合(图3，图中虚线为等相对涡度平流线，单位为 10^{-10} 秒 $^{-2}$ ，实线为等散度线，单位为 10^{-6} 秒 $^{-1}$)。对第二种初始场我们也得到了同样的结论。以上结果体现了散度场向涡旋场适应的事实。在实验中我们还注意到非线性适应过程与线性适应过程算得的 v_s 场(如地转风场)有明显的差异，而 v_s 的分布决定散度场，故算得的散度场二者亦有明显的差异。

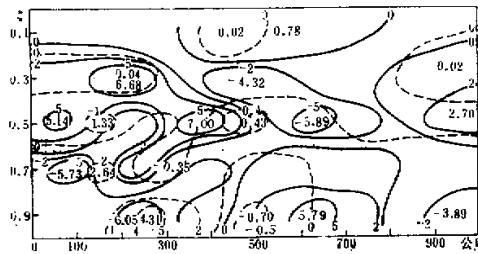


图3 12小时相对涡度平流及散度分布图

四、常定热源线性适应过程的实验

1. 热源对重力惯性波的激发作用

我们取三个个例，均采用第二种初始场，个例1无热源，即为(三)1中前一个个例；个例2、个例3均给出了一个常定的热源。个例2中的热源主要集中在距中心275公里的范围内，其强度大致相当于在此范围内每日有86mm降水所释放的凝结潜热。个例3中的热源分布范围同上，强度为其一倍。在这三个个例中我们看到热源越强， p_{α} 的振幅越大，这说明外加热源将使重力惯性波增幅(见图4，图中曲线I为本节中个例1 p_{α} 变化曲线，曲线II为本节中个例2 p_{α} 变化曲线，曲线III为本节中个例3 p_{α} 变化曲线，曲线IV为下节中的个例 p_{α} 变化曲线，曲线V为本节中个例2最大 v_s 变化曲线，曲线VI为下节中的个例最大 v_s 变化曲线)。在初始场取第三种情形时我们注意到在不加热源时 p_{α} 没有振荡，但一加上热源 p_{α} 就出现了十分明显的振荡(图略)。以上事实均说明了热源对重力惯性波的激发作用。

2. 系统向常定热源的适应

在以上个例中均可以看到 p_{α} 的振幅随时间衰减，即重力惯性波随时间阻尼。热源弱

阻尼得快，热源强则慢， p_{α} 最终趋于定常。这个事实反映了系统向常定热源的适应。文献 [5] 中指出，大气运动还具有向“外部热源”适应的性质，常定热源激发的重力波随时间单调衰减，加入湍流粘性后，重力波阻尼，最终运动趋于定常。我们的实验正说明了这点。

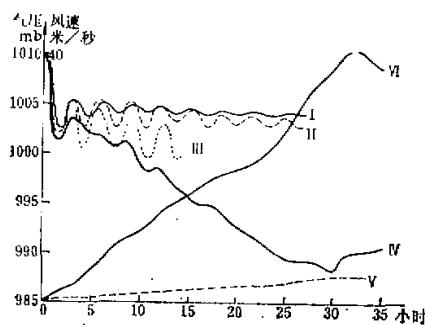


图 4 不同个例 p_{α} 及最大 v_{θ} 随时间变化图

我们取四、1. 中个例 2 的热源和初始场进行了常定热源非线性适应过程的实验。实验中 p_{α} 及最大 v_{θ} 随时间的变化见图 4 中曲线 IV、VI。我们看到实验开始后 p_{α} 就在振荡中下降，至 12 小时 p_{α} 已降至 998.5mb，这时底层最大 v_{θ} 已移至距中心 100 公里处，其值为 20 米/秒。在中高层，外围出现了反气旋环流，而中心附近的气旋环流则在减弱。中心附近 v_{θ} 在低层是流入的而在高层是流出的。垂直速度在中心附近是上升气流而在其外侧为下沉气流。至 24 小时则 p_{α} 降到 990.3mb，最大 v_{θ} 出现在底层距中心 50 公里处，其值为 31 米/秒。在高层，外围的反气旋环流和中心附近的气旋环流均在增强，在低层则是气旋环流在增强。 v_{θ} 与垂直速度的分布与 12 小时时类似，只是强度增加了。温度场在 $\zeta = 0.3$ 层上的增暖十分明显，形成一个暖中心。至 30 小时， p_{α} 降到最低，为 988.2mb，最大 v_{θ} 增至 39 米/秒。我们认为系统已发展到极盛时期，以后则开始逐渐衰亡，至 48 小时 p_{α} 已增至 998 mb，最大 v_{θ} 则降为 34 米/秒。

在极盛时我们看到流场有以下特点：

- (i) 在中心及其附近热源较强处为强的上升气流，其外围有下沉气流。在低层有明显的流入而在上层则为流出。这样就构成了一个由热力作用形成的直接环流圈。
- (ii) 水平风场高层的外围为反气旋环流，在 $\zeta = 0.3$ 层（300mb 左右）反气旋环流

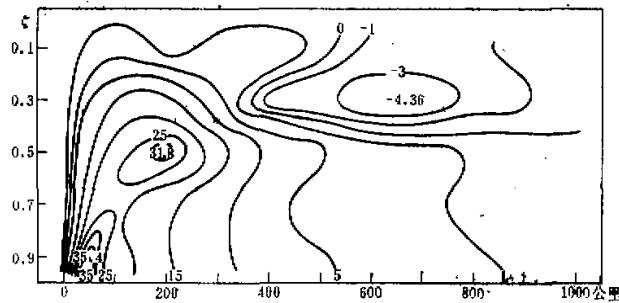


图 5 27 小时 v_{θ} 剖面图

最强，但在高层中心附近仍保持着气旋性环流。

(iii) 在近中心有一条气旋性的狭窄的强风带。这条强风带的风速随高度的增加而减少，风带是向外倾斜的(参见图5，图中等风速线的单位是米/秒)。在实验中我们看到随着 v_θ 的增大， v_θ 的位置则向中心移动，当其移到中心附近时则已发展成为一条强风带了。

以上的实验结果与实际的热带气旋有很多类似之处，也与转盘模拟台风的实验结果相类似^[6]。这种相似性正好说明了在转盘实验中用外加热源的办法能够模拟出台风环流的原因。

2. 与线性适应过程的差别

与线性适应过程相比较，我们看到在有热源的情形下二者的结果很不相同。即使在系统进行剧烈调整的适应过程阶段二者的差别也非常大，这与无热源的情况完全不同。其中的主要差别有以下几点：

- (i) 在非线性适应过程中 $p_{\theta 0}$ 的振幅明显比线性适应过程要小，阻尼得也快。
- (ii) 在非线性适应过程中虽然环流形式粗略地看起来与线性过程相似，但环流强度要比线性过程大得多。
- (iii) 非线性适应过程在 $\zeta = 0.3$ 的层次上(300mb左右)有明显的暖心出现而线性过程在该层却为微弱的冷心。

由(i)(ii)二点可知在非线性过程中波动的能量被涡旋吸收从而使涡旋得到增强。由(iii)可知非线性过程中暖心的形成与温度平流有很大的关系，下面我们还将讨论。

3. 温度平流项的重要作用

为了弄清线性适应过程和非线性适应过程差异很大的原因，我们做了下面一个实验：

取四、1. 中个例3的热源和初始场对线性适应过程、非线性适应过程以及对动量方程采用线性方程而对热力学方程采用非线性方程的模式分别进行了计算，我们简称最后一种情形为半线性过程；在此过程中仅考虑了温度场的平流而忽略了流场的平流。计算的结果表明：系统开始进行适应调整的阶段半线性过程与线性过程的结果就有明显的差异，但与非线性过程的结果则相差不大。由此可知，就是由于温度平流项的作用才使得线性适应过程与非线性适应过程产生了明显的差异。为了探讨其具体作用，我们作了在 $\zeta = 0.3$ 层 $r = 0$ 处温度随时间的变化图(参见图6，图中圆点表示线性过程 $p_{\theta 0}$ ，圆圈表示半线性过程 $p_{\theta 0}$ ， \times 号表示非线性过程 $p_{\theta 0}$ ，空心方块表示线性过程温度 T ，实心方块表示半线性

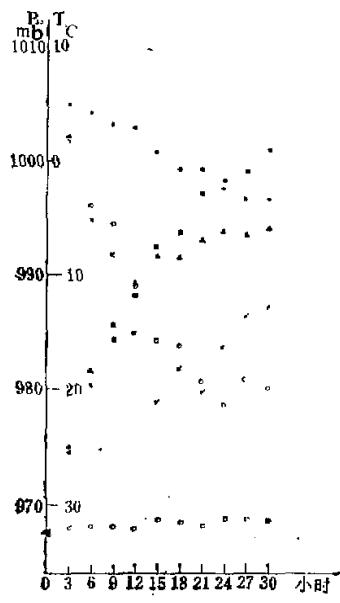


图6 线性、半线性、非线性过程 $p_{\theta 0}$ 及 $\zeta = 0.3$ 层 $r = 0$ 处的温度随时间变化图

过程 T , 实心三角表示非线性过程 T). 在图上可见半线性过程与非线性过程的计算结果在 15 小时前差异不大, 但它与线性过程一开始就有显著的差异. 前者温度明显上升而后者温度变化不大. 这种温度上升主要是由温度平流项中的对流项 $-\zeta \frac{\partial T}{\partial \zeta}$ 所造成的. 由于模式中热源的作用, 系统中心出现了上升气流, 故 $\zeta < 0$, 而 $\frac{\partial T}{\partial \zeta} > 0$, 因而 $-\zeta \frac{\partial T}{\partial \zeta} > 0$. 由于中心部分热源较强, 故上升气流是比较强的, 特别在中层附近更强. 这样温度对流项就成为热力学方程中的一个主要项, 它对中心附近对流层上层的增温起了很大的作用. 在这里, 热源主要是通过产生较强的上升运动因而产生较大的温度对流来使中心附近对流层上层增温. 热源对增温的影响是间接的, 热源对中心附近的直接加热与温度对流相比是次要的. 因而在略去温度平流项后虽仍有热源的存在, 但对流层上层中心附近的温度却几乎没有上升.

在热带气旋的研究中发现对流层上层焓 ($C_p T = H/K$) 的积累即暖心的形成对热带气旋的生成和发展是至关紧要的. 高层焓的增加将导致地面气压逐渐下降和气旋的生成⁷. 由以上实验可以看到常定热源和温度平流项(主要是对流项)的配合可以使对流层上层的暖心得以形成和加强, 因而导致系统的发展, 在略去温度平流项后, 即使有热源存在这种焓的积累也不会发生. 这就说明了温度平流项的重要性.

六、结语

从以上的讨论中我们看到, 在无热源的情况下, 当系统处于风场和气压场进行激烈调整的适应过程阶段, 线性适应过程和非线性适应过程模式二者计算的结果相差甚微, 因而为简化问题, 我们常采用线性的模式. 当系统基本上适应后, 则非线性模式计算的结果与线性模式有一定的偏差. 但在有热源的情况下, 即使系统处于风场与气压场进行激烈调整的适应过程阶段二者也有很大的差别. 这种差别主要是由温度平流项(对流项)引起的. 因此在研究有热源的地转适应问题时最好不用线性模式. 在有热源的非线性适应过程中我们得到了结构类似于台风的系统, 这是很有意义的.

本文是在大气所曾庆存导师的指导下完成的. 大气所袁重光, 张学洪等同志均提过很好的意见. 在此一并致谢.

参 考 文 献

- [1] 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础, 第一卷, 科学出版社, 1977.
- [2] 曾庆存, 袁重光, 求解天气预报方程组的分解算法, 科学通报, 18, 1980.
- [3] Li Peng, H. L. Kuo (郭晓岚), A numerical simulation of the development of tropical cyclone, *Teller*, 27, No. 2, 1975.
- [4] 袁重光, 曾庆存, 地转适应过程的数值实验, 气象学报, 38, No. 2, 1980.
- [5] 张可荪, 在有热源和耗散情况下的大气适应过程, 大气科学, 第 4 卷第 3 期, 1980.
- [6] 魏鼎文, 叶笃正, 热带风暴的结构及其螺旋云带的形成——模拟实验研究, 气象学报, 37, No. 2, 1979.
- [7] Gray, W. M. Tropical cyclone genesis in the Western North Pacific "Environsfac Technical Paper No. 16—75, 1973.

NUMERICAL EXPERIMENTS ON THE GEOSTROPHIC ADAPTATION PROCESS OF SUBSYNOPTIC SCALE SYSTEM

Zhang Ming

(Graduate college, the University of Science and Technology of China)

Abstract

Some numerical experiments of the geostrophic adaptation process of subsynoptic scale system have been carried out by using a symmetrical five-level PE-model in cylindrical coordinates. The effect of heat sources is especially discussed. The numerical results are in good agreement with the previous analytic results obtained by linear and nonlinear theory. In the linear adaptation process steady heat sources increase the amplitude of gravity-inertia wave and the system is adapted to steady heat sources eventually. In nonlinear adaptation process with heat sources the system is developed and changed into a system similar to a tropical cyclone eventually.

* * * * *

勘 误 表			
对本刊7卷3期作如下勘误:			
页	行或公式	误	正
241	公式(11)中分子	$\sum_{i=1}^{I_0}$	$\sum_{i=1}^{J_0} \sum_{j=1}^{I_0}$
244	12 $\sum k_o s_o \dots r_o$	$\sum k_o s_o \dots r_o$	