

几种计算湍流能量和通量方法的比较

李兴生 吕乃平

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文利用超声脉动风速仪和白金丝脉动温度仪,分别测量了三维风速 u 、 v 、 w 和温度 T 的瞬时脉动值。根据这些风、温高频测量值,用几种不同的计算方法计算了湍流能量和动量、热量通量。计算结果表明,由于大气中湍涡尺度很宽,对于不同尺度的湍流量,选用合理的计算方法,能够得到正确的计算结果,并节省计算时间。

一、前 言

大气行星边界层中湍流能量和雷诺切变应力以及热量通量的收支平衡问题,早在二、三十年前已为许多科学工作者所重视,人们从测量方法^[1-4]和理论研究^[5,6]等两方面积极加以探讨。因为,这些物理量不仅涉及到大气湍流动力学、湍流能量平衡以及湍流结构本身的理论研究;它也关系到地球和大气之间的能量交换以及空气污染物质的扩散和输送规律。

在行星边界层中,湍流能量和通量的输送是在一个相当宽的尺度范围内进行的。因而在研究湍流能量和通量输送时,必须明确地给出是哪个尺度范围内湍涡的贡献,否则,将会造成概念上的模糊和计算结果上的混淆。为此,我们将采用三种不同的计算方法,并对结果进行分析比较。此外,在研究湍流量的输送问题时,不仅要求测量仪器有足够的频率响应;而且要求设备有足够的容量去记录和处理大量的资料。近十年来,由于电子计算机的容量和速度不断提高,除能较好地进行湍流量的计算外,甚至可以提供实时的计算结果。但是,计算速度仍然是个较为严重和值得探讨的问题,本文在介绍不同的方法时,将对计算速度问题作一些粗浅的讨论。

本文采用的是美国 Boulder 300 米气象塔^[7]上由超声脉动风速仪和白金丝脉动温度仪取得的三维脉动风速和脉动温度资料,仪器装在 10、22、50、100、150、200、250、300 米等八层高度上。

二、计 算 方 法

以下介绍三种计算湍流能量和动量、热量通量的方法。

1983年3月9日收到初稿,1983年4月25日收到修改稿。

(1) 方法一

象求取算术平均一样,先对超声风速仪和白金丝脉动温度仪取得的每秒 10 次的记录求某一时段内的平均值,若将原始数据减掉这种平均值后即可得到各分量的风速脉动值和温度脉动值。

由此求得了垂直速度脉动值 W' 和温度脉动值 T' 的同时记录,然后将对应时刻的 W' 和 T' 相乘,并求出在某一时间间隔 τ 内的平均值,于是可以得到热通量的表示式:

$$\overline{W'T'} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} W'(t)T'(t)dt \quad (1)$$

用相同的方法,由同时的垂直速度脉动值 W' 和水平速度脉动值 U' 或 V' 相乘,可以求得湍流动量通量。

同样,将同时的风速脉动值 U' 、 V' 、 W' 和温度脉动值 T' 自乘,即可求得湍流能量和温度的方差。

如上所述,湍流能量和通量的输送是在相当宽的尺度范围内进行的,因此,在实际研究中,需要了解不同尺度的湍流涡旋对湍流能量和通量所作的贡献。为此,通常采用数字滤波器来实现这个目的,经过滤波后的频带可以变得很狭,这样很容易了解这些物理量在不同频段的作用。以下介绍一种较为理想的高通滤波器,对方程 $x'_i = x_i - \bar{x}$ 而言有如下的形式^[4]:

$$x'_i = x_i - \frac{1}{m^2} [x_{i-m+1} + 2x_{i-m+2} + \cdots + (m-1)x_{i-1} + mx_i + (m-1)x_{i+1} + \cdots + 2x_{i+m-2} + x_{i+m-1}] \quad (2)$$

其中 $\bar{x}$ 是三角加权平均值, $m = \frac{1}{2} \left(\frac{t_a}{\Delta t} - 1 \right)$ 表示三角加权平均区间的半宽度, i 是时间序列第 i 点的值, t_a 是三角加权平均的区间, Δt 是时间序列的采样间隔, x_i 是第 i 时刻的测量值,也可以是某一函数的傅氏分量:

$$x_i = A \cos \frac{2\pi f_i}{T} \quad (3)$$

最后,由 (2) 式和 (1) 式可以计算得到所需频带范围内的湍流能量和动量、热量通量值。

(2) 方法二

为了清楚地了解各种不同尺度的湍流涡旋对能量、动量和热量通量的贡献,采用傅里叶能谱分析方法是更为直观和有效的。

设 x 、 y 分别为大气中代表某一种气象要素的随机变量,以一定的速率对随机变量进行采样,即可得到随机量 x 、 y 随时间的变化序列。用傅氏分析方法可以得出随机量 x 、 y 的自功率谱和互功率谱在频率域中的分布^[9]。对谱分布函数在频率域中积分,可以得到能量和通量值,其表达式为:

$$\sigma_{x,y}^2 = \int_0^{\infty} E_{x,y}(n)dn \quad (4)$$

$$\sigma_{xy} = \int_0^{\infty} C_{xy}(n)dn \quad (5)$$

其中 $E_{x,y}(n)$ 为随机量 x, y 的自功率谱函数, $C_{xy}(n)$ 是 x, y 的互功率谱函数, n 是频率. $\sigma_{x,y}^2$ 和 σ_{xy} 表示在全频段范围内由于湍流不规则运动对随机变量 x, y 所产生的能量和通量值. 在我们的计算中 x, y 分别取作 W, U, V 和 T , 由公式 (4)、(5) 可以计算出由于风速和温度脉动而产生的能量、动量和热量通量的值.

如前所述, 大气中涡旋运动的尺度范围很宽, 我们不可能得出一个全频段的能谱分布函数. 通常, 人们是根据所研究的问题的性质, 决定所需要的相应湍流的尺度范围和总的采样时间. 例如, 在边界层大气中研究热对流或重力内波对能量的贡献时, 总的采样时间不能小于 1 小时, 因为需要资料能反映出时间尺度为 10 分钟量级的涡旋运动. 而研究惯性付区湍流对能量的贡献时, 总的采样时间只需要 20 分钟, 因为, 相应的涡旋尺度为几秒到几十秒的量级. 图 1 为温度脉动和垂直速度脉动自功率谱分布的实例, 由能谱分布计算能量和通量的实际公式为:

$$\sigma_{x,y}^2 = \int_{n_l}^{n_k} E_{x,y}(n) dn = \sum_{n_i=n_l}^{n_i=n_k} E_{x,y}(n_i) \Delta n_i \quad (6)$$

$$\sigma_{xy} = \int_{n_l}^{n_k} C_{xy}(n) dn = \sum_{n_i=n_l}^{n_i=n_k} C_{xy}(n_i) \Delta n_i \quad (7)$$

由 (6) 和 (7) 式就可以较容易地由谱分布函数计算出所需要的频段范围的能量和通量值.

(3) 方法三

从三分量超声风速仪和脉动温度仪测到的瞬时风速和温度值可以直接计算尺度范围相当宽的湍流能量和通量值, 其计算公式如下:

$$\overline{W'T'} = \overline{WT} - \overline{W}\overline{T} \quad (8)$$

$$\overline{W'U'} = \overline{(WU)_R} - \overline{U}_R \overline{W} \quad (9)$$

$$\overline{W'V'} = \overline{(WV)_R} - \overline{V}_R \overline{W} \quad (10)$$

其中下标 R 表示 22 米高度以上各层的脉动风投影到与 10 米高度上的风向相一致时的风速值, 因此:

$$\overline{U}_R = -\overline{U} \sin \bar{\theta} - \overline{V} \cos \bar{\theta} \quad (11)$$

$$\overline{V}_R = \overline{U} \cos \bar{\theta} - \overline{V} \sin \bar{\theta} \quad (12)$$

$$\overline{(WU)_R} = -\overline{VW} \cos \bar{\theta} - \overline{UW} \sin \bar{\theta} \quad (13)$$

$$\overline{(WV)_R} = \overline{UW} \cos \bar{\theta} - \overline{VW} \sin \bar{\theta} \quad (14)$$

其中 $\bar{\theta}$ 是计算时段内的风向平均值. 用相同的方法可以得到如下的各种方差计算式:

$$\overline{W'^2} = \frac{\sum W^2}{n} - \left(\frac{\sum W}{n} \right)^2 \quad (15)$$

$$\overline{T'^2} = \frac{\sum T^2}{n} - \left(\frac{\sum T}{n} \right)^2 \quad (16)$$

$$\overline{U'^2} = \overline{V}^2 \cos^2 \bar{\theta} + 2\overline{UV} \sin \bar{\theta} \cos \bar{\theta} + \overline{U}^2 \sin^2 \bar{\theta} - (\overline{U}_R)^2 \quad (17)$$

$$\overline{V'^2} = \overline{V^2} \sin^2 \bar{\theta} - 2 \overline{UV} \sin \bar{\theta} \cos \bar{\theta} + \overline{U^2} \cos^2 \bar{\theta} - (\overline{V_R})^2 \quad (18)$$

由以上的计算式得到的各湍流物理量包含了尺度范围较宽的低频带,同时也包含了仪器响应能达到的高频段.我们也可以通过合适的数字滤波器求取所需频段的各湍流物理量.

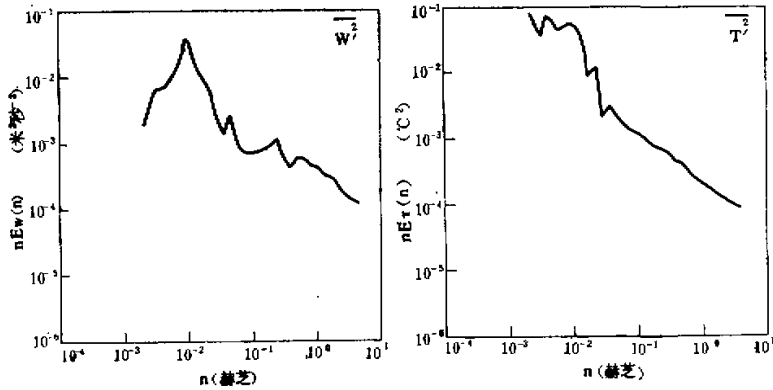


图1 温度脉动和垂直速度脉动谱分布, 1982年2月25日23点20分(MST)于100米高度

三、计算结果

超声脉动风速仪和白金丝脉动温度仪的采样频率为每秒10周.这里计算的例子是1982年2月25日从22点20分至23点40分(MST)共1小时20分钟资料,是一个典型的两层逆温的例子,该80分钟的脉动资料分为4组,每组为20分钟,最后求取每20分钟平均的 $\overline{U'^2}$, $\overline{V'^2}$, $\overline{W'^2}$ 和 $\overline{W'T'}$, $\overline{W'U'}$, $\overline{W'V'}$ 值.

在计算这些湍流能量和通量值时,同时计算了这些物理量的谱分布值,这里选用的四组资料中的讯噪比较大,能谱高频区的斜率符合 $-5/3$ 次方定律,如图1所示.换言之,我们用来进行计算和比较的资料本身是精确、可靠的.

首先用方法一和方法二计算上述资料的湍流物理量,两者选取的频带范围均从0.1赫芝至5赫芝(即湍流高频区),其计算结果列于表1,表中列出的是10米、22米、50米、100米四层高度上的 $\overline{W'^2}$ 、 $\overline{T'^2}$ 以及 $\overline{W'T'}$ 值,计算结果表明,由两种方法得到的量级完全一致,除个别点的数值稍有偏差外,绝大部分点的数值非常接近.需要指出,方法一所需的计算时间比方法二要长得多,这意味着,计算某一个确定频段范围的湍流对能量和通量的贡献时,用方法二计算湍流谱,然后对所需频段的谱值进行积分比用方法一所需的计算时间少,并且结果一致.另外,我们用方法三计算了在20分钟采样时段内的湍流能量和通量值,计算结果列于表2.这里仅列出10、22、50、100米四个高度上的 $\overline{W'^2}$ 、 $\overline{T'^2}$ 、 $\overline{U'^2}$ 、 $\overline{V'^2}$ 以及 $\overline{W'T'}$ 、 $\overline{U'W'}$ 、 $\overline{W'V'}$ 值,结果表明,由方法三计算得到的能量和通量值略大于

表 1 用方法一(D)和方法二(E)计算的 $\overline{W'^2}$ 、 $\overline{T'^2}$ 和 $\overline{W'T'}$
在 10、22、50、100 米四高度上的分布值

			时 间 (MST)			
			22:20—22:40	22:40—23:00	23:00—23:20	23:20—23:40
10 米	$\overline{W'^2}$	D	0.483×10^{-2}	0.175×10^{-2}	0.194×10^{-2}	0.220×10^{-2}
		E	0.309×10^{-2}	0.186×10^{-2}	0.201×10^{-2}	0.228×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	D	0.449×10^{-2}	0.298×10^{-2}	0.495×10^{-2}	0.449×10^{-2}
		E	0.418×10^{-2}	0.296×10^{-2}	0.621×10^{-2}	0.468×10^{-2}
	$\overline{W'T'}$	D	-0.130×10^{-1}	-0.476×10^{-1}	-0.589×10^{-1}	-0.746×10^{-1}
		E	-0.935×10^{-1}	-0.508×10^{-1}	-0.626×10^{-1}	-0.813×10^{-1}
22 米	$\overline{W'^2}$	D	0.332×10^{-2}	0.200×10^{-2}	0.989×10^{-3}	0.256×10^{-2}
		E	0.340×10^{-2}	0.198×10^{-2}	0.110×10^{-2}	0.270×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	D	0.276×10^{-1}	0.232×10^{-1}	0.188×10^{-2}	0.277×10^{-1}
		E	0.312×10^{-1}	0.271×10^{-1}	0.219×10^{-2}	0.329×10^{-1}
	$\overline{W'T'}$	D	-0.139×10^{-1}	-0.897×10^{-1}	-0.255×10^{-1}	-0.333×10^{-1}
		E	-0.135×10^{-1}	-0.696×10^{-1}	-0.284×10^{-1}	-0.309×10^{-1}
50 米	$\overline{W'^2}$	D	0.105×10^{-1}	0.139×10^{-1}	0.211×10^{-1}	0.174×10^{-1}
		E	0.115×10^{-1}	0.141×10^{-1}	0.227×10^{-1}	0.180×10^{-1}
	$\overline{T'^2}$	D	0.384×10^{-3}	0.101×10^{-2}	0.411×10^{-3}	0.756×10^{-3}
		E	0.392×10^{-3}	0.925×10^{-3}	0.515×10^{-3}	0.807×10^{-3}
	$\overline{W'T'}$	D	-0.374×10^{-1}	-0.628×10^{-1}	-0.194×10^{-1}	-0.176×10^{-1}
		E	-0.367×10^{-1}	-0.606×10^{-1}	-0.227×10^{-1}	-0.193×10^{-1}
100 米	$\overline{W'^2}$	D	0.539×10^{-3}	0.116×10^{-2}	0.247×10^{-2}	0.167×10^{-2}
		E	0.584×10^{-3}	0.122×10^{-2}	0.306×10^{-2}	0.186×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	D	0.335×10^{-3}	0.428×10^{-3}	0.136×10^{-2}	0.948×10^{-3}
		E	0.395×10^{-3}	0.514×10^{-3}	0.152×10^{-2}	0.158×10^{-2}
	$\overline{W'T'}$	D	-0.475×10^{-1}	-0.109×10^{-1}	-0.114×10^{-1}	-0.796×10^{-1}
		E	-0.505×10^{-1}	-0.134×10^{-1}	-0.156×10^{-1}	-0.131×10^{-1}

表 1 的结果,除了有大小差异外,也可能出现符号的不同。因为,三种计算方法虽然取相同 20 分钟采样时段的数据,但方法一、二选取的计算频带范围均从 0.1 周至 5 周,而方法三的计算除高频部分外还包含了部分低频分量的作用。因此,两者计算结果不能直接进行比较。所以,对湍流能量和通量输送问题的研究中,针对所研究的问题,采用合理的计算方法是十分重要的,否则,会导致概念上的模糊和结论上的混淆。

表 2 用方法三计算的 $\overline{W'^2}$ 、 $\overline{T'^2}$ 、 $\overline{U'^2}$ 、 $\overline{V'^2}$ 和 $\overline{U'W'}$ 、 $\overline{V'W'}$ 、 $\overline{W'T'}$
在 10、22、50、100 米四高度上的分布值

		时 间 (MST)			
		22:20—22:40	22:40—23:00	23:00—23:20	23:20—23:40
10 米	$\overline{W'^2}$	0.790×10^{-2}	0.260×10^{-2}	0.360×10^{-2}	0.290×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	0.204×10^{-1}	0.190×10^{-1}	0.776×10^{-1}	0.141×10^{-1}
	$\overline{U'^2}$	0.813×10^{-1}	0.111×10^0	0.210×10^{-1}	0.157×10^{-1}
	$\overline{V'^2}$	0.725×10^{-1}	0.142×10^0	0.174×10^0	0.235×10^{-1}
	$\overline{U'W'}$	-0.130×10^{-2}	0.260×10^{-3}	0.100×10^{-3}	0.000
	$\overline{V'W'}$	-0.140×10^{-2}	-0.100×10^{-3}	0.250×10^{-2}	0.400×10^{-3}
	$\overline{W'T'}$	-0.280×10^{-2}	-0.100×10^{-3}	-0.100×10^{-3}	-0.700×10^{-1}
22 米	$\overline{W'^2}$	0.185×10^{-1}	0.880×10^{-2}	0.370×10^{-2}	0.150×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	0.154×10^{-1}	0.170×10^{-2}	0.193×10^{-1}	0.109×10^{-1}
	$\overline{U'^2}$	0.138×10^0	0.155×10^0	0.254×10^{-1}	0.454×10^{-1}
	$\overline{V'^2}$	0.745×10^{-1}	0.241×10^0	0.603×10^{-1}	0.960×10^{-1}
	$\overline{U'W'}$	0.190×10^{-2}	0.500×10^{-2}	-0.100×10^{-2}	0.100×10^{-1}
	$\overline{V'W'}$	-0.114×10^{-1}	-0.159×10^{-1}	0.170×10^{-2}	0.500×10^{-1}
	$\overline{W'T'}$	-0.300×10^{-2}	0.500×10^{-3}	0.120×10^{-2}	0.300×10^{-1}
50 米	$\overline{W'^2}$	0.206×10^{-1}	0.308×10^{-1}	0.113×10^{-1}	0.800×10^{-2}
	$\overline{T'^2}$	0.780×10^{-2}	0.235×10^{-2}	0.310×10^{-2}	0.610×10^{-2}
	$\overline{U'^2}$	0.183×10^0	0.757×10^{-1}	0.107×10^0	0.439×10^{-1}
	$\overline{V'^2}$	0.215×10^0	0.234×10^0	0.357×10^{-2}	0.257×10^{-1}
	$\overline{U'W'}$	-0.310×10^{-2}	0.790×10^{-2}	-0.760×10^{-2}	0.110×10^{-2}
	$\overline{V'W'}$	0.540×10^{-3}	-0.930×10^{-2}	0.230×10^{-2}	-0.300×10^{-1}
	$\overline{W'T'}$	-0.350×10^{-2}	-0.360×10^{-2}	-0.100×10^{-3}	-0.700×10^{-1}
100 米	$\overline{W'^2}$	0.570×10^{-2}	0.200×10^{-1}	0.314×10^{-1}	0.115×10^{-1}
	$\overline{T'^2}$	0.292×10^{-1}	0.144×10^0	0.149×10^{-1}	0.101×10^0
	$\overline{U'^2}$	0.448×10^{-1}	0.106×10^0	0.387×10^{-1}	0.513×10^{-1}
	$\overline{V'^2}$	0.618×10^{-1}	0.256×10^0	0.505×10^{-1}	0.609×10^{-1}
	$\overline{U'W'}$	0.460×10^{-2}	-0.340×10^{-2}	0.460×10^{-2}	0.570×10^{-2}
	$\overline{V'W'}$	-0.900×10^{-1}	0.790×10^{-2}	-0.450×10^{-2}	0.150×10^{-2}
	$\overline{W'T'}$	0.450×10^{-2}	-0.650×10^{-2}	0.230×10^{-2}	-0.200×10^{-2}

参 考 文 献

- [1] Swinbank, W. C., The measurement of vertical transfer of heat and water vapor by eddies in the lower atmosphere, *J. meteorol.* 8, 135—145, 1951.
- [2] Dyer, A. J., Measurements of evaporation and heat transfer in the lower atmosphere by an automatic eddy correlation technique, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 87, p. 401—412, 1961.
- [3] Dyer, A. J., B. B. Hicks, and K. M. King, The Fluxatron—a revised approach to the measurement of eddy fluxes in the lower atmosphere, *J. Appl. Meteor.* 6, 408—413, 1976.
- [4] Hicks, B. B. and A. J. Dyer, The spectral density technique for the determination of eddy fluxes, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 98, 838—844, 1972.
- [5] Haugen, D. A., J. C. Kaimal, and E. F. Bradley, An experimental study of Reynolds stress and heat flux in the atmospheric surface layer, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 97, 168—180, 1971.
- [6] Wyngaard, J. C., and O. R. Coté, The budgets of turbulent kinetic energy and temperature va-

- riance in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, 28, 190—201, 1971.
- [7] Kaimal, J. C., NOAA instrumentation at the Boulder Atmospheric Observatory, 4th Symp. on meteorol. Obs. and Instrum, 35—40, 1978.
- [8] Gossard, E. E., and V. R. Noonkaster, A guide to digital computation and use of power spectra and cross-power spectra, NELC Technical Document 20, A—3, 1968.
- [9] Bath, M., Spectral analysis in Geophysics, developments in Solid Earth Geophysics, 7, 563, 1974.

ON METHODS FOR CALCULATING THE TURBULENT ENERGY AND THE TURBULENT FLUXES OF HEAT AND MOMENTUM

Li Xingsheng Lü Naiping

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

The fluctuation values of three-dimensional wind u , v , w and temperature T are respectively measured by using the sonic anemometers and the platinum wire thermometers, mounted on the 325 m meteorological tower. Three sorts of different methods for calculating the turbulent energy and the turbulent fluxes of heat and momentum are introduced. The results of calculations indicate that the reasonable methods of calculation selected for the turbulent scales of different vortices are very important, because the scales of turbulent vortices in the atmosphere exist in a wide range. In this way we can obtain the exact results and save time for calculations.