

具有热力-动力耦合的二维能量平衡气候模式

陈 英 仪*

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文设计了一个热力-动力耦合的理论模式, 所得到温度场和运动场的平均气候状态基本上与实况接近。分析表明, 温度场和速度场是相互制约的, 温度分布在纬向上的不均匀形成了垂直经圈环流, 此种流场又把赤道的热量往极地输送, 其结果与没有运动场耦合的情况相比, 可使赤道温度降低而极地温度升高。

研究模式气候对太阳常数变化的敏感性后指出, 要使冰界线从现在的 72°N 南移到冰河期的 50°N , 太阳常数要减小 15% 左右。这在考虑或不考虑流场耦合的模式中都是差不多的。

引 言

地球气候形成的基本能量是太阳辐射, 由于太阳辐射能的纬向不均匀性在地-气系统中造成能量在水平和垂直方向的转换过程, 这种转换过程除大气的辐射平衡外, 还包括在水平和垂直方向的湍流热输送以及水汽的凝结和蒸发等所造成的热转换。此外, 由这些热力过程造成温度的不均匀分布后又将造成大气运动, 而后者对温度场又有反馈。温度场和速度场是相互制约又相互调整的, 二者必须从理论上同时决定。

作者在前几篇文章中^[1-4]在只包括热力学能量平衡的情况下, 研究了地球大气温度的分布, 以及这种分布对太阳常数变化的敏感性。指出要使冰界纬度从现在气候的 72°N 南移到出现冰河期的 50°N , 太阳常数必须减少 15% 左右。而一维能量平衡模式所得到的结果^[5-8]却在很大程度上依赖于所取的参数, 其结果为 2% 到 10% 不等。

本文试图进一步考虑热力-动力的相互作用以研究同一问题。

一、理论模式与计算方法

考虑了辐射和湍流的热量平衡以及大气运动后, 有下面的热力学和辐射输送方程:

$$\rho C_p \left[\frac{v}{a} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \left(\frac{g}{C_p} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] - \frac{K}{a^2} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

* 1981年12月30日收到, 1982年6月24日收到修改稿。

* 郑轻同志参加了部分工作。

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \sum \alpha'_i \rho_c (A_i + B_i - 2E_i) + \alpha'' \rho_c Q \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} = \alpha'_i \rho_c (A_i - E_i) \quad (2)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial z} = \alpha'_i \rho_c (E_i - B_i) \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \alpha'' \rho_c Q \quad (4)$$

式中， ρ 为空气密度， C_p 为空气的定压比热， T 为空气温度， α'_i 和 α'' 分别为对波长为 λ_i 的长波辐射吸收系数以及对太阳辐射的平均吸收系数， A_i ， B_i 分别为在波长 $\Delta\lambda_i$ 区间内向下和向上的长波辐射通量， Q 为太阳辐射通量， E_i 为在 $\Delta\lambda_i$ 内的灰体辐射能量， ρ_c 是吸收介质的密度， K ， k_v 分别为水平和垂直的湍流热交换系数， a 为地球半径， θ 为纬度。

假定大气运动是轴对称的， $\frac{\partial p}{\partial \lambda} = 0$ ，因此第一运动方程可近似写成：

$$f \rho v = \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (5)$$

式中 v 为湍流对动量的垂直交换系数。

设纬向气流是地转的，即

$$f \rho u = \frac{1}{a} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (6)$$

静力平衡方程和连续方程为

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \cos \theta \rho v}{\partial \theta} = 0 \quad (8)$$

积分 (5) 式，如要质量在经圈方向没有净输送，则有

$$f \int_0^{\infty} \rho v dz = \rho v \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} - \rho v \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\infty} = 0$$

因在大气顶部湍流垂直输送过程可假定消失，于是由上式有

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (\text{当 } z = 0 \text{ 时}) \quad (9)$$

从 0 到 z 积分 (5) 式，并应用热成风关系则得

$$\int_0^z \rho v dz = \frac{\rho v}{f} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{g \rho v}{f^2 T a} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (10)$$

积分连续性方程可得

$$w(z) - w(0) = -\frac{1}{a \cos \theta} \int_0^z \frac{\partial \cos \theta \rho v}{\partial \theta} dz$$

如无地形则 $z = 0$ 时， $w = 0$ ，所以

$$w = \frac{-g v}{f^2 T a} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta}, \quad (11)$$

把(10)式中 $\partial u / \partial z$ 的表达式代入(5)式，并设 \bar{T}, ρ 为常数，可得

$$\nu = \frac{g\nu}{f^2\bar{T}^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (12)$$

再对(10)式的第二个等号积分。并设 $z = 0$ 处， $u = 0$ ，则得：

$$u = \frac{g}{f_a \bar{T}} \int_0^x \frac{\partial T}{\partial \theta} dz \quad (13)$$

把(11)、(12)式代入(1)式有

$$\begin{aligned} & \left[\frac{K}{a^2} + \frac{\rho C_p g \nu}{f^2 a^2 \bar{T}} \left(\frac{g}{C_p} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_r \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ & - \frac{\rho C_p g \nu}{f^2 a^2 \bar{T}} \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \sum \alpha'_r \rho_c (A_i + B_i - 2E_i) + \alpha'' \rho_c Q = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

令

$$x = \sin \theta \quad E = F \sigma T^4$$

其中 F 为灰体辐射系数， σ 是 Stefan-Boltzmann 常数。近似取

$$\frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{1}{4\sigma\bar{T}^3 F} \frac{\partial E}{\partial z} \quad (15)$$

并引进光学厚度

$$\xi = \frac{\alpha''}{\xi_0} \int_x^\infty \rho_c dz \quad \xi_0 = \alpha'' \int_0^\infty \rho_c dz \quad (16)$$

像前几文那样应用郭晓岚的方案^[9] 处理辐射过程，最后得

$$\begin{aligned} & \left(D - D_1 \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) \frac{\partial}{\partial x} (1 - x^2) \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \xi} (k_r + k_r) \frac{\partial E}{\partial \xi} \\ & + D_2 (1 - x^2) \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) - N^2 E = -\tilde{S} \xi_0 \bar{Q}_0 e^{-\xi_0} S(x) \\ & + \tilde{S} \bar{Q}_0 \left[r \left(1 + \frac{\alpha''}{\alpha_w} \right) - e^{-\xi_0} \int_0^1 \Gamma S(x) dx \right] \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= \frac{K \xi_0^2 C_p \rho}{(\alpha'' \rho_c a)^2} + \frac{D_1 g}{C_p} \quad D_1 = \frac{\xi_0^2}{(\alpha'' \rho_c)^2} \cdot \frac{\rho C_p g \nu}{f^2 a^2 \bar{T}} \\ D_2 &= \frac{D_1 \alpha'' \rho_c}{\xi_0 4\sigma \bar{T}^3 F} \quad k_r = \frac{8\sigma \bar{T}^3 F}{\alpha_r \rho_c} \\ N^2 &= \frac{8F(1 - r)\sigma \bar{T}^3 \alpha_w \rho_c \xi_0^2}{(\alpha'' \rho_c)^2} \quad \tilde{S} = \frac{4F\sigma \bar{T}^3 \xi_0}{\alpha'' \rho_c} \end{aligned}$$

式中 α_w, α_r 分别为弱和强吸收区介质的长波辐射吸收系数， r 为强吸收区中物质的辐射能量占总辐射能量的部分， Γ 为地表反照率， Q_0 为行星大气上界接收到的净太阳辐射通量。若大气的行星反射率为 Γ_a ，则

$$Q_0(x) = \bar{Q}_0 S(x) = (1 - \Gamma_a) \frac{S_0}{4} S(x)$$

$$\int_0^1 S(x) dx = 1,$$

S_0 为太阳常数, $S(x)$ 可按勒让德级数展开成 $S(x) = \sum S^{(n)} P_n(x)$ 。我们只取级数的头两项——因这时的误差就只有 0.01%。这两项的系数为 $S^{(0)} = 1$, $S^{(2)} = -0.482$ 。边界条件为

$$\xi = 0 \quad \int_0^1 E dx = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\alpha''}{\alpha_w} \right) Q_0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \xi = 1 \quad & (k_t + k_r) \frac{\partial E}{\partial \xi} - N^2 \int_0^1 E d\xi = - \frac{\alpha'' N^2}{\alpha_w \xi_0} E_0 \\ & + \tilde{S} \bar{Q}_0 \left[\frac{x''}{\alpha_w} + (1 - \Gamma) e^{-\xi_0} \right] S(x) \end{aligned} \quad (19)$$

$$x = 0 \quad (1 - x^2)^{1/2} \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

$$x = 1 \quad \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

与前文不同, 在现在的温度方程 (17) 式中, 已部分地考虑了运动场的反馈, 且方程是非线性的。

采用中央差分格式进行计算, x 的步长取 0.1, ξ 的步长在低空取 0.1, 在高空取 0.01。给一个初值作为 E 的解, 然后进行迭代, 直到后一步与前一步 E 场的最大误差小于 10^{-5} 卡/厘米²·分, 得出 E 的解。再根据所得的温度场, 从 (11)–(13) 式就可以计算流场。流场的大小只取决于温度分布。在边界处, 我们都假定速度的梯度为零。

从方程 (17) 看, 当 $D > D_2 \frac{\partial E}{\partial \xi}$ 时, 方程是椭圆型的。这对一般的现实大气是满足的。因为

$$D - D_2 \frac{\partial E}{\partial \xi} = \frac{K \xi_0^2 C_p \rho}{(\alpha'' \rho_c a)^2} + \left(\frac{g}{C_p} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \cdot D_1$$

然而, 若参数或初始值给得不好, 温度的垂直分布是超绝热时, 很可能出现

$$D < D_2 \frac{\partial E}{\partial \xi}$$

这时方程变成为双曲型。这样计算就会出现不稳定。在我们的参数下, 初始场给的是均匀场, 计算未出现不稳定。

二、平均温度和流场的分布

我们取如下参数: 太阳常数 $S_0 = 1.92$ 卡/厘米²·分, 地球大气的行星反照率 Γ_e 取平均值 0.35, 反照率

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma_1 = 0.62 & \text{当 } x \geq x_s \\ \Gamma_2 = 0.32 & \text{当 } x < x_s \end{cases}$$

其中 $x_s = \sin \theta_s$, θ_s 为冰界纬度, 冰界由温度 $T = -10^\circ\text{C}$ 确定。由于地球大气的吸收

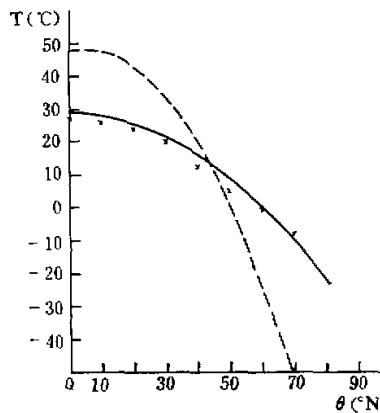
气体主要是水汽和二氧化碳，水汽的密度分布取 $1.5 \times 10^{-6} e^{-0.4z}$ ，二氧化碳取 $10^{-6} e^{-0.1z}$ ，得到 $\xi_0 \approx 0.4$ 。 z 与 ξ 的对应关系在表 1 给出。

表 1 z 和 ξ 的关系

ξ	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.08	0.06	0.04	0.02	0
z (公里)	0	0.6	1.4	2.5	4.4	7.4	8.5	10.0	14.0	∞

其它参数取： $\bar{T} = 283\text{K}$ ， $\nu = 0.5$ ， $\rho_c = 10^{-6}\text{克}/\text{厘米}^3$ ， $\alpha'' = 0.25\text{厘米}^2/\text{克}$ ， $\alpha_w = 1.25\text{厘米}^2/\text{克}$ ， $\alpha_r = 100\text{厘米}^2/\text{克}$ ， $K = 3 \times 10^5\text{卡}/\text{厘米}\cdot\text{秒}\cdot\text{开}$ ， $C_p = 0.24\text{卡}/\text{克}\cdot\text{开}$ ， $\sigma = 0.824 \times 10^{-10}\text{卡}/\text{厘米}^2\cdot\text{分}\cdot\text{开}^4$ ，灰体系数 F 取 0.6，考虑到近地面以及云的灰体系数较大，所以在近地面及 10 公里附近取 0.8。垂直湍流交换系数 k_z 在边界层取 66 卡/厘米·秒·开，在自由大气中取 40 卡/厘米·秒·开。

计算得到的半球年平均温度分布见图 1 和图 2。图 1 表示地面温度随纬度的分布，图 2 表示在不同纬度上温度随高度的分布，实线为理论计算值， \times 号表示观测值。（观测值取自 NOAA Atmospheric Circulation Statistics.）由图可见，理论计算与实测值比较接近。

图 1 地面温度分布。实线为计算值， \times 为观测值，虚线为流场静止时的计算值

我们算得流场在经圈方向只有一个环的垂直经圈环流。这是因为赤道暖空气上升，极地冷空气下沉，又由于连续性的要求，必然地面吹北风而高空吹南风，它示意地表示如图 3。纬向风速的分布见图 4。这时西风急流中心在 45°N 附近的 13 公里高处。

以热力-动力耦合模式得到的温度分布与观测大致接近，风场的主要结构基本模拟出来了，比如高空吹西风；在一定高度上有急流等。但细致的结构与实况差异较大。比如，我们只得到一个环的垂直经圈环流，而实况是三个环，在中纬度还有一个逆环流圈（动力环流）。这是因为我们的模式相当简单，很多过程都忽略了，比如大型涡旋输送，地形和海陆分布等都没有考虑进去。

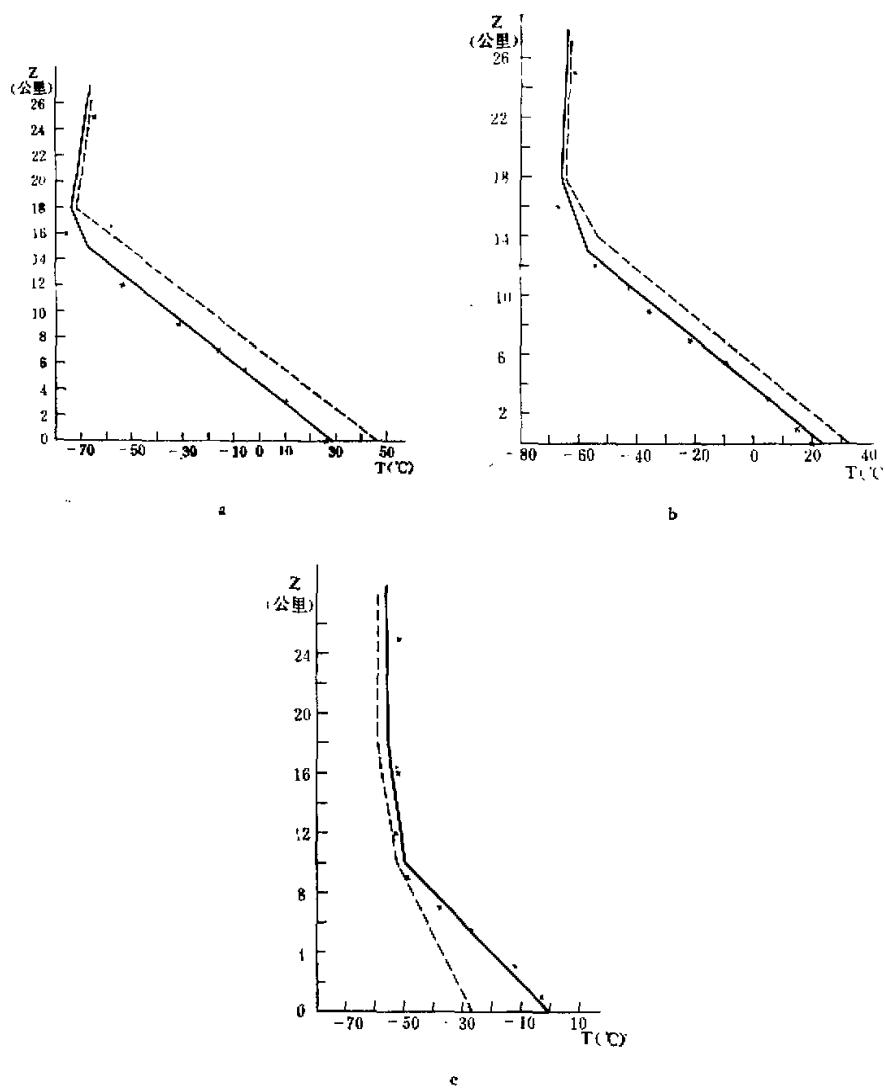


图2 不同纬度上大气温度随高度的分布。a. $\theta = 10^\circ\text{N}$, b. $\theta = 30^\circ\text{N}$, c. $\theta = 60^\circ\text{N}$ 。说明同图1

假设流场静止而其它参数均不变，则得到的温度分布如图1、2中虚线所示。可见考虑流场以后，赤道温度将变低而极地温度将升高。这显然是经圈环流起作用的必然结果。

三、模式气候对太阳常数变化的敏感性

计算得到的冰界纬度与太阳常数的关系表示在图5中。这时，若冰界线从现在的

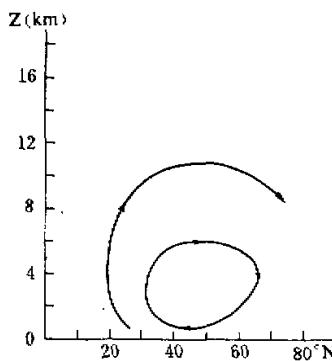


图3 计算得到的垂直经圈环流

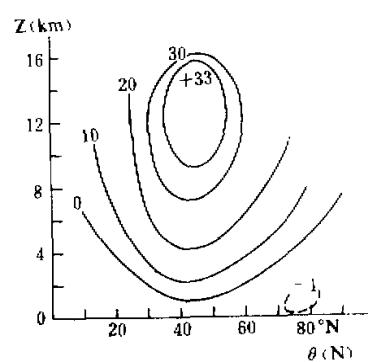


图4 平均纬向风分布。单位为米/秒。

正值代表西风

72°N , 南移到出现冰河期的 50°N , 则太阳常数要减小 18% 左右(实线所示)。

为了与不考虑流场的情况比较, 我们也计算了流场静止时的冰界纬度与太阳常数的关系(虚线所示)。由于讨论问题要以现有的气候状态为根据, 如前所述, 流场静止时的温度分布大大偏离实况, 因此, 其它参数应作相应的调整, 调到与实况一致时为 k , 取 80 卡/厘米·秒·开, α'' 取 0.1 厘米²/克, α_w 取 1.5 厘米²/克。这时, 若冰界线从 72°N 南移到 50°N , 太阳常数要减小 16%, 这与作者前文的结果是一致的。

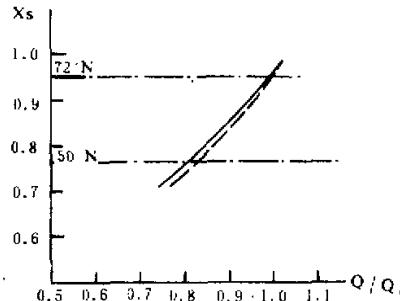


图5 冰界纬度与太阳常数的关系。实线表示有流场的情况, 虚线为没有流场的情况

以上讨论表明, 考虑不考虑流场与温度的耦合, 气候对太阳常数的变化结果都是同样的不敏感。其数值相差不大可以这样来理解: 由于以现代气候为出发点, 所以虽然不考虑流场, 但必然会有相当于流场作用的因子起作用才能得到现实气候。在我们的例子中, 垂直热交换系数 k 就要取得较大。

四、结 论

温度场和速度场是相互制约的。用本文设计的热力-动力耦合理论模式基本上能算

出与实况一致的大气平均气候状态下的温度场和速度场。

讨论气候对太阳常数变化的敏感性后指出，要使冰界线从现在的 72°N 南移到冰河期的 50°N ，则太阳常数要减小 15% 左右，与不考虑流场得到的结果相接近。二维模式气候比一维模式气候要稳定得多，这是二维模式相互制约的物理过程起作用的结果。

本文在巢纪平教授的指导下完成，特致衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 巢纪平、陈英仪，中国科学，12期，1198，1979。
- [2] 陈英仪，气象学报，第1期 p. 1, 1982。
- [3] 陈英仪，二维能量平衡模式中极冰对气候的影响——(二)参数的敏感性分析。(即将发表)
- [4] 陈英仪，具有海-气耦合的二维能量平衡气候模式(即将发表)
- [5] Budyko, M. I., *Tellus*, 21, P. 611, 1969.
- [6] Sellers, W. D., *J. Appl. Meteor.*, 8, P. 392, 1969.
- [7] Oerlemans, J. & H. M. Van Den Dool, *J. Atmos. Sci.* 35, P. 371, 1978.
- [8] Lindzen, R. S. & B. Farrell, *J. Atmos. Sci.* 34, P. 1487, 1977.
- [9] H. L. Kuo, *Pure & Appl. Geophy.*, 109, P. 1870, 1973.

THE GLOBAL CLIMATE IN A THERMAL-DYNAMIC COUPLING MODEL

Chen Yingyi

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper a thermal-dynamic coupling model is developed. As a result, the distributions of temperature as a function of both latitude and height and the wind velocities are roughly in agreement with the observations. It is shown that if the feedback of wind velocities were neglected and other parameters were not changed, the temperature at equator (or at poles) would be much higher (or lower) than the present value. If the motion of air is not taken into account in this model, after changing some parameters (for example, intensifying the turbulent exchange), the distribution of temperature consistent with that from observations can be obtained. It is also shown that the requirement for shifting ice edge from 72 to 50°N needs decreasing the solar constant by 15% from current value and the results with or without considering the air motion are identical.