

热带大气运动的特征

李崇银

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文用小参数展开方法,探讨了热带大气中的特征运动及其基本属性。理论分析表明:热带地区的超长波系统有中纬度长波的类型性质。其快过程是地转适应过程,有重力惯性波的活动;而慢过程在零级近似下是地转风,流场具有水平无辐散性质,在一级近似下是类似 Rossby 波的慢波,运动满足位涡度守恒的条件。

热带大气中的中间尺度运动,时间尺度远大于平流时间时为旋转风,是一种定常涡旋;时间尺度近于平流时间时,运动是水平无辐散的,且保持相对涡度守恒;若时间尺度远小于平流时间,则表现为重力波的活动。

热带大气中水平尺度近于 10^6 米的系统难于维持,容易向超长波和中间尺度涡旋演变。这同在热带地区多见超长波和中间尺度涡旋的观测事实相一致。

一、引 言

相对于中纬度地区大气运动的研究,人们对于热带大气运动的了解还很不够,近年来虽已作了不少工作,但从理论上进一步揭露热带大气运动的本质仍很有必要。

在文献[1]中,基于过去已有的理论分析和近些年的观测事实,我们已经指出,同中纬度地区常见长波活动不同,在热带大气中水平尺度为 2000—5000 公里的扰动虽然也有,但不常见;但却经常可以看到水平尺度更大的超长波系统 ($L \sim 10^7$ 米),以及许多中间尺度系统 ($L \sim 10^5$ 米),这些中间尺度系统几乎都以涡旋形式出现。我们还同时指出,对于热带大气的行星尺度(超长波)运动,具有准正压和准地转的特征;而中间尺度的涡旋则主要由对流凝结加热通过第二类条件不稳定(CISK)机制所驱动。

在中纬度地区,大气运动很明显地存在着快速的地转适应过程和比较缓慢的演变发展过程^[2,3]。当气压场和风场出现某种不平衡,便出现非地转风,产生辐合辐散,激发出重力惯性波;而通过重力惯性波的频散作用,使扰动能量被弥散出去;同时又由于地球自转作用,使运动回复到准地转平衡状态。这就是地转适应过程。系统的缓慢演变发展则主要表现为慢波的活动,而且是在准地转平衡状态下进行着的。

一个自然的问题就是低纬度地区大气运动是否也像中纬度地区那样,存在着不同特征的运动过程呢?本文将通过理论分析,研究低纬度(热带)大气的特征运动。并以热带

大气中最常见的超长波和涡旋系统为主要讨论对象。

二、行星尺度运动

根据浅水方程,由静力平衡关系不难得到正压大气的动量方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2)$$

而连续方程则为

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uH) + \frac{\partial}{\partial y}(vH) = 0 \quad (3)$$

这里

$$\begin{aligned} H &= h(x, y, t) - h_B(x, y) \\ &= H_0(x, y) + \eta(x, y, t) = D - h_B + \eta \end{aligned} \quad (4)$$

为流体厚度,其中 h_B 是下垫面地形高度, D 为一常数。 H_0 、 h 、 h_B 、 D 和 η 各量的关系如图 1 所示

假定运动的水平特征尺度为 L , 时间特征尺度为 T , 特征速度为 U , 特征扰动厚度为 N 。即: $(x, y) = L(x^*, y^*)$, $t = Tt^*$, $(u, v) = U(u^*, v^*)$, $\eta = N\eta^*$, $f = f_0 f^*$ 。这样, (1)–(3) 式可以写成:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + R_0 \left[u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right] \\ - f^* v^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} \end{aligned} \quad (5)$$

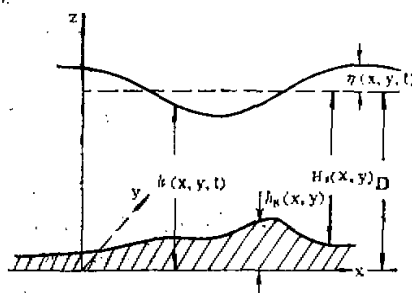


图 1 正压(浅水)模型

$$\varepsilon \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + R_0 \left[u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right] + f^* u^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon F \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + R_0 F \left[u^* \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \right] - u^* \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) \\ - v^* \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) + \left(1 + R_0 F \eta^* - \frac{h_B}{D} \right) \\ \times \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (f_0 T)^{-1} & R_0 &= U/f_0 L \\ F &= \left(\frac{L}{L_M} \right)^2 & L_M &= (gD)^{1/2}/f_0 \end{aligned}$$

因为在一般情况下,对于大气运动而言,除了小尺度运动外,气压梯度力项同科氏力项大致有相同量级,所以在得到(5)和(6)式时,我们已用了近似关系

$$N \approx \frac{f_0 L U}{g}$$

对于热带大气的行星尺度运动, $L \sim 10^7$ 米, $f_0 = 2.532 \times 10^{-5}$ 秒 $^{-1}$, $U \sim 10$ 米秒 $^{-1}$. 因此有 $R_0 \ll 1$, $F \sim 0(1)$.

1. 时间尺度远小于平流时间的运动

当运动的特征时间远小于平流时间,即若 $T \ll \frac{L}{U}$ 时,必然有 $\varepsilon \gg R_0$, 则可以近似认为 $\varepsilon = 0(1)$. 这样,无因次控制方程可写成:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + R_0 \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - f v = - \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + R_0 \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + f u = - \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F \frac{\partial \eta}{\partial t} + R_0 F \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_B}{D} \right) \\ - v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_B}{D} \right) + \left(1 + R_0 F \eta - \frac{h_B}{D} \right) \\ \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

注意,在(8)–(10)式中已略去上标*号.

由于 $R_0 \ll 1$, 因此我们可以将 u 、 v 、 η 和 f 对 R_0 作级数展开,即令

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + R_0 u_1 + R_0^2 u_2 + \cdots \\ v &= v_0 + R_0 v_1 + R_0^2 v_2 + \cdots \\ \eta &= \eta_0 + R_0 \eta_1 + R_0^2 \eta_2 + \cdots \\ f &= 1 + R_0 f_1 + \cdots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这里 $f_1 = \beta y$, $0(\beta) = 0(1)$.

对于 R_0 的零级近似,由(8)–(10)式可得到:

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} - v_0 = - \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \quad (12)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} + u_0 = - \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \quad (13)$$

$$F \frac{\partial \eta_0}{\partial t} + \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) = 0 \quad (14)$$

这里我们已假定 $h_B \ll D$, 从而有

$$h_B/D = R_0 \eta_B(x, y) \quad (15)$$

不难确定,方程(12)–(14)所描写的大气运动是一种重力惯性波,其无因次的频率表

达式为:

$$\sigma = \pm \sqrt{1 + \frac{m^2 g D}{f_0^2}} \quad (16)$$

其中 m 是无因次波数。

因此,根据上面的讨论可知,时间特征尺度比平流时间短的大气运动是重力惯性波的活动,它是一种快速变化过程。由(12)和(13)式可以得到:

$$\frac{\partial \zeta_0}{\partial t} = - \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \quad (17)$$

可见在这种过程中,涡度(ζ_0)的变化完全决定于辐合辐散,辐合使涡度增加,辐散使涡度减小,而由(14)式可以看到,流体厚度的变化也决定于辐合辐散,辐合使厚度增加,辐散使厚度减小。

由于辐合辐散而产生重力惯性波的活动,反映了地转适应过程的特征,所以,在热带大气的行星尺度运动中,时间尺度比平流时间短的过程也首先是重力惯性波对能量的弥散过程。

对于 R_0 的一级近似,由(8)–(10)式,并考虑(12)–(14)式,我们得到其控制方程组:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} - v_1 - \beta y v_0 = - \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad (18)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} + u_1 + \beta y u_0 = - \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} F \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + F \left(u_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \right) - u_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial x} \\ - v_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial y} + (F \eta_0 - \eta_B) \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \\ + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

若不计地形影响,则 $\eta_B = 0$,并且因 $F \approx 1$,于是(20)式可改写成:

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_0 \eta_0) + \frac{\partial}{\partial y} (v_0 \eta_0) + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0 \quad (20')$$

由于我们讨论的是时间尺度比平流时间短得多的快过程,(18)、(19)和(20')所描写的大气运动可称为带强迫(源)影响的地转适应过程。因为同(12)、(13)和(14)式描写的线性地转适应相比较,这里多了非线性平流的影响,而这种影响可视为零级近似的非平衡部分对一级近似运动场的强迫。

对于热带大气的行星尺度运动, $R_0 \approx 10^{-1}$,取 R_0 的零级近似已有足够精度。因此,我们可以认为,对于热带大气的行星尺度系统,时间尺度比平流时间短得多的快速运动是重力惯性波,并且可存在线性地转适应过程。

2. 时间尺度近于平流时间的运动

当运动的时间尺度同平流时间相当,即 $T = L/U$,则有 $\varepsilon = R_0 \ll 1$,这种情况下,无

因次的零级近似控制方程组为:

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \\ u_0 &= -\frac{\partial \eta_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

因此,热带大气行星尺度的缓慢运动过程,在零级近似情况下是地转风,并且流场是无辐散的。

对于 R_0 (或 ε) 的一级近似,其控制方程组为:

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} - v_1 - \beta y v_0 = -\frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad (22)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} + u_1 + \beta y u_0 = -\frac{\partial \eta_1}{\partial y} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} F \left[\frac{\partial \eta_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \right] - u_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial x} - v_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial y} \\ + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

由(22)–(24)式不难得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\zeta_0 - F\eta_0) + u_0 \frac{\partial}{\partial x} (\zeta_0 - F\eta_0) + v_0 \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_0 - F\eta_0) \\ + u_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial y} + \beta v_0 = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

而根据(21)式, η_0 实际上相当于流函数, 涡度 ζ_0 可以写成 $\nabla^2 \eta_0$, 因此(25)式变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - F)\eta_0 + J[\eta_0, (\nabla^2 - F)\eta_0] + \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \frac{\partial \eta_B}{\partial y} \\ - \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \frac{\partial \eta_B}{\partial x} + \beta \frac{\partial \eta_0}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

这里 $J[A, B]$ 为雅可比算符。由于 η_B 是一个已知数, 准地转运动问题也就可以用 η_0 完全给出, 当有某种 η_0 场后, u_0 和 v_0 可以由(26)式确定。如果令

$$\frac{\partial \eta_B}{\partial x} - \frac{\partial \eta_B}{\partial y} = 0,$$

(26)式可简单写成:

$$\frac{d}{dt} (\nabla^2 - F)\eta_0 + \beta \frac{\partial \eta_0}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

这实际上就是位涡度守恒方程, 因为其变化完全由自由表面位势(η_0)的起伏造成。因此, 在 $R_0 = \varepsilon \ll 1$ 的情况下, 大气运动的一级近似满足位涡守恒。

假定(26)式有平面波动解:

$$\eta_0 = \Psi \cos(kx + ly - \sigma t) \quad (28)$$

其中 $\mathcal{W}$ 为常数, 表示扰动的振幅。这样, 根据(26)式可得频率方程:

$$-\sigma(k^2 + l^2 + F) + k \frac{\partial \eta_B}{\partial y} - l \frac{\partial \eta_B}{\partial x} + \beta k = 0 \quad (29)$$

从而可得到:

$$\sigma = - \frac{k \frac{\partial \eta_B}{\partial y} - l \frac{\partial \eta_B}{\partial x} + k\beta}{k^2 + l^2 + F} \quad (30)$$

这里 $\frac{\partial \eta_B}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial \eta_B}{\partial x}$ 分别是下垫面的地形坡度常数, 为简单起见, 取 $\frac{\partial \eta_B}{\partial x} = 0$, 则有:

$$\sigma = - \frac{k \left(\frac{\partial \eta_B}{\partial y} + \beta \right)}{k^2 + l^2 + F} \quad (31)$$

由(31)式可以看到, 如果下垫面是平的, 即 $\frac{\partial \eta_B}{\partial y} = 0$, 我们将得到大家所熟知的 Rossby 波, 它是由于 β 效应所产生的。假定我们不考虑 β 作用, 但下垫面有地形坡度, 即 $\beta = 0$, $\frac{\partial \eta_B}{\partial y} \neq 0$, 仍可得到一种类似 Rossby 波。这时代替 β 效应的是地形的影响, 一般称之为地形罗斯贝波。

因此, 对于热带大气行星尺度的缓慢运动过程, 其一级近似的情况表现为 Rossby 波一类慢波。

三、中间尺度运动

热带地区由于科氏参数 f 很小, 对于扰动尺度 $L = 10^5$ 米的中间尺度运动, 上节中的参数 R_0 不再是一个小量。因此我们需要改换参数, 但仍可以作类似上节的处理。将特征量代入(1)–(3)式, 取

$$\delta = \frac{f_0 L}{U}$$

$$\delta_T = \frac{L}{TU}$$

则可得到

$$\delta_T \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \left(u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) - \delta f^* v^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} \quad (32)$$

$$\delta_T \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \left(u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) + \delta f^* u^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \delta_T G \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + G \left(u^* \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \right) - u^* \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) \\ & - v^* \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) + \left(1 + G\eta^* - \frac{h_B}{D} \right) \end{aligned}$$

$$\times \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = 0 \quad (34)$$

其中 $G = \frac{U^2}{gD}$, 为特征风速与重力波速度相比的平方, 亦即(气象)马赫数的平方。一般来讲, $G \ll 1$ 。

根据文献[4]的研究,就是在热带地区,运动方程中的气压梯度力项一般总是比较大的。因此,在本节中,方程的气压梯度力项总视为大项,其无量纲化时,将量级取为 $O(1)$,别的项都与它相比较。在推导(32)和(33)时,也就取了 $N \approx \frac{U^2}{g}$ 。

1. 特征时间远大于平流时间的运动

相对来讲,这类运动显然是一种慢过程。由于 $T \gg \frac{L}{U}$, 则有 $O(\delta_T) \ll 1$; 但按前面给

出的特征参量,可以得到 $\delta = 0.253$ 。因此有 $\delta_T \leq \delta$, 而 δ 本身又是一个相当小量,我们也就可以对 u, v 和 η 作 δ 的级数展开,对于含 δ_T 的项至少可以与含 δ 的项同样对待。这样,由方程(30)–(34)可以得到 δ 的零级近似控制方程为:

$$u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} = - \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \quad (35)$$

$$u_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} = - \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \quad (36)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (37)$$

可见运动是准定常、无辐散的。方程(35)–(37)所描写的运动,实际上就是在自然坐标中得到的所谓旋转风。因此,可以认为,热带地区大气中间尺度运动的慢过程,在零级近似情况下就是旋转风。由于这种旋转风运动是定常的,这也可能是热带地区容易出现中尺度的涡旋运动的原因。

对于 δ 的一级近似,可有控制方程:

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_1}{\partial y} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_0}{\partial y} - v_0 = - \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad (38)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_1}{\partial y} + u_1 \frac{\partial v_0}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_0}{\partial y} + u_0 = - \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \quad (39)$$

$$u_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial y} - u_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - v_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial y} + \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (40)$$

(38)和(39)式进行涡度运算,得到:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + u_1 \frac{\partial \zeta_0}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \zeta_0}{\partial y} \\ & = - \zeta_0 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

再将(40)代入(41)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_0}{\partial t} = & - \left[u_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \right] - \left[u_1 \frac{\partial \zeta_0}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \zeta_0}{\partial y} \right] \\ & + \zeta_0 \left[\frac{d}{dt} (\eta_0 - \eta_B) \right] \end{aligned} \quad (42)$$

可以看到,这时运动不是定常的,其涡度零级近似的局地变化可以由三种过程造成,其一是零级风场对一级涡度的平流;其二是一级风场对零级涡度的平流;其三是流体厚度变化,即辐合辐散的作用。

上面的讨论我们大致可以认为,热带大气的中尺度缓慢运动主要表现为准定常的旋转风平衡,涡度的变化可以由多种机制造成,但却是一个小量。

2. 特征时间近于平流时间的运动

如果特征时间与平流时间相当,则 $\delta_T \approx 1$,但对于热带的中间尺度系统,仍有 $\delta \ll 1$ 。这样,零级近似的控制方程为:

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} = - \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \quad (43)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} = - \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \quad (44)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (45)$$

由方程(43)–(45)我们不难看出,这时运动是水平无辐散的,并且运动过程中保持涡度守恒。

3. 特征时间远小于平流时间的运动

对于特征时间远小于平流时间尺度的快过程,需要另引入小参数,其控制方程可写成:

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \mu \left(u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) - \mu_T v^* f^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} \quad (46)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \mu \left(u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) + \mu_T u^* f^* = - \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & \frac{G}{\mu} \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + G \left(u^* \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \eta^*}{\partial y^*} \right) - u^* \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) \\ & - v^* \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{h_B}{D} \right) + \left(I + G \eta^* - \frac{h_B}{D} \right) \\ & \times \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

其中参数 $G = \frac{U^2}{gD}$, $\mu = \frac{UT}{L}$, $\mu_T = f_0 T$ 。

将变量 u, v 和 η 对 μ 展开, 因为特征时间远小于平流时间尺度, $\mu \ll 1$, 而在热带地区 $\mu_1 < \mu$. 取零级近似, 考虑到 $G/\mu \approx 0(1)$, 则可得到控制方程:

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = -\frac{\partial \eta_0}{\partial x} \quad (49)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} = -\frac{\partial \eta_0}{\partial y} \quad (50)$$

$$\frac{G}{\mu} \frac{\partial \eta_0}{\partial t} + \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (51)$$

由(49)–(51)式我们可以得到:

$$\frac{G}{\mu} \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial t^2} = -\left(\frac{\partial^2 \eta_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial y^2}\right) \quad (52)$$

不难得到(52)式所描写的运动的无因次波速公式为:

$$C = \pm \left[\frac{k^2 + l^2}{k^2} \frac{\mu}{G} \right]^{\frac{1}{2}} = \pm \left[\frac{k^2 + l^2}{k^2} \frac{\mu}{U^2} gD \right]^{\frac{1}{2}} \quad (53)$$

这显然反映了一种重力波的运动特征. 因此, 在热带地区, 中间尺度系统的快速运动过程是重力波的活动.

四、讨 论

上面我们针对热带大气中经常存在的超长波和涡旋运动进行了讨论, 没有讨论水平尺度 $L \sim 10^4$ 米的运动系统. 对于 $L \sim 10^4$ 米的热带运动系统, $R_0 \approx 0(1)$, 且一般有 $s \approx R_0$, 因此从(5)–(7)式, 我们可以看到在热带地区描写 $L \sim 10^4$ 米系统的运动方程难于简化. 即使时间尺度非常长(趋于定常), 其运动也很复杂:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (54)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -\frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (55)$$

$$F \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + (1 + F\eta) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (56)$$

显然, 如果平流项相对比科氏力项重要的话, 则(54)–(56)式可简化为(35)–(37)式, 其主要表示旋转风运动; 而如果平流项相对没有科氏力项重要时, (54)–(56)式则可简化为(21)式, 主要表示准地转平衡, 反映了超长波的特征. 因此, 我们可以认为热带大气中 $L \sim 10^4$ 米的运动系统, 比较地不易维持, 容易向超长波和中间尺度涡旋演变, 使得在热带地区这类 $L \sim 10^4$ 米的系统难于经常出现.

上面的讨论表明, 热带地区的超长波系统, 有类似中纬度长波的性质. 其时间尺度甚小于平流时间的运动是地转适应过程, 有重力惯性波的活动. 时间尺度近于平流时间的慢过程, 零级近似下是地转风, 且流场具有水平无辐散性质; 一级近似下是类似 Rossby 波的慢波, 运动满足位涡度守恒的条件.

对于热带地区的中间尺度运动, 时间尺度远大于平流时间的运动是旋转风, 它是一种定常涡旋运动; 时间尺度近于平流时间的运动特征是水平无辐散, 运动过程中保持相对涡度守恒。正是由于运动表现为定常旋转风, 或者保持相对涡度守恒, 所以我们可以热带地区经常看到许多中间尺度的涡旋运动系统。

热带地区的中间尺度运动, 若时间尺度远小于平流时间, 则表现为重力波的活动, 由于科氏力非常小, 虽有重力波活动, 但却没有地转适应过程。重力波将在那里频繁地活动, 这可能又正是热带地区多对流性系统的一个重要机制。

上面的讨论中, 我们用平流时间作为一种判别尺度, 但对于超长波和中间尺度系统, 其平流时间并不一样, 因为平流时间是 L/U , 而 $U \sim 10$ 米/秒, 故对于超长波来讲, 平流时间 $\bar{t}_s \approx 10^6$ 秒; 对于中间尺度的涡旋, 平流时间 $\bar{t}_m \approx 10^4$ 秒。因此, 热带地区的超长波运动与地转适应过程将明显比中纬度地区长波的运动及地转适应过程慢一些。热带地区的中间尺度系统, 即使是相对慢的过程, 也是比较快的, 这同实际大气中涡旋系统的活动情况是一致的。

曾庆存同志阅读了本文初稿并提出宝贵意见, 深致谢意。

参 考 文 献

- [1] 李崇银, 热带大气运动的尺度, 科学探索, 第3期, 115—122, 1982.
- [2] 叶笃正、李麦村, 大气中的适应过程, 科学出版社, 1965.
- [3] 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础(第一卷)科学出版社, 1979.
- [4] Krishnamurti, T. N. et al., *J. Atmos. Sci.*, 40, 894—905, 1983.

THE CHARACTERISTICS OF THE MOTION IN THE TROPICAL ATMOSPHERE

Li Chongyin

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

An exploration about the characteristic motions in the tropical atmosphere and their fundamental properties is provided with the small parametric expansion method in this paper. The theoretic analyses show us:

The ultra-long waves in the tropical atmosphere have same properties as the long waves in middle latitude. Their faster processes are the activity of inertio-gravitational waves and the geostrophic adjustment, whereas the slower processes, under the zeroth approximation, are the geostrophic wind with nondivergent horizontal flow field. Under the first approximation, there exist the slower waves as Rossby waves and their motions satisfy the condition similar to that of potential vorticity conservation.

For the medium-scale system in the tropics, if its time scale is much longer than the advection time, the motion becomes the rotational wind, a steady vortex. However, the motion is nondivergent and has the relative vorticity conservation when the time scale is close to the advection time. And when the time scale is much shorter than the advection time, there appears to be the activity of gravitational waves.

In the tropics, the disturbance which has the horizontal scale $L \sim 10^6$ m is difficult to maintain. This kind of system easily evolves into the ultra-long wave or the medium-scale vortex. This is consistent with the observational facts that the ultra-long waves and the medium-scale vortex are usually present in the tropics.