

地球大气红外间接遥测的 最佳测值条件分析

黎 光 清

(国家气象局卫星气象中心)

提 要

利用估计空间三类不同性质又相互联系的特征态,对红外大气间接遥测的最佳探测条件作了数值试验,结果表明:对同样的热探测问题,使用不同性质的特征态作判据,可以得到相当不同的一组独立通道数。

一、引 言

我们认为,求解地球大气遥测反演问题的最佳途径之一,是将第一类 Fredholm 线性积分方程的反演问题提成统计估计问题,从而可将下列形式的非适定问题转化成适定问题。

$$R^{(m \times 1)} = A^{(m \times n)} b^{(n \times 1)} + e^{(m \times 1)} \quad (1)$$

式中 R 是 m 维的辐射测值向量; A 是 $m \times n$ 维的权重函数矩阵; b 是 n 维的待估参数向量; 而 e 是 m 维的辐射测值噪声向量。方程(1)的最佳有偏估计解为^[1]

$$\hat{b} = \mu_b + D A' S_e^{-1} (R - A \mu_b) \quad (2)$$

$$D = (A' S_e^{-1} A + S_b^{-1})^{-1} \quad (2a)$$

其中 μ_b 表示待估参数的验前统计平均值; 角标 $'$ 是矩阵转置; $S_e = E\{ee'\}$ 表示测值误差协方差矩阵, $E\{\cdot\}$ 表示某个随机变量的数学期望值; D 称为估计解的作用函数; $S_b = E\{(b - \mu_b)(b - \mu_b)'\}$, 表示待估参数的验前信息协方差矩阵。

根据 Rodgers 的分析,反演问题所涉及的估计空间,包括验前信息所张的子空间; 测值子空间; 以及权重函数子空间三类^[2]。为了分析相应子空间的物理结构,在反演温度层结的情况下,可以使用正交变换技术,确定方程(2)中三类空间变量的特征态。因为对估计问题的特征态分析可以探索两个方面的问题: 第一,根据 D 的特征态可以近似分析相应的估计解的精度,这已在文献[1]中讨论过。第二,根据估计解所含三类子空间的特征态,可以对间接遥测的最佳探测条件,即对最佳探测通道的选择作定量分析。在试验中取 $e = 0.125 \text{ erg/sec. cm. sr.}$, $S_e = 0.083 I$ (I 是单位矩阵), S_b 和 A 之值取自文献[1],以及用 QR 方法^[3]对第二个方面的问题作了初步研究。

1982年12月15日收到,1983年6月4日收到再改稿。

二、验前信息子空间

我们可以定义反演廓线集合的总方差是所有对角元之和, 即 $t_r(S_b)$. 因为矩阵是对称的, 故在实行正交变换后矩阵的迹不变, 其总方差也就是该特征值之和. 在分析中我们按特征值大小顺序排列 S_b 的特征值和相应的特征向量. 所以第一个特征值解释最大的方差, 最小一个特征值解释最小方差.

正如黄荣辉和曾庆存^[4]所指出, 头几个特征值就可以解释大气温度廓线样本中的大部分方差. 根据我们计算的 S_b 的特征态(见表 1), 如果取前九个特征值所对应的特征向量展开 Planck 函数, 就可以完全充分地反映温度廓线的空间结构特性, 因为第九个特征值所对应的方差积累已达到 100%. 这个结论与黄、曾的分析一致^[4]. 在图 1 中示出表 1

表 1a 验前信息协方差矩阵 S_b 的特征值和特征向量

特征 向量 $P(\text{mb})$	特征 值	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		416.318	256.261	134.568	90.805	58.288	55.475	40.917	6.216	3.206	0.446
1000		0.8113	0.1012	-0.0002	-0.0040	-0.0517	-0.0708	-0.0856	0.0023	-0.0197	-0.0188
850		-0.5522	0.2610	0.0000	0.1023	-0.0667	-0.1896	-0.0802	-0.0951	-0.1280	-0.1082
700		0.0686	0.5487	0.3512	0.5698	0.3047	-0.0481	0.1604	-0.0199	-0.0059	-0.0123
500		-0.0061	-0.0943	0.0983	-0.0729	0.2380	-0.1627	-0.0635	-0.0486	-0.1667	-0.1271
400		-0.1421	-0.1595	0.0573	0.2104	-0.0218	0.3821	-0.0272	0.4886	0.2300	0.2734
300		0.0173	0.4908	-0.4162	0.1482	-0.5093	0.1395	-0.2915	-0.1392	0.1413	-0.0618
250		0.0362	0.1277	-0.2531	0.0193	-0.1319	0.2384	-0.1261	0.1417	-0.0647	0.0772
200		0.0186	-0.4889	-0.2593	0.6095	-0.0519	-0.3941	-0.0980	-0.2731	0.2324	0.1206
150		-0.0186	-0.2551	0.2785	0.0924	0.1669	-0.2883	0.0902	-0.3109	0.0449	-0.1272
100		0.0595	-0.0790	-0.1588	0.2715	0.0597	-0.1519	0.1472	0.4944	-0.6010	-0.0490
70		-0.0012	0.1353	-0.0621	-0.0380	0.4650	0.1288	-0.4607	-0.2060	-0.0811	0.5992
50		-0.0002	0.1210	-0.0870	-0.0034	0.2443	0.1146	-0.2192	-0.2085	-0.2705	0.7808
30		-0.0044	0.1292	-0.1188	-0.0497	0.5186	0.1152	-0.4549	-0.2333	-0.0802	0.5767
20		-0.0149	-0.0665	0.0864	-0.0197	0.3219	-0.0174	-0.6211	0.1620	0.3161	-0.5983
10		0.0105	0.0450	-0.0300	0.0364	-0.4034	0.0406	0.5666	-0.0986	-0.3697	0.5590

表 1b 验前信息协方差矩阵 S_b 的特征态

n	λ_n	方差(%)	方差积累
1	416.318	39.2	39.2
2	256.261	24.1	63.3
3	134.568	12.7	76.0
4	90.805	8.5	84.5
5	58.288	5.5	90.0
6	55.475	5.2	95.2
7	40.917	3.9	99.1
8	6.216	0.6	99.7
9	3.206	0.3	100.0
10	0.446	0.0042	

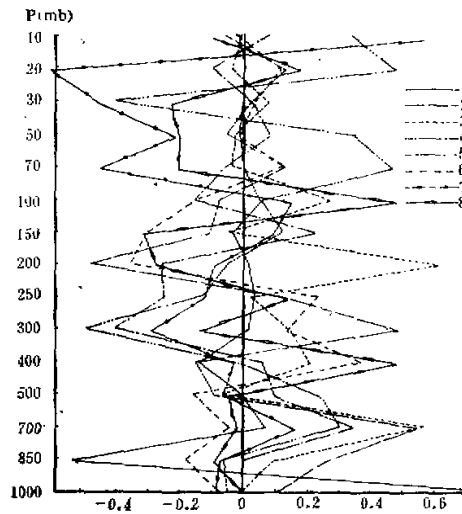


图 1 验前信息协方差矩阵 S_b 的特征向量

前八个特征值所对应的特征向量的空间结构特征。从图 1 看出前二个特征值所对应的特征向量，在描写低层大气的温度分布中起较大的作用，而较小的特征值（如表 1 中第 7—10 特征值）所对应的特征向量在高层大气温度分布中起较大的作用。

三、测值子空间

我们认为对于测值子空间特征态的性质，有两个相互联系方面的问题需要考虑：一是辐射测值 R 和权重函数与待估参数之积 A_s 之间的关系；二是测值误差 ϵ 和权重函数 A 之间的联系。因为从第一方面看，在测值空间中一般测值的个数少于廓线的空间维数（即 $m < n$ ）。辐射测值和温度之间的联系通过方程(1)确定。在测值空间中最有用的坐标系是包括测值集合的经验正交函数。曾庆存从理论上证明，这样的正交函数组就是辐射测值 R 的协方差矩阵 S_R 的特征向量^[2]，即

$$LE\{(R - \hat{R})(R - \hat{R})'\}L' = A$$

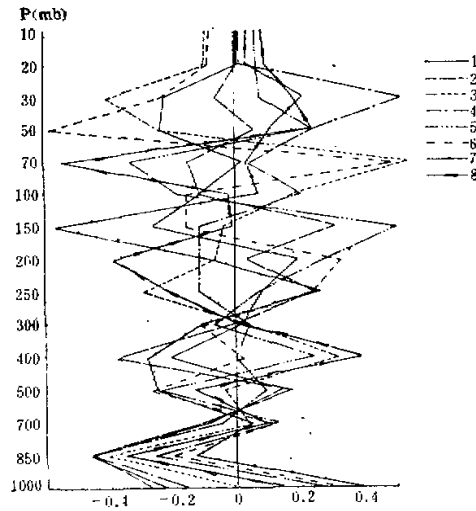
或

$$LS_R L' = A$$

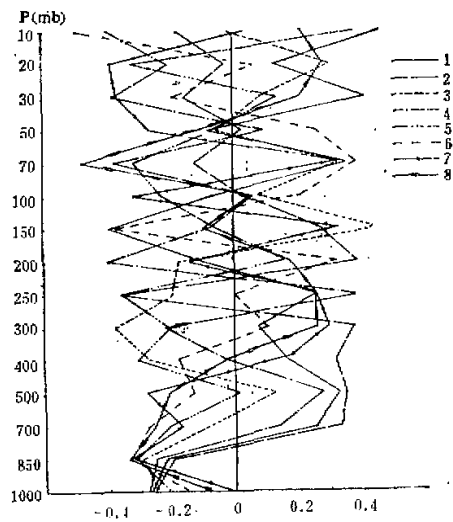
式中 L 表示某正交变换算子， A 表示特征值。如果使用实际廓线的协方差矩阵，也可将 S_R 构造为

$$S_R = AS_s A'$$

表 2 和图 2 分别示出根据十五通道权重函数 A 和验前信息协方差矩阵 S_b 由 QR 方法^[3] 计算的特征态。图 2 中的特征向量是根据表 2a 中所示的前八个特征值（表中只示出六个特征值）相对应的特征向量绘制的。如果我们用均方差 δ^2 衡量辐射测值 R 的误差，而特征值 λ_i 均为 R 的方差，因此实际上只能测量出 R 中所有 $\lambda_i > \delta^2$ 的信息。若取 $\delta^2 = 0.08$ ，

图2 AS, A' 的特征向量

从表 2b 看出只可能测得七个左右的独立参数,更细微的热结构就测量不出来。这个估计和 Rodgers^[6]所作的分析相似。从这个角度看,尽管增加通道,如果不尽量减小测值噪声,也不大可能获得更多的有效信息。由此也可以看出因为辐射测值的信息含量很少,就更加显得考虑验前信息的重要性。从图 2 看出 AS, A' 的特征向量随高度的分布具有相当的独立性,充分反映出辐射测值的普遍特征。

图3 AS, A' 的特征向量

在另一方面,根据辐射测值误差协方差矩阵和权重函数组成的对称矩阵 AS_0A' ,用同样方法计算的特征态看出(表 3),如果以此为判据,则仅使用五个参数展开的特征向量就可以描写辐射场的普遍特性(表 3b)。因为第五个特征值所对应的方差积累也已达 100%,也就是说只需选用五个探测通道就可测出大气的热结构。在图 3 中示出表 3 前八个特征值所对应的特征向量绘制的 AS_0A' 的特征向量分布。分析比较图 2 和图 3 可以清楚看出前者的空间层次结构突出,后者出现特征向量之间大范围的相互重叠。因此,由 AS_0A' 的特征值所组成特征向量的独立性不如 AS_0A' 的显著。如果用 AS_0A' 的一组特征值作为选择探测通道的判据,就会有最大的任意性。

表 2a AS_0A' 的特征值和特征向量

特征向量 P(mb)	特征值	1	2	3	4	5	6
		533.7	82.9	15.2	2.7	0.3	0.07
1000		-0.2197	-0.2578	0.0093	-0.1532	0.2789	0.3451
850		-0.4514	-0.4431	-0.3998	-0.4473	-0.2510	-0.1925
700		-0.0839	-0.1080	0.0425	-0.0445	0.1338	0.1195
500		0.1483	0.1792	-0.0355	0.0946	-0.2327	-0.2613
400		-0.2092	-0.3656	0.3177	0.0003	0.2451	0.0260
300		0.0187	-0.0025	0.0418	0.0394	-0.0678	-0.1076
250		0.0845	0.2480	-0.2870	-0.1113	0.0796	0.2462
200		0.1904	0.0338	-0.0658	-0.1123	0.2798	0.3341
150		-0.2570	0.3072	-0.0437	-0.1127	0.5009	-0.1526
100		-0.1151	-0.1123	0.1745	0.2009	-0.1839	-0.1560
70		0.0262	-0.1489	0.5409	0.0413	-0.3240	0.4897
50		-0.2333	0.0650	-0.2411	0.2414	0.2417	-0.5748
30		-0.2227	-0.0596	-0.4111	0.5190	0.0823	-0.2274
20		0.0020	0.0089	-0.1045	0.0072	0.0693	-0.0887
10		0.0036	0.0080	-0.0944	0.0035	0.0664	-0.0822

表 2b AS_0A' 的特征态

n	λ_n	方差(%)	方差积累
1	533.7	84.060	84.060
2	82.9	13.059	97.119
3	15.2	2.394	99.513
4	2.7	0.425	99.938
5	0.3	0.047	99.985
6	0.1	0.016	100.0

表 3a AS, A' 的特征值和特征向量

特征 向量 $P(mb)$	特征值		1	2	3	4	5	6	7	8	9
			689.253	188.647	56.108	14.999	2.892	0.555	0.063	0.007	0.000
1000			-0.2686	-0.2548	-0.2476	-0.2731	-0.2081	-0.1345	-0.0019	-0.0777	0.0986
850			-0.2195	-0.1918	-0.2954	-0.2507	-0.3159	-0.3303	-0.3288	-0.3325	-0.3152
700			0.2596	0.3346	-0.0880	0.1404	-0.2073	-0.2729	-0.1669	-0.2524	0.0069
500			0.3320	0.3537	0.1309	0.2785	0.0140	-0.1302	-0.2705	-0.2054	-0.3015
400			0.1668	0.3212	-0.2700	-0.0271	-0.3012	-0.1745	0.1665	-0.0276	0.3418
300			0.0776	0.3796	-0.3749	-0.2177	-0.2201	0.1058	0.2992	0.2605	0.0980
250			0.2604	-0.3588	-0.1984	0.3821	-0.3593	0.0088	0.2558	0.2615	-0.1761
200			-0.1004	0.3909	-0.1770	-0.3990	0.1662	0.3257	-0.1368	0.1796	-0.3995
150			-0.3913	0.2706	0.4545	-0.0778	-0.0589	-0.3888	0.3318	-0.0962	0.1763
100			-0.0714	0.0231	0.0766	0.0603	-0.2239	0.2148	-0.3166	0.0576	0.3411
70			0.3501	-0.1210	0.3303	-0.3747	-0.3169	0.3880	0.3296	-0.4746	-0.1428
50			-0.0849	0.0265	-0.0539	0.0999	-0.0730	0.2598	-0.2606	-0.1104	0.3122
30			0.4163	-0.1514	0.0811	-0.3779	0.1382	-0.1884	-0.3675	0.2120	0.3753
20			0.1281	-0.0290	0.3080	-0.2061	-0.3184	0.0660	-0.3859	0.2825	0.1489
10			0.4650	-0.1743	-0.0158	-0.3981	0.3803	-0.5001	0.0311	0.2162	0.0500

表 3b AS, A' 的特征态

n	λ_n	方差(%)	方差积累
1	689.3	72.4	72.4
2	188.6	19.8	92.2
3	56.1	5.9	98.1
4	15.0	1.6	99.7
5	2.9	0.3	100.0
6	0.6	0.06	
7	0.06		
8	0.01		

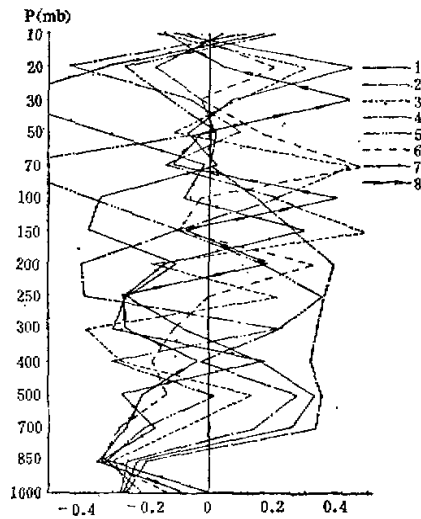
四、权重函数子空间

根据理论权重函数值^[1],同样使用 QR 方法^[2]计算矩阵 $A'A$ 的特征态。在表 4 中示出 $A'A$ 的特征值和特征向量。按 Twomey^[7] 提出的独立测值判据

$$\lambda_{min} > N^{-1}|\epsilon_i|^2$$

式中 λ_{min} 是最小特征值, N 表示探测通道数, 而 ϵ_i 为辐射测值的相对误差。如果 $\epsilon_i = 0.01, N = 15$, 则 $\lambda_{min} > 0.7 \times 10^{-3}$ 。将此值和表 4 中列出的特征值相比较可知, 如果以此为判据选择大气热探测的最佳通道, 可以大致断定最多有九到十个独立辐射测值, 提供的精度优于 1%。

在图 4 中示出表 4 中 $A'A$ 矩阵前八个特征值所对应的八组特征向量。分析比较图 4 和图 3 看出。在 500mb 以下两者的特征向量的空间分布十分相似, 250mb 以上两者才

图 4 $A'A$ 的特征向量表 4 $A'A$ 的特征值和特征向量

特征 向量 $P(\text{mb})$	特征值	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	56.75652	5.53413	4.62022	1.23506	0.23816	0.04570	0.00517	0.00059	0.00003	
1000		-0.2686	-0.2548	-0.2476	-0.2731	-0.2081	-0.1345	-0.0019	-0.0777	0.0986
850		-0.2195	-0.1918	-0.2954	-0.2507	-0.3159	-0.3303	-0.3288	-0.3325	-0.3152
700		0.2596	0.3346	-0.0880	0.1404	-0.2073	-0.2729	-0.1669	-0.2524	0.0069
500		0.3320	0.3537	0.1309	0.2785	0.0140	-0.1302	-0.2705	-0.2054	-0.3015
400		0.1668	0.3212	-0.2700	-0.0270	-0.3012	-0.1745	0.1665	-0.0276	0.3418
300		-0.0776	-0.3796	0.3749	0.2176	0.2201	-0.1057	-0.2993	-0.2606	-0.0980
250		-0.2594	0.3591	0.2004	-0.3848	0.3590	-0.0083	-0.2520	-0.2647	0.1739
200		-0.1002	0.3909	-0.1769	-0.3992	0.1660	0.3258	-0.1365	0.1795	-0.3997
150		-0.3716	0.2632	0.4829	-0.0993	-0.0923	-0.3764	0.2975	-0.0745	0.1949
100		-0.3371	0.1426	0.2040	0.2088	-0.3749	-0.0301	-0.0813	0.3992	-0.3521
70		0.0272	0.0052	0.4429	-0.1318	-0.6469	0.4693	-0.0157	-0.1141	-0.1054
50		-0.0701	0.0200	-0.1063	0.0984	0.0190	0.1650	-0.3269	-0.0236	0.3086
30		0.0625	-0.0251	0.0810	-0.0590	-0.1246	-0.0257	-0.6986	0.4400	0.4943
20		0.4573	-0.1713	0.2990	-0.4331	-0.2638	0.1991	-0.3150	0.0444	0.2577
10		-0.1087	0.0422	-0.1611	0.1138	0.2046	-0.0665	0.1677	-0.1399	-0.1015

有显著区别。

五、初步结论

分析数值试验结果可知,对同样的热探测问题,使用不同的判据(即根据不同性质的特征态),可以得到相当不同的独立通道数。但是,在通常探测噪声情况下,在 $15 \mu\text{m}$ 或

4.3 μm CO_2 吸收带中以取七个探测频率为宜。如果还能降低噪声和提高探测器光谱分辨率, 则还可将通道增到十五个左右。由于独立通道的增多, 从而可望提高卫星间接遥测的垂直分辨率。

从文中的分析还可知, 利用对称矩阵的特征态, 可以对估计空间的测值条件作一定程度的分析, 但是由于所用判据的任意性较大, 因而分析数据和结论只具有相对的意义。

杨建平同志绘制了文中所有插图作者表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 黎光清, 大气红外间接遥测方程的估计解和验前限制, 大气科学, 第8卷第4期, 1984.
- [2] Rodgers, C. D., *Rev. Geophys. and Space Phys.*, 14, No. 4, 1976.
- [3] Grad, J., and Brebner, M. A., *Assoc. Comput. Math.* 11, No. 12, 1968.
- [4] 黄荣辉, 曾庆存, 气温垂直分布的统计特性及红外遥测法所需的通道个数问题, 《气象卫星的红外遥测及反演》(一), 中国科学院大气物理研究所, 1977.
- [5] 曾庆存, 大气红外遥测原理, 科学出版社, 1973.
- [6] Rodgers, G. D., *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, 11, 767 p. 1970.
- [7] Twomey, S., *Introduction to the mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements*, 1977.

THE OPTIMUM SOUNDING CONDITIONS FOR INFRARED REMOTE SENSING OF THE ATMOSPHERE

Li Guangqing

(Satellite Meteorological Center, State Meteorological Administration)

Abstract

In order to determine the optimum sounding conditions for infrared remote sensing of the atmosphere we carried out numerical experiments, utilizing an estimation space with three eigenstates which possess different properties and correlate each other. As a result, we come to the conclusion that in different estimation space using different eigenstates as a criterion, a quite different optimum group of independent channels can be obtained, even for the same thermal sounding.