

雷暴下金属尖端放电所致空间 电荷层分布的数值计算

言 穆 弘*

(兰州高原大气物理研究所)

提 要

本文用一个二维时变轴对称模式,在地面金属尖端电晕放电条件下,数值计算了强雷暴下从地面至300米高度大气中电场和电荷密度的时空分布,讨论金属尖端放电对电场的抑制作用。结果指出:当初始电场为9000伏/米,气溶胶粒子浓度为 10^{10} 个/米³时,电晕放电10秒后,电晕电流密度减小到初值的1/70,34秒达稳定值约为 0.6×10^{-7} 安/米²,是初值的1/130。电荷密度不小于 0.2×10^{-9} 库/米²的电荷层可垂直扩展到200米高度,径向扩展到80米以外。尖端高度以下有较高的电荷密度(约 10^{-9} 库/米³),电场强度减弱很多,局部区域甚至出现反极性(30米高度以下)。

当气溶胶粒子浓度较大如 10^{11} 个/米³时,空间电荷层厚度将减薄。

一、引 言

近年来,随着火箭技术的发展,雷暴下尖端物体的放电研究更被人们所关注。尖端放电既能造成上引先导,吸引雷电,又能抑制尖端周围电场的增长而起到避雷的作用。但是,空间电荷的屏蔽效率至今仍有争论。Standler等^[1]对地面树木尖端电晕放电电流和不同高度处的电场进行测量,并计算了电晕电荷的空间分布。结果表明:电荷能够向上弥散到约200米高度处,最大电荷密度约为 0.8×10^{-9} 库/米³。由于空间电荷的屏蔽作用,地面电场减弱,约为200米高度附近电场强度的1/5—1/4。

尖端电晕电流的测量常缺乏自然代表性。Standler^[2]和Chauzy等^[3,4]希望通过理论计算来研究电晕放电的作用,他们采用一维时变模式,模拟地面大量树木尖端的电晕放电过程,探讨地面自然尖端电晕放电对电场的影响。本文进一步用一个二维时变轴对称模式,理论分析了强雷暴下孤立金属尖端的电晕放电过程及其对周围电场的影响。

二、模 式

1. 模式和参数

利用一个二维时变轴对称模式,在地面金属尖端电晕放电条件下,数值计算雷暴下近

1985年6月11日收到修改稿。

* 申巧南同志参加部分计算工作

地面电荷密度和电场的时空分布。分析雷暴下孤立金属尖端的电晕放电过程及放电所产生的电晕离子的转化。接地尖端置于柱坐标系中心轴 60 米高度处,并假定此尖端的电晕放电过程类似于一个“消雷器”的电晕放电,在较大范围内产生电晕电流,电晕常数取决于电晕平均作用面积。

n_+ 、 n_- 、 N_+ 、 N_- 分别表示为正、负小离子和正、负大离子数浓度。它们的迁移率 μ_+ 、 μ_- 以及 μ'_+ 、 μ'_- 是高度的函数,可分别表示为:^[4,8]

$$\mu_+ = 1.4 \times 10^{-4} e^{0.14 \times 10^3 x} \text{ 米}^2/(\text{秒} \cdot \text{伏}); \mu_- = 1.9 \times 10^{-4} e^{0.14 \times 10^3 x} \text{ 米}^2/(\text{秒} \cdot \text{伏})$$

$$\mu'_+ = 1.4 \times 10^{-6} e^{0.14 \times 10^3 x} \text{ 米}^2/(\text{秒} \cdot \text{伏}); \mu'_- = 1.9 \times 10^{-6} e^{0.14 \times 10^3 x} \text{ 米}^2/(\text{秒} \cdot \text{伏})$$

式中高度 x 的单位为米。

模式仅考虑离子在电场作用下的输送和湍流输送,且假定各类粒子的湍流扩散系数 K_V 相等并为 $50 \text{ 米}^2/\text{秒}$,而平流输送和降雨捕获被忽略。

小离子被中性气溶胶粒子捕获的系数 β_{+0} , 和 β_{-0} 等于 $2 \times 10^{-12} \text{ 米}^3/\text{秒}$; 不同极性小离子之间的复合系数 α 等于 $1.6 \times 10^{-12} \text{ 米}^3/\text{秒}$; 小离子和反极性大离子之间的复合系数 β_{+-} , β_{-+} 都等于 $10^{-11} \text{ 米}^3/\text{秒}$ 。而大离子之间的复合及被气溶胶粒子的捕获被忽略。

计算中气溶胶粒子浓度 N_0 分别取 $10^{10} \text{ 个}/\text{米}^3$ (干净大气) 和 $10^{11} \text{ 个}/\text{米}^3$ (污染大气)。

2 金属尖端电晕电流密度表达式

观测指出,陆地表面电场强度一般不超过 $10000 \text{ 伏}/\text{米}$ ^[9],而海面则可达 $50000 \text{ 伏}/\text{米}$ 以上^[6]。陆地的低值是由于地面尖端物体电晕放电所致,电晕电流密度 I_c 和环境电场 E_e 满足以下稳态公式^[7]:

$$I_c = a(E_e^2 - E_c^2) \quad (1)$$

式中 E_c 是尖端产生电晕放电的临界环境电场, a 是电晕常数,与尖端高度、电晕平均作用面积等因子有关。模式计算中采用 Kascmir 的测量值^[7],分别取 $E_c = 780 \text{ 伏}/\text{米}$, $a = 1.0 \times 10^{-15} \text{ 安}/\text{伏}^2$ 。

(1) 式仅适用于稳态。事实上,随着产生的电晕离子向外输送,尖端附近的环境电场也随之而变,故电晕电流密度应该随时间而变。定义“尖端处”为电晕雪崩层外缘环境,则该处的电荷密度 ρ_T 满足连续方程

$$\frac{\partial \rho_T}{\partial t} + \nabla \cdot I_c = 0$$

以泊松方程 $\nabla \cdot E_b = 4\pi\rho_T$ 中的 ρ_T 代入上式得到

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E_b}{\partial t} + I_c = J,$$

式中 E_b 是“尖端处”电场强度,积分常数 J 是一个电流矢量,表示雷暴下平均传导电流密度,当雷暴发展到稳态时, J 为常数,并近似满足欧姆定理,有表达式 $J = \lambda E_b$ 。式中 λ 为雷暴下平均电导率,其值为 $6 \times 10^{-13}/(\text{欧姆} \cdot \text{米})$ 。于是有:

$$\frac{\partial E_b}{\partial t} + 4\pi I_c = 4\pi\lambda E_b \quad (2)$$

采用 Kascmir 的近似求解此方程^[7],以(1)式代入(2)式,积分得到:

$$E_b = \frac{P(B + \lambda) - Q(B - \lambda)e^{-4\pi Bt}}{2a(P + Qe^{-4\pi Bt})}, \quad (3)$$

$$I_c = \lambda E_b - \frac{PQ B^2 e^{-4\pi Bt}}{a(P + Qe^{-4\pi Bt})^2}, \quad (4)$$

式中系数 $B = \sqrt{\lambda^2 + 4a^2 E_c^2}$, $P = B + 2aE_{b0} - \lambda$, $Q = B - 2aE_{b0} + \lambda$. E_{b0} 是初始环境电场。

3. 计算方程组

方程内各物理量在计算中全部采用 CGSE 单位制, 而计算结果都用实用单位制表示。柱坐标系统中各类粒子的、连续方程和泊松方程构成一个封闭方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_+}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r n_+ \mu_+ E_r] - \frac{\partial}{\partial z} [n_+ \mu_+ E_z] \\ &\quad + G - \alpha n_+ n_- - \beta_{+0} n_+ N_0 - \beta_{+-} n_+ N_- + n_{\pm} + D_{n_+} \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} &= +\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r n_- \mu_- E_r] + \frac{\partial}{\partial z} [n_- \mu_- E_z] \\ &\quad + G - \alpha n_+ n_- - \beta_{-0} n_- N_0 - \beta_{-+} n_- N_+ + D_{n_-} \\ \frac{\partial N_+}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r N_+ \mu'_+ E_r] - \frac{\partial}{\partial z} [N_+ \mu'_+ E_z] \\ &\quad + \beta_{+0} n_+ N_0 - \beta_{+-} n_+ N_- + D_{N_+} \\ \frac{\partial N_-}{\partial t} &= +\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r N_- \mu'_- E_r] + \frac{\partial}{\partial z} [N_- \mu'_- E_z] \\ &\quad + \beta_{-0} n_- N_0 - \beta_{-+} n_- N_+ + D_{N_-} \\ \frac{\partial N_0}{\partial t} &= \beta_{-+} n_- N_+ + \beta_{+-} n_+ N_- - \beta_{-0} n_- N_0 - \beta_{+0} n_+ N_0 + D_{N_0} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= -4\pi e (n_+ + N_+ - n_- - N_-) = 4\pi \rho_T \\ E_r &= -\frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z}, \end{aligned}$$

式中 E_z 为垂直方向电场强度, 模式规定向上为正, E_r 为径向电场强度, ϕ 为单位, G 是自由大气中离子产生率, 约为 1.54×10^7 对/(米³·秒), ρ_T 是空间电荷密度, $n_{\pm}$ 是尖端处正小离子浓度, 是尖端电晕放电产生, 且有等式 $n_{\pm} = \frac{I_c}{e \mu_{\pm} |E_b|}$, $D_{n_{\pm}}$, $D_{N_{\pm}}$ 及 D_{N_0} 分别是小离子, 大离子和中性气溶胶粒子的湍流输送项, 在柱坐标系中为:

$$D_{\pm} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[K_V r \frac{\partial X}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_V \frac{\partial X}{\partial z} \right],$$

上述方程组和 (3) 式及 (4) 式构成全部计算方程, 利用数值计算方法求解。

4. 初始和边界条件, 数值试验

模式着重于分析雷暴下孤立金属尖端的电晕放电以及放电所产生电晕离子的转化过

程,故以晴天小离子浓度作为初始场值^[8],而初始大离子浓度假定为零。并以雷暴下大陆地面电场作为初始环境电场。雷暴过境时,地面通常受雷暴下部负电荷区域控制,电场方向向上,模式规定为正值。假定在模式区域内,初始环境电场处处相等并等于 9000 伏/米。

模式区域为一个半径为 100 米,高度为 315 米的圆柱体。垂直网格距离为 15 米,径向距离为 20 米。除“尖端处”的电场强度和电晕电流密度用(3)和(4)式计算外,其它各网格点值都利用差分法计算,空间部分用上游差分,时间用向前差,湍流扩散项仍用中心差。计算结果表明有较好的稳定性。时间步长取 0.1 秒,已能满足电晕放电过程中较快的反馈速度。电位 ϕ 利用超松弛迭代法求解,松弛因子取 1.8。

模式采用连续边界条件,在中心轴和侧边界处,各物理量均连续,在上、下边界除了连续条件外,电位 ϕ 分别等于常数(上边界)和零(下边界)。

三、计算结果

图 1 是 $N_0 = 10^{10}$ 个/米³ 时尖端电晕电流密度 I_c 随时间的变化。从图可见, I_c 随时间衰减很快,初始值为 7.74×10^{-8} 安/米², 2 秒后很快减小到 10^{-8} 安/米², 此后变化缓慢, 34 秒达到稳定值, 为 6.4×10^{-10} 安/米²。图 2 是 34 秒时刻电荷密度的空间分布。电荷密度在尖端处达最大, 约为 4.5×10^{-9} 库/米³, 随着电荷向外扩散, 在尖端附近形成一层空间电荷层, 电荷密度随高度增加而逐渐减小, 密度不小于 0.2×10^{-9} 库/米³ 的电荷层可垂直延伸到 190 米高度上, 径向可扩展到 80 米以外。在尖端高度以下区域, 电荷密度较大, 约为 10^{-9} 库/米³。此后, 随时间增加, 电荷层继续垂直向上伸展, 但由于电场减弱很多, 电荷主要依靠湍流输送, 所以垂直伸展很慢。例如电晕放电 1 分钟以后, 密度不小于 0.2×10^{-9} 库/米³ 的电荷层仅伸展到 210 米高度上, 半分钟只增高了 20 米。

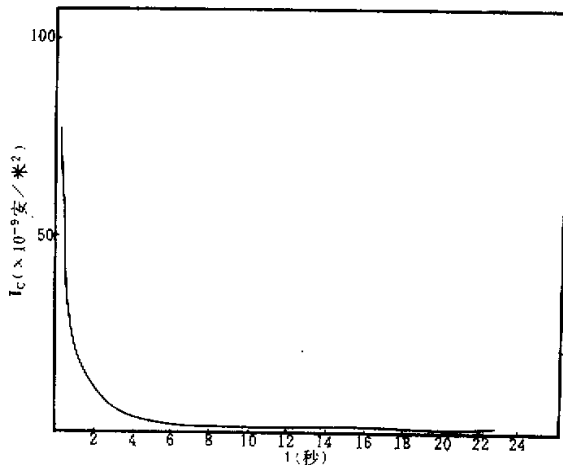


图 1 尖端电晕电流密度时间变化

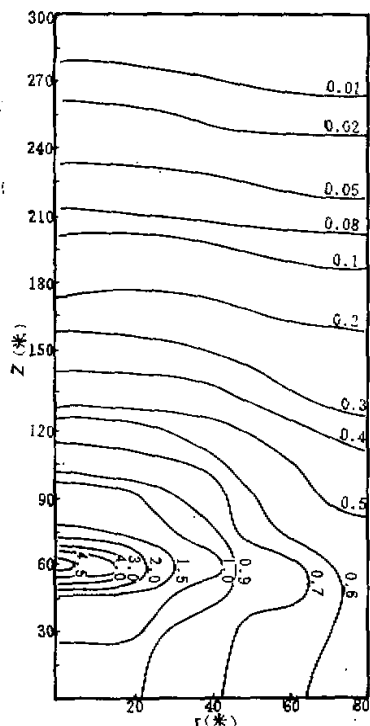


图2 电荷密度 ρ_c 的空间分布。 $t = 34$ 秒, $N_0 = 10^{10}$ 个/米³。等值线单位: $\times 10^{-9}$ 库/米³

从图2还可见,尽管模式计算中没有考虑平流输送,但电荷的径向扩散仍很大。这主要是由于尖端接地,使尖端附近零电位高度提高,从而产生很强的径向电场。此后,由于被输送的空间电荷的反极性作用,径向电场减弱,故电荷将逐渐转变为主要依靠湍流输送,使电荷层的径向扩展减慢。

图3a是尖端和30米高度处(径向距离20米)空间电荷密度 ρ_c 、正小离子浓度 n_+ 、正大离子浓度 N_+ 的时间变化。从图可见,尖端处的 ρ_c 和 n_+ 随时间衰减很快,在34秒时达到稳定值,分别为 4.5×10^{-9} 库/米³ 和 2.7×10^{10} 个/米³。此后基本维持不变。而 N_+ 却随时间增加而增大,34秒时,比值 N_+/n_+ 从初始时刻的0增大到1/10。由此可见,电晕放电产生的正小离子进入大气后,很快被中性气溶胶粒子捕获而转变成迁移率很低的正大离子。图3b是30米高度处的情况。由于来自尖端处正小离子的输送, ρ_c 和 n_+ 开始随时间很快增大,大约在10秒以后,由于从30米高度处向外输送的电荷量增大, ρ_c 和 n_+ 逐渐减小,并慢慢趋向于稳定。而该高度处的比值 N_+/n_+ 明显增大,在34秒时为1/2,90秒时增大到1,大离子逐渐成为空间电荷的主要成份。

图4是几个不同高度处垂直电场 E_z 的时间变化。从图可见,空间电荷对电场的减弱作用被限制在尖端高度以下区域,径向可延伸到80米以外 (E_z 的空间分布图从略)。在电晕放电的9秒后,地面电场开始变成负极性,30秒后,30米高度处的电场也逐渐变

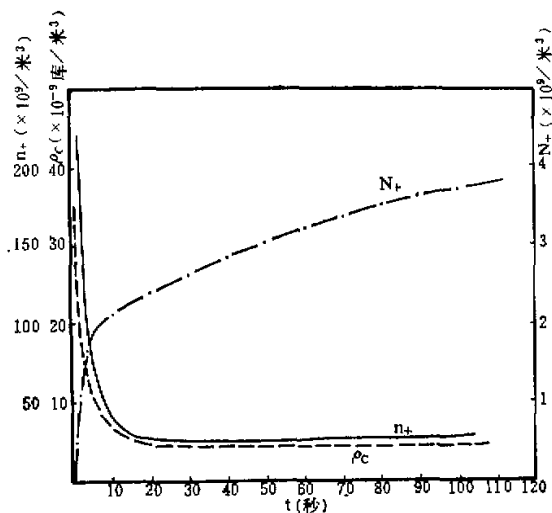


图 3a 尖端高度处电荷密度 ρ_c , 正小离子浓度 n_+ , 正大离子浓度 N_+ 的时间变化. $N_0 = 10^{10}$ 个/米³

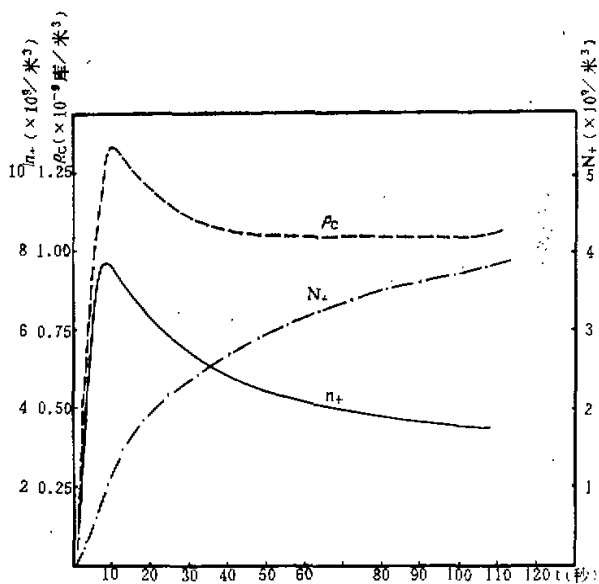


图 3b 30 米高度处 ρ_c , n_+ , N_+ 的时间变化. $N_0 = 10^{10}$ 个/米³, 径向距离 20 米

为负极性。而尖端高度以上, 电场总为正极性, 且减弱不多, 由于接地尖端提高了零电位高度, 使较高处的电场甚至超过环境值。

当气溶胶粒子数浓度增加 10 倍, 即 $N_0 = 10^{11}$ 个/米³ 时, 计算表明, 在尖端高度附

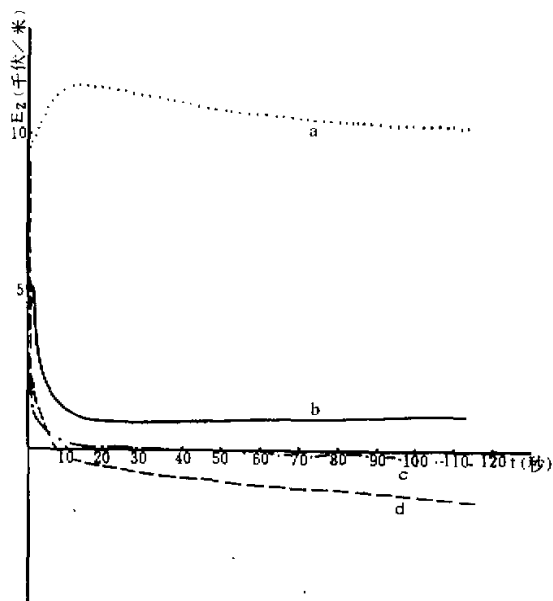


图 4 不同高度垂直电场 E_z 的时间变化, $N_0 = 10^{10}$ 个/米³

(a) 尖端以上 90 米高度 (b) 尖端高度, (c) 尖端以下 30 米高度, 径向距离 20 米, (d) 地面, 径向距离 20 米

近, 电荷密度 ρ_e 变化不多, 但较高的 N_0 值, 将使 ρ_e 值随离开尖端的距离增加而更快地衰减。更多的正小离子被中性粒子捕获而变成迁移率很低的正大离子, 比值 N_+/n_+ 在尖端附近为 3, 离开尖端后很快增大到 10。空间电荷层厚度显著减小, 具有不小于 0.2×10^{-9} 库/米³ 电荷密度的电荷层被限制在 100 米高度以下。结合垂直电场空间分布的分析可见, 局地低电场区比 $N_0 = 10^{10}$ 个/米³ 时要小得多, 且不会出现负极性电场。所以, 利用孤立金属尖端电晕放电所产生的空间电荷来抑制尖端高度以下区域电场的增长, 干净大气比污染大气更为有效。

计算结果还表明, 当增大金属尖端所产生的电晕电流密度例如为 13 倍时, 空间电荷所造成的低电场区将被扩大 ($N_0 = 10^{10}$ 个/米³), 尖端高度以下更多区域的电场变为负极性。

四、结 束 语

本文通过模式计算, 讨论孤立金属尖端电晕放电对周围电场的影响, 结果有一定的实际意义。模式计算中用了一些近似, 尤其是忽略了平流输送, 无疑是很不足的。平流会增大空间电荷的逸散, 造成上、下风方向空间电荷的不均匀分布。此外, 尚需注意对地闪电

的实际过程,例如,当闪电先导接近地面而尚未触发回击时,先导顶端的高电位(可高达几十兆伏)对尖端电晕放电将会产生很大影响。这一切将是今后模式计算中需要改进的。

参 考 文 献

- [1] Standler, R. B. and Winn, W. P., 1979, Effects of corona on electric field beneath thunderstorms., *Quart. J. R. Met. Soc.*, **105**, 285—302.
- [2] Standler, R. B., 1980, Estimation of corona current beneath thunderstorms, *J. Geophys. Res.*, **85** (C8), 4541—4544.
- [3] Chauzy, S. and Raizonville, P., 1982, Space charge layers created by corona at ground level below thunderclouds: measurements and modelling. *J. Geophys. Res.*, **87**(C4), 3143—3148.
- [4] Chauzy, S. and Rennela, C., 1984, Response of the space charge layer created by corona at ground level to external electric field variations beneath a thundercloud, VII International conference on atmospheric electricity, Albany, N. Y. 204—245. 1984. 6.
- [5] Vonnegut, B. 1963, Some facts and speculations concerning the origin and role of thunderstorm, electricity. *Meteor. Monogr.* **3**, 224—241.
- [6] Toland, R. B. and Vonnegut, B. 1977, Measurements of maximum electric field intensity over water during thunderstorms, *J. Geophys. Res.*, **82**, 438—440.
- [7] Kasemir, H. W., Corona discharge and thunderstorm fields, Conference on cloud physics and atmospheric electricity of the AMS 1978, Issaquah, Washington.
- [8] Shreve, E. L., 1970, Theoretical derivation of atmospheric ion concentrations conductivity, space charge density, electric field and generation rate from 0 to 60 Km. *J. Atmos. Sci.*, **27**(8), 1186—1194.

THE NUMERICAL CALCULATION OF SPACE CHARGE LAYER DUE TO THE CORONA DISCHARGE OF METALING GROUND POINTS UNDER THUNDERSTORM

Yan Muhong

(Lanzhou Institute of Plateau Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

With a two-dimensional, time-dependent, axisymmetric model, we have numerically calculated the temporal and spatial distribution of the electric field and space charge density within a height of 300 m above the ground under the thunderstorm. The calculation shows that when the initial field is 9000 V/m and the concentration of neutral particle that can be transferred into large ions is $10^{10}/\text{m}^3$, the corona current density will reduce to 1/70 in 10 s, and reach its final value $0.6 \times 10^{-10} \text{ A/m}^2$ —1/130 of its initial value, in about 34 s. A density of $0.2 \times 10^{-10} \text{ C/m}^3$ will extend up to 200 m high, with horizontal extent being more than 80 m. The space charge density near or under the point is quite high and reaches 10^{-10} C/m^3 . This will weaken the electric field, make it much lower than the initial value or even reverse when very close to the surface. The higher the concentration of neutral particles, for example, $10^{11}/\text{m}^3$, the thinner the space charge layer.