

背风坡流场和浓度场的数值模拟

桑建国

吴刚

(北京大学地球物理系)

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文利用数值积分方法求解二维山地地形大气热力-动力学方程组以及扩散方程,模拟了山地背风坡的流场情况.作为应用,模拟了背风坡不同位置上的排放源在不同的大气稳定度条件下浓度场的分布情况,通过浓度场的垂直扩散方差 σ_z^2 和实测资料的比较表明:本模式能够反映不同地形和不同天气条件下的污染物质输送及扩散状况,因而有可能成为解决复杂地形上污染扩散的实用方法.

一、引 言

复杂地形上的流场和浓度场的模拟,在山区污染气象问题中是个重要的也是十分困难的课题,本文采用流体力学的数值方法,对一个二维山的背风坡流场和浓度场进行模拟,特别是对其中湍流交换系数的形式做了比较详细的讨论,并且将模拟结果与实际观测资料进行了比较分析.

二、数 值 模 式

如果地形变化不过分剧烈,例如坡度不大于 45° ;尺度不过分小,例如山的宽度不小于1000米,则可假定在这种地形上,空气运动的形式是准静力和不可压缩的.在这些假定下,空气及其中包含的气载物质的运动,可用包括6个变量 u, v, w, p, θ 和 χ 的6个方程:两个水平运动方程,能量方程,静力方程,不可压流体连续方程和扩散方程来描述.

为了引入地形的作用,对垂直坐标进行了下述变换:

$$\bar{z} = H \frac{Z - Z_g}{H - Z_g}$$

其中 Z 为笛卡儿坐标系中的垂直坐标, Z_g 为地形高度, H 为模式的顶部高度.上述六个方程在变换后的二维坐标系 $(x, \bar{z}, t)$ 中的形式为:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} = & -\theta \frac{\partial x}{\partial x} + g \frac{\bar{z} - H}{H} \frac{\partial Z_g}{\partial x} + K_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ & + \left(\frac{H}{H - Z_g} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(K_m \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) + fv \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = fu_g + K_H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left(\frac{H}{H - Z_g} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{Z}} \left(K_m \frac{\partial v}{\partial \bar{Z}} \right) - fu \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = K_H \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \left(\frac{H}{H - Z_g} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{Z}} \left(K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial \bar{Z}} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \bar{Z}} = - \frac{g}{\theta} \frac{H - Z_g}{H} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H - Z_g}{H} u \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{Z}} \left(\frac{H - Z_g}{H} \bar{w} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dx}{dt} = K_H \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \left(\frac{H}{H - Z_g} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{Z}} \left(K_\theta \frac{\partial \chi}{\partial \bar{Z}} \right) + S_\chi \quad (6)$$

其中 χ 为气态物质的浓度; S_χ 为 χ 物质的源强; u_g 为假定的地转风风速; π 为 Exner 函数; $\pi = C_p \left(\frac{P}{P_0} \right)^{R/C_p}$; 其中 $P_0 = 1000 \text{ hPa}$, 其它符号为通用。

在 $(x; \bar{Z}; t)$ 坐标系中的全微分符号代表:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial \bar{Z}}$$

其中

$$\bar{w} = w \frac{H}{H - Z_g} + \left(\frac{\bar{Z} - H}{H - Z_g} \right) u \frac{\partial Z_g}{\partial x} \quad (7)$$

为这个坐标系中垂直运动速度。

在这个模式中,我们假定地形为一个理想的二维钟型山:

$$Z_g(x) = h \frac{a^2}{a^2 + (x - x_0)^2}$$

其中 h 为山的高度, a 为山的半宽, x 为水平坐标, x_0 为山峰的水平坐标。在本模式中,取 $h = 500$ 米, $a = 4000$ 米,山峰距模式的左边界为 20 公里。

模式在水平方向取 90 个格点,格距为 500 米;垂直方向上取 16 个格点, $\bar{Z}$ 坐标分别为 0, 10, 30, 60, 100, 150, 200, 300, 400, 600, 800, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000 米。

在预报方程 (1)、(2)、(3) 和 (6) 的积分中,在 x 和 $\bar{Z}$ 方向上交替使用 Chapreau 函数隐式差分格式^[3],时间步长定为 10 秒。

边界条件作如下处理:

$$\text{在下边界 } (\bar{Z} = 0) \text{ 处, 设 } u = v = \bar{w} = 0; \frac{\partial \chi}{\partial \bar{Z}} = 0; \frac{\partial \theta}{\partial \bar{Z}} = \text{常数}$$

$$\text{在上边界, 风速采取吸收边界层边条件}^{[8]}, \theta = \text{常数}; \pi = \text{常数}; \text{并且 } \frac{\partial^2 \chi}{\partial \bar{Z}^2} = 0.$$

在右边界(出流边界),风速 u 采用辐射边条件^[7],

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0; \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = 0.$$

$$\text{在左边界(入流边界)设 } u = \text{常数}, \theta = \text{常数}, \chi = 0, \text{ 及 } \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

三、湍流边界层中的参数化方法

利用大气热力-动力学方程组研究复杂地形的流场、温度场和浓度场的工作中,重要的是寻找一个适当的方法表达边界层中的湍流过程。目前,已有若干高阶闭合方法求解雷诺平均运动方程。尽管这些工作从理论上较为完善,但仍然是在某些简化假定下进行的,而且需要耗费大量的计算机时间。从实用的角度,根据 K 理论得到的闭合方程组(1)–(6)仍然是经济可行的求解方法。这种方法最终归结为寻求适当的参数形式来表示大气边界层中的动量、热量和物质的湍流交换系数: K_m 和 K_θ 。

气流流经地形的起伏部分,会使流场和温度场的空间分布发生变化。流场和位温场垂直梯度的加强或减弱,改变了低层靠近地表大气层中的机械湍流和热力湍流的生成和消退的平衡过程。但至今尚未有公认的、能够反映复杂地形湍流过程的参数 K 形式。下面的数值实验表明: Businger^[1] 给出的扩散系数形式,能够大致地反映出复杂地形上的湍流场状况。已有人^[6]用这种形式来模拟复杂地形上的流场。

在近地面层中(高于地面,高度小于 Monin-Obkov 长度),湍流扩散系数取形式

$$K_i = \frac{\kappa u_* Z}{\phi_i(Z/L)} \quad (Z_0 \leq Z \leq |L|) \quad (8)$$

其中 K_i 为动量 ($i = m$)、热量 ($i = \theta$) 和气载物质 ($i = \theta$) 的湍流交换系数; Z_0 为地表粗糙长度; L 为 Monin-Obkhov 长度。

对于中性气层,即 $\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$, ϕ_i 的取值为: $\phi_m = 1$, $\phi_\theta = 0.74$

对于稳定气层,即 $L > 0$, 有

$$\begin{cases} \phi_m = 1 + 4.7Z/L \\ \phi_\theta = 0.74 + 4.7Z/L; \end{cases} \quad (9)$$

对于不稳定气层,即 $L < 0$, 有

$$\begin{cases} \phi_m = (1 - 15Z/L)^{-1/4} \\ \phi_\theta = (1 - 9Z/L)^{-1/2} \end{cases} \quad (10)$$

其中 Monin-Obkhov 长度是根据摩擦速度 u_* 和摩擦温度 θ_* 计算的。

$$L = \bar{\theta} \frac{u_*^2}{K g \theta_*} \quad (11)$$

其中 θ_* 和 u_* 按下式计算:

$$\theta_* = \kappa [\theta(Z_r) - \theta(Z_0)] / 0.74 [\ln(Z_r/Z_0) - \phi_\theta(Z_r/Z)] \quad (12)$$

$$u_* = \kappa u(Z_r) / [\ln(Z_r/Z_0) - \phi_m(Z_r/L)] \quad (13)$$

其中取 $Z_0 = 0.1$ 米, Z_r 为最接近 $|L|$ 格点的高度。

$$\phi_m = \begin{cases} 2 \ln [(1 + \phi_m^{-1})/2] + \ln [(1 + \phi_m^{-2})/2] - 2 \tan^{-1} \phi_m + \pi/2 & (L < 0) \\ -4.7 Z/L & (L > 0) \end{cases} \quad (14)$$

$$\phi_\theta = \begin{cases} \ln [(1 + 0.74 \phi_\theta^{-1})/2] & (L < 0) \\ -6.35 Z/L & (L > 0) \end{cases} \quad (15)$$

其中 ϕ_i 、 L 、 θ_* 、 u_* 和 ϕ_i 的值是通过相互迭代得出的。在积分开始时,取适当大小

的 L 初始值代入(9)或(10)式,得到 ϕ_m 和 ϕ_θ 的值,再代入(14)和(15)式得出 ϕ_m 和 ϕ_θ ; 代入(12)和(13)式,得到 θ_* 和 u_* 。将 u_* 和 θ_* 代入(11)式中得出新的 L 值。按上述次序的迭代反复进行,直到相邻两次迭代得到的 L 值相差不超过 10% 时为止。一般在积分开始时,这样的迭代需要四、五步。稍后的每步时间积分,这样的迭代一般不超过两步。由(8)式计算出的 K_i 值在积分开始时随时间的变化较大,随着流场和温度场的稳定, K_i 值的空间分布也趋于稳定。

在近地面层以上,湍流扩散系数 K_i 采取 O'Brien 所建议的多项式形式^[2],水平扩散系数 K_H 取为常数, $K_H = 50$ 米²/秒。实际上由于积分过程中,采用了水平格点之间的平滑,因而 K_H 的取值大小并不具有显著的意义。

四、数值模拟结果与观测资料的比较

为了对数值模拟结果进行验证,我们将其与 1974—1976 年在北京北部山区进行的大气扩散试验^[9,10]实测资料作了对比。图 1 为试验场地区西北-东南方向的地形剖面示意图。图中 A、B 和 C 分别为西北风时背风坡内不同位置上三个烟幕释放点,排放高度分别为 100 米、40 米、0 米。利用照相机对释放出的烟云进行测试而得出烟云垂直扩散标准差 σ_z 。对西北风情况下得到的 18 组资料安排放源位置和稳定度分类,得到图 2—4^[9]。

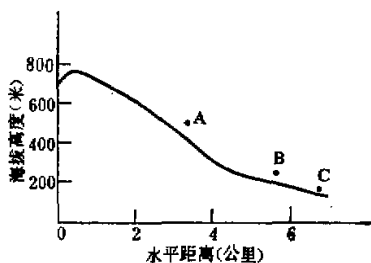


图 1 试验场地西北-东南地形剖面
A、B、C 表示三个排放点的位置和高度

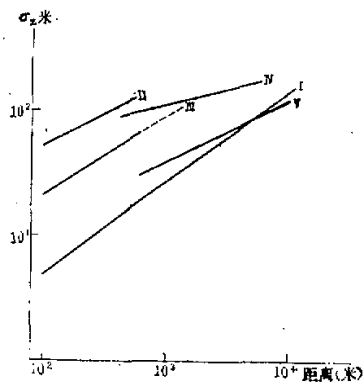
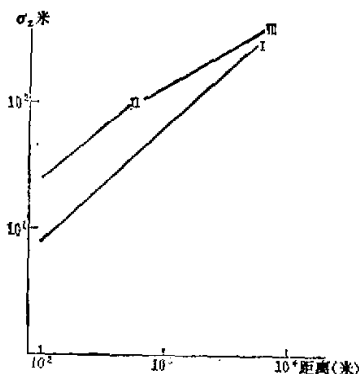
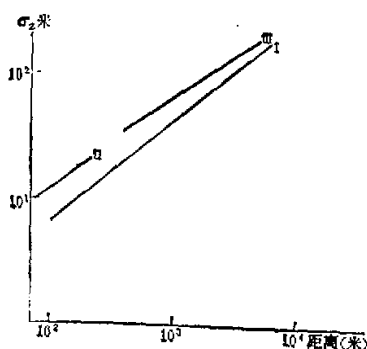


图 2 D 类天气稳定度时 σ_z 曲线
I: Pasquill-Gifford 值; II: A 点观测值; III: B 点观测值; IV: 背风坡内计算值(例 1); V: 平坦地面的计算值(例 2)

图 2 为在稳定度为 D 类时,在 A、B 点测得的 σ_z 曲线,以及作为对比的 Pasquill-Gifford 给出的平坦地面上的相应值。从图上可以看出, A 点处于背风坡内气流强烈扰动的区域,垂直方向上扩散能力很强,测得的 σ_z 值远高于 Pasquill-Gifford 给出的值。B 点离开山脚已有一定距离但仍处在背风坡的影响之内,测得的 σ_z 值要比 Pasquill-Gifford 给出的值高 3 倍左右。

图3 C类天气稳定度时的 σ_z 曲线

I: Pasquill-Gifford 值; II: B点观测值; III: 计算值(例3)

图4 C—D类天气稳定度时 σ_z 曲线

I: Pasquill-Gifford 值; II: C点观测值; III: 计算值(例4)

图3为稳定度为C类时,在B点测得的 σ_z 与Pasquill-Gifford给出的值的比较,仍然相差3倍。

图4为在C点测得的 σ_z 曲线。C点位于B点的东南方1公里处,地形更为开阔,地面排放稳定度介于C—D之间。 σ_z 为平坦地区的2倍左右。 σ_z 值较低一方面是由于排放源远离山地的影响,另一方面是由于地面释放时,烟云轴线与地面重合,没有上下摆动。这表明由于地面的束缚,在近距离内,大湍流还没有参加作用。

为了模拟上述不同的排放位置、不同的稳定度情况下背风坡内的扩散情况,我们在数值实验的几个例子中,把某些条件如大气稳定度和排放源的位置和高度,设计成和实际观测现场大致相近。下面分别讨论几个模拟实验的结果。

例1,在这个例子中,模拟排放源位于背风坡内,离山峰3.5公里,源高设计为100米,大致相当于图中的排放点A。在二维 $(X, \bar{Z})$ 空间中这个源为连续排放线源。源强为 3×10^3 克/秒·米,初始风场设为 $u = 1.26 \ln(Z/Z_0)$,其中 Z_0 为0.1m, Z 为地面算起的高度。初始温度场的温度递减率 Γ 设为 $0.0065^\circ\text{C}/\text{米}$ 。根据NRC或MES的标准^[4,5]属于Pasquill稳定度分类的D类。和图2中实测值天气条件一致。

积分开始后,当 $ut/a \approx 20$ 时,温度场和流场基本趋于稳定。其中 u 为水平风速, a 为山的半宽, t 为模拟时间。稳定后的水平风速分布表明,在山顶上空由于气流过山,形成一个最大风速区。在靠近地表面的气层内,在背风坡离山峰5公里附近,有一个大风区,这是由于波动所引起的垂直动量输送造成的。等风速线的分析还表明,在背风坡靠近地表的几百米内,存在着很强的水平风垂直切变。

图5表示背风坡内模拟源所形成的浓度分布,根据浓度分布计算它的轴线位置:

$$\bar{Z}(x) = \frac{\sum Z \chi(x, z)}{\sum \chi(x, z)}$$

该线在图中以点划线表示。由于背风坡内气流沿山坡的下沉运动,烟云浓度轴线大致和山坡表面平行,这和试验现场所观测到的烟云状态是一致的。

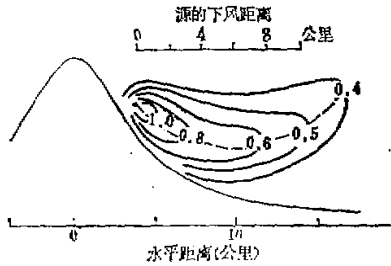


图5 例1中 $t = 7200$ 秒时的浓度分布
源强为 3×10^8 克/秒·米, 浓度等值线单位
为克/米³

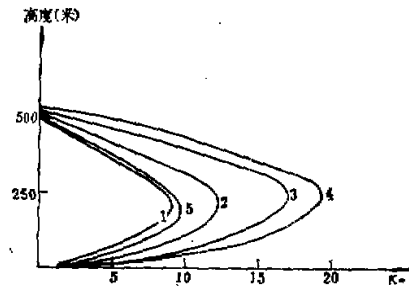


图6 例1中不同位置上的 K_m 廓线分布
1: 山前 15 公里; 2: 山前 10 公里; 3: 山顶;
4: 山后 4 公里; 5: 山后 15 公里.

根据计算出的浓度分布, 还可得到浓度分布的方差 σ_z^2

$$\sigma_z^2(x) = \frac{\sum (Z - \bar{Z})^2 \chi(x, Z)}{\sum \chi(x, z)}$$

图2中曲线IV为计算值 σ_z . 计算出的 σ_z 曲线在开始接近但略低于A点的观测值(曲线II), 它随距离 x 增长的斜率较低. 在2.3公里后接近B点的观测值(曲线III), 并有逐渐接近 Pasquill-Gifford 曲线I的趋势. 这个例子反映了背风坡内强湍流场逐步向下风平坦地形上的湍流场过渡的过程.

湍流混合作用的强弱, 反映在湍流扩散系数 K_m 和 K_z 上. 图6为根据式(8)–(10)得出的 K_m 廓线. 曲线1为山前较为平坦地形上的廓线; 在迎风坡, 由于气流沿地形爬升, 垂直切变加强, K_m 逐渐增大(曲线2, 3); 在背风处达到极大(曲线4). 随着气流流向平坦地形, 湍流混合逐渐减弱, K_m 趋向于未受扰动时的状态(曲线5).

例2, 为了对比, 我们利用和例1同样的风速和温度分布初始条件, 计算了平坦地面上(即 $Z_g(x) = 0$) 的浓度分布, 得出的 σ_z 曲线表示在图2(曲线V), 它相当接近 Pasquill 给出的平坦地面上的 σ_z 曲线I. 例1和例2的对比表明, 这个模式能够反映同一稳定度下不同地形上的扩散状况, 并接近实测资料.

例3, 这个例子中风速的初始条件和上两例相同. 初始温度场在离地面200米以下是超绝热的, $\Gamma = 0.015^\circ\text{C}/\text{米}$. 离地面200米至1000米为绝热的, 其上为稳定的, $\Gamma = 0.0065^\circ\text{C}/\text{米}$. 按NRC或MES的稳定度划分标准属于C类. 排放源设在背风坡内离山峰5.5公里, 源高60米. 模拟条件大致相当于C类稳定度下实际排放源在B点处的排放状况. 计算结果与实测的比较表示在图3. 从图上看, 计算值在近距离内接近B点的实测值II, 并随距离增大有趋近于平坦地面上C类稳定度 σ_z 值的倾向.

例4, 这个例子是为了模拟C点的地面排放, 模拟源高为10米, 距山顶水平距离为6.5公里, 稳定度设为C–D类. 计算结果表示在图4.

五、结 语

1. 在这个数值模式中引入了地形对气象场和浓度场时空变化的影响, 计算出的结果

与观测事实大致相符。这个模式考虑了背风坡内不同位置上排放源的不同扩散情况。模式对不同大气稳定度条件的适应性也得到了考验。

2. 由(8)–(10)式给出的湍流扩散系数形式是在平坦地面上得到的。近几年来已有人把它应用到非平坦地形上并得到了合理的结果。在本模式的应用中,发现这些参数 K 的形式大致能反映山地边界层中的湍流混合过程。如果通过大量的数值实验和观测事实进一步证实这一点,显然对山地边界层的气象问题有重要意义。

3. 本模式是二维的。利用适当容量和速度的计算机,模式可扩充成三维的。并且可以成为解决复杂地形上污染扩散问题的实用工具。

参 考 文 献

- [1] Businger, J. A., et al., Flux-profile relationship in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, 28, 181–189, 1971.
- [2] O'Brien, J. J., A note on the vertical structure of the eddy exchange coefficient in the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 27, 1213–1215, 1970.
- [3] Pepper, C. D., et al., Modeling the dispersion of atmospheric pollution using cubic splines and chapeau functions, *Atmos. Envir.*, 13, 223–237, 1979.
- [4] U. S. Environmental Protection Agency, Report to the U. S. EPA of the specialists conference on the EPA modeling Guidelines, February 22–24, 1977, Chicago.
- [5] U. S. Nuclear Regulatory Commission, Regulatory Guide 1.23: Onsite meteorological programs, 1972.
- [6] Mahrer, Y., et al., A numerical study of the air flow over irregular terrain, *Contr. to Atmos. Phys.*, 50, 98–113, 1977.
- [7] Orlanski, I., A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows, *J. Comp. Phys.*, 21, 251–269, 1976.
- [8] Klemp, J. B. and D. K. Lilly, Numerical simulation of hydrostatic mountain waves, *J. Atmos. Sci.*, 32, 78–107, 1978.
- [9] 大气试验技术小组、清华大学、北京大学, 大气试验总结, 原子能参考资料编辑组, 1977.
- [10] 大气试验技术小组, 一次山区大气扩散试验结果的初步分析, *大气科学*, 26–35, 1977.

A NUMERICAL SIMULATION OF CONCENTRATION IN THE LEE SIDE OF A MOUNTAIN

Sang Jianguo

Wu Gang

(*Department of Geophysics, Beijing University*) (*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

A two-dimensional numerical simulation of flow fields over a bell-shaped mountain is carried out. The concentration distributions and the corresponding vertical deviations in the lee side are obtained. The agreement between the calculated values and the observed data shows that this model can respond the variation of the source-point positions and the weather conditions. With further development this model may become a practical tool for the solution of air-pollution diffusion over a complex terrain.