

一个全球大气格点模式和超长波预报问题

陈嘉滨 张道民 朱抱真

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文是作者在“一个修改的 σ 坐标初始方程”北半球模式的基础上发展全球大气模式的第一个报告。文中给出了这个全球格点模式方程组的基本计算方案;并对一个全球大气形势预报的实例进行了分析,与半球模式预报的结果作了比较,讨论了有关超长波的预报问题。

一、前 言

目前,国家气象局北京气象中心的北半球数值预报业务模式是朱抱真等^[1]设计的一个修改的 σ 坐标5层原始方程北半球模式。两年来,人们发现这个模式的预报误差主要表现在:

- (1) 500hPa 形势场预报的平均误差分布是超长波尺度的^[2];
- (2) 副热带流型的预报存在较多的缺陷;
- (3) 西风带短波系统的预报精度差。

我们认为,后者主要是由于目前业务模式水平分解低,不能很好地描写短波系统的演变。第一个问题,一般认为是大尺度地形和海陆强迫的影响,但也和模式积分的范围有关。第二个问题,显然受半球模式的低纬度人为的边界影响较大。

因此扩大模式的积分范围,取消低纬度侧边界是改进预报模式的一条重要途径。于是我们计划在上述修改的 σ 坐标北半球模式的基础上,发展一个全球大气的格点模式。本文是这个模式的第一个报告,主要给出这个全球大气模式的基本计算方案,并对一个实例预报的分析,讨论有关超长波预报问题。

二、全球大气模式的基本方程组

采用修改的 σ 坐标^[3]作为垂直坐标,即

$$\begin{aligned} \text{当 } p < p_m \quad \sigma &= \frac{p - p_t}{\pi} \quad \pi \equiv \pi_L = \frac{p_m - p_t}{\sigma_m} \\ \text{当 } p > p_m \quad \sigma &= \frac{p - p_m}{\pi} + \sigma_m \quad \pi = \pi_L = \frac{p_* - p_m}{1 - \sigma_m} \end{aligned} \quad (1)$$

1984年10月15日收到,1985年3月19日收到修改稿。

其中 p_m 、 p_i 和 σ_m 都为常数。本文取 $p_m = 500\text{hPa}$, $p_i = 0\text{hPa}$ 和 $\sigma_m = 0.5$ 。

由 (1) 式可得, 在 $p < p_m$ 时, $\pi = \pi_0 = \text{常数}$ 。另外, 由 (1) 式可知:

$$\text{当 } p < p_m \quad p = \pi\sigma + p_i$$

$$\text{当 } p > p_m \quad p = \pi(\sigma - \sigma_m) + p_m \quad (2)$$

在球面坐标中控制方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi u) + \mathcal{L}(u) - \left(f + u \frac{\lg \varphi}{a}\right) \pi v + \pi f v_g = \pi F_L \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi v) + \mathcal{L}(v) + \left(f + u \frac{\lg \varphi}{a}\right) \pi u - \pi f u_g = \pi F_\varphi \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(c_p \pi T) + \mathcal{L}(c_p T + \phi) + \frac{\partial \phi(\sigma - \sigma_m)}{\partial \sigma} \frac{\partial \pi}{\partial t} \\ + \pi u f v_g - \pi v f u_g = \pi c_p F_T \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi) + \mathcal{L}(1) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi q) + \mathcal{L}(q) = \pi F_q \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad (8)$$

或

$$\frac{\partial \phi(\sigma - \sigma_m)}{\partial \sigma} = \phi - \frac{RT}{1 + \frac{p_m}{\pi_L(\sigma - \sigma_m)}} \quad (p > p_m) \quad (8')$$

其中平流算子为:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda}(\pi u x) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(\pi v \cos \varphi x) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma}(\pi \dot{\sigma} x) \quad (9)$$

当 $x = 1$ 时, 则

$$\mathcal{L}(1) = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda}(\pi u) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(\pi v \cos \varphi) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma}(\pi \dot{\sigma}) \quad (10)$$

为散度算子。气压梯度力项为:

$$\begin{cases} f v_g = \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + RT \frac{\partial \ln p}{\partial \lambda} \right) \\ f u_g = -\frac{1}{a} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} + RT \frac{\partial \ln p}{\partial \varphi} \right) \end{cases} \quad (11)$$

这里 a 为地球半径, φ 是纬度, λ 是经度。其它均为常用符号, 参见 [1, 2]。

由定义 (1) 可知, 在 $p < p_m$ 时, 有

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \ln p}{\partial \lambda} - \frac{\partial \ln p}{\partial \varphi} = 0 \quad (12)$$

三、全球模式的差分方程组

大气分为两层, 变量的垂直分布见图 1, 其中水汽仅在第二层上。在水平分布上, 所

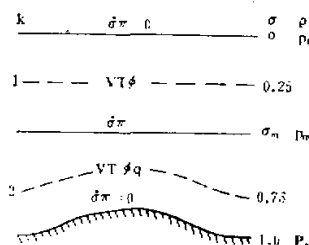


图1 变量的垂直分布

有变量都取在同一点上。

1. 空间差分格式

在本模式中取通常的经纬度格网。经度格距 $\Delta\lambda$ 和纬度格距 $\Delta\varphi$ 都取为 5.625° 。如此在沿一个纬圈上共有 64 个格点。从距极点 $\Delta\varphi/2$ 度的一纬圈开始, 在每隔 $\Delta\varphi$ 的纬圈上取格点, 这样, 在极点和赤道上不出现格网点。这种取法可以回避极点是奇异点的问题, 给差分带来一些方便。

令

$$U = \pi u \quad V = \pi v \quad \dot{\Sigma} = \pi \dot{\sigma}$$

和

$$\Delta s = a^2 \Delta\lambda \Delta\varphi \cos \varphi$$

且定义通量

$$F_{i+1/2} = \frac{U_{i+1} + U_i}{2} a \Delta\varphi_i$$

$$H_{i+1/2} = \frac{V_i + V_{i+1}}{2} a \Delta\lambda \cos \varphi_{i+1/2}$$

同时使用一般的差分和平分的符号

$$\delta_\lambda F = F_{i+1/2} - F_{i-1/2}$$

$$\delta_\varphi H = H_{i+1/2} - H_{i-1/2}$$

和

$$\bar{U}^\lambda = \frac{1}{2} (U_{i+1/2} + U_{i-1/2})$$

$$\bar{V}^\varphi = \frac{1}{2} (V_{i+1/2} + V_{i-1/2})$$

采用以上的符号, 控制方程 (3)–(8) 的空间差分方程可写为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + L(u) - \left(f + u \frac{\lg \varphi}{a}\right) V + \pi f v_g = \pi F_\lambda \quad (13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + L(v) + \left(f + u \frac{\lg \varphi}{a}\right) U - \pi f u_g = \pi F_\varphi \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\pi c_p T) + L(c_p T + \phi) + \phi_* \frac{\partial \pi}{\partial t} - U f v_g + V f u_g = \pi c_p F_T \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi) + \frac{1}{\Delta S}(\delta_1 F + \delta_\varphi H) + \frac{1}{\Delta \sigma} \delta \dot{\Sigma} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi q) + L(q) = \pi F_q \quad (17)$$

$$\begin{cases} \phi_2 = \phi_* + RT_2 / \left(1 + \frac{p_m}{\pi_e(\sigma - \sigma_m)}\right) \\ \phi_1 = \phi_2 + \frac{R}{2}(T_1 + T_2) \ln \frac{p_2}{p_1} \end{cases} \quad (18)$$

其中平流项的差分算子

$$L(x) = \frac{1}{2\Delta S} [\delta_1(F\bar{x}^1) + \delta_\varphi(H\bar{x}^\varphi)] + \frac{1}{\Delta \sigma_e} \delta_\sigma(\dot{\Sigma}\bar{x}^\sigma) \quad (19)$$

而气压梯度项的差分为:

$$\begin{aligned} f_{v_g} &= \frac{1}{a\Delta\lambda \cos\varphi} (\delta_1 \bar{\phi}^1 + \overline{RT^1 \delta_1(\ln p)^1}) \\ f_{u_g} &= -\frac{1}{a\Delta\varphi} (\delta_\varphi \bar{\phi}^\varphi + \overline{RT^\varphi \delta_\varphi(\ln p)^\varphi}) \end{aligned} \quad (20)$$

对于最靠近极点一排格点上的差分,例如计算图2中A点的差分 $\partial U/\partial \varphi$,是要用到与A相对且通过极点P的格点B的变量数值。对处在A点的观测者来说,B点的东(西)风应改变符号。因此在A点作计算用到B点风场(东西风或南北风)时应加一负号。当用到B点的纬度余弦时有

$$\cos \varphi_B = \cos(90 + \Delta\varphi/2) = -\cos \Delta\varphi/2$$

上述差分格式可以保证总质量、总能量和平流项平方的守恒特性。

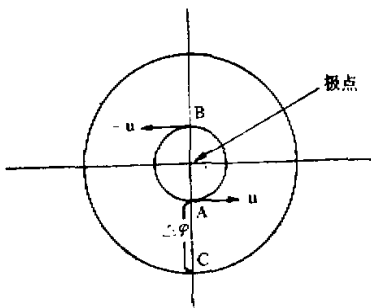


图2 在极点附近差分的计算示意图

2. Fourier 滤波

在经纬度格网坐标中,随着纬度的增加,纬圈上格网点之间距离越来越小。根据 CFL 线性计算稳定性条件,要求很小的时间步长,这是不实际的。因此,在大于某个临界纬度(本模式取为 $\varphi_c = 47.8125^\circ$)以上的地区采用 Fourier 滤波^[3]。

在临界纬度处,能分解的最短临界波长 L_c 给定为:

$$L_c = 2\pi a \cos \varphi_c / (N/2),$$

其中 N 是沿纬圈的格点数, L_c 等于在纬度为 φ_c 处的两倍格距长度。时间步长是根据临界纬度上的格距长度(或临界波长 L_c)按 CFL 稳定性条件来取定的。因此,在大于临界纬度 φ_c 的各纬圈上(称为滤波区),波长 L 小于 L_c 的波就应滤掉,这样才能保证计算稳定。相应滤波区各纬圈上所能容许的最大波数为:

$$K_{\max} = \text{取整} [2\pi a \cos \varphi / L_c] = \text{取整} \left[\frac{1}{2} N \cos \varphi / \cos \varphi_c \right]$$

表 1 给出在滤波区各纬圈上所容许的 $K_{\max}$ 值。

表 1 滤波区各纬圈上的 $K_{\max}$ 值

φ	53.4375	59.0625	64.6875	70.3125	75.9375	81.5625	87.1875
$K_{\max}$	28	24	20	16	11	6	2

将所要滤波的变量(或变量倾向)作 Fourier 变换。假定 F_k 是滤波变量在格点上的离散值,作正变换

$$f_j = \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{-i2\pi jk/N} \quad j = 0, \dots, N-1 \quad (21)$$

这表示第 j 个波的振幅(复数)。滤去 $K_{\max} < j$ 的波,即令

$$f_j = 0 \quad (K_{\max} < j)$$

再作逆变换,得滤波后的变量

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{i2\pi kj/N} \quad (22)$$

对于风场的滤波,则是先把球坐标中的风向量的分量变换为极射赤面投影的变量,然后进行滤波。最后将滤波的变量再次转为球坐标的分量^[4]。这是因为在极区附近球坐标单位向量的方向变化较大的关系。

由球坐标分量转化为极射赤面投影分量公式为:

在北半球

$$\begin{cases} u_r = u \sin \lambda + v \cos \lambda \\ v_r = -u \cos \lambda + v \sin \lambda \end{cases}$$

在南半球

$$\begin{cases} u_r = u \sin \lambda - v \cos \lambda \\ v_r = -u \cos \lambda - v \sin \lambda \end{cases} \quad (23)$$

由极射赤面投影分量转化为球面分量的公式为:

在北半球

$$\begin{cases} \bar{u} = u_r \sin \lambda - v_r \cos \lambda \\ \bar{v} = u_r \cos \lambda + v_r \sin \lambda \end{cases}$$

在南半球

$$\begin{cases} \bar{u} = u_r \sin \lambda - v_r \cos \lambda \\ \bar{v} = -u_r \cos \lambda - v_r \sin \lambda \end{cases} \quad (24)$$

3. 时间积分格式

采用中央差分和时间滤波相结合的差分格式。时间滤波公式为:

$$\bar{F} = aF^n + b(F^{n+1} + F^{n-1}) \quad (25)$$

其中 $b = 0.125$, $a = 1 - 2b$ 。为了拉长时间步长, 对气压梯度项采用了 Shuman 的气压梯度平均格式^[5], 即

$$\overline{(fv_g)} = (1 - 2\beta)(fv_g)^n + \beta[(fv_g)^{n+1} + (fv_g)^{n-1}] \quad (26)$$

其中 β 是系数, 它和时间滤波公式 (25) 中的系数关系^[6]为

$$\beta = (b^2 + 1)(b + 1)/4$$

4. 差分格式稳定性的试验

为了检查计算格式的稳定性, 我们先以如下的理想场进行试验。设高度场

$$\phi = \bar{\phi}(\varphi) + A \cos(n\lambda + \lambda_0) \sin\left(\frac{\pi r}{N}\right)$$

其中

$$\bar{\phi}(\varphi) = \phi_p + (\phi_\varphi - \phi_p)r/N$$

ϕ_p 和 ϕ_φ 分别为极地和赤道附近某等压面的位势高度。 N 为极点到赤道的格点数 ($N = 16$), r 为计算点到赤道的距离, n 为纬圈波数, λ 为经度, A 为振幅。南北半球高度场是对称的。

取 $n = 4$ 和 $\lambda_0 = 0$ 的理想波为初始场, 积分 15 天, 发现预报的高度场不乱, 计算是稳定的。在无摩擦扩散和无热源情况下, 15 天内总能量损失为 0.16%。表 2 是能量随时间的变化。

表 2 总能量(相对于初值)随时间变化

时间(天)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
总能量相对变化 (%)	0.008	0.006	0.016	0.029	0.041	0.055	0.064	0.073	0.131	0.094	0.120	0.131	0.154	0.165	缺

四、关于超长波预报问题

1. 一次全球大气数值预报的个例计算

为了进一步检验本文的全球大气模式初步预报性能, 我们选取了北半球冬、夏(南半球夏、冬)的两个实例作了 48 小时全球形势预报。结果是合理的。由于篇幅的限制, 这里只给出北半球夏季(南半球冬季)的个例分析。

初始场的资料取自美国 NMC 广播的全球格点资料, 包括 100、200、500、700 和 1000 hPa 高度场, 风场和温度场是分别从地转关系和静力关系计算求得。这是一个超长波特征明显的个例。图 3 和图 4 是 1982 年 7 月 5 日和 7 日 20 时的 500 hPa 高度场。在 7 月 5 日的图上, 北半球高纬度的行星尺度环流主要是乌拉尔区的阻塞高压和两个大洋中冰岛和阿留申上空的强大低压; 低纬度环流主要是北太平洋和北大西洋上空的两个副热带高压。南半球这时副热带高压很弱, 中纬度盛行平直的纬圈环流; 高纬度是强大的二波

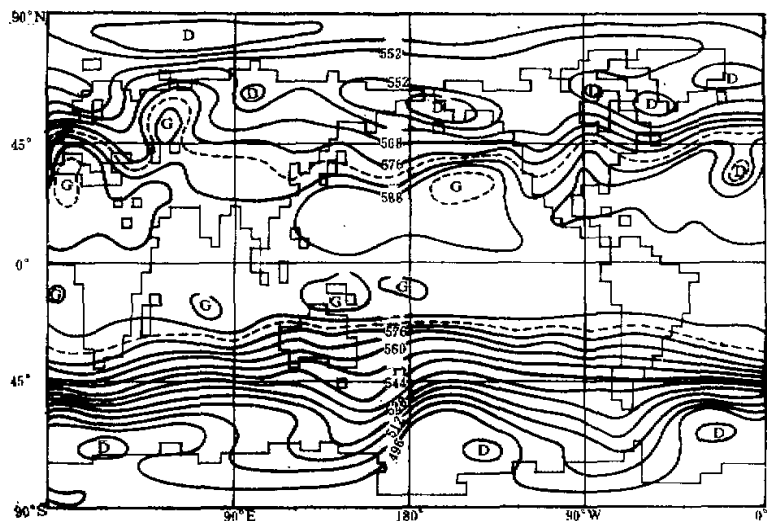


图3 1982年7月5日20时500hPa高度场

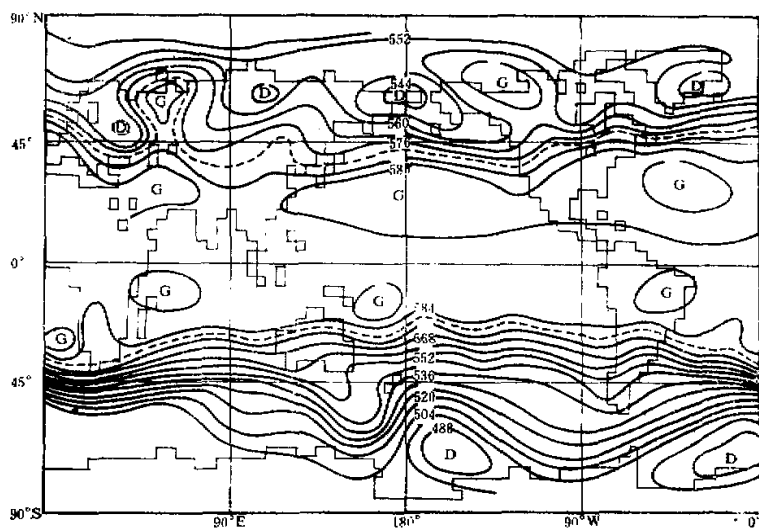


图4 1982年7月7日20时500hPa高度场

流型,两个主要的低压槽位于南太平洋和南大西洋上空。

48小时以后的形势变化可以从图4得到。北半球上空在乌拉尔区的阻塞流型继续维持,亚洲上空的长波槽脊的振幅加强,西太平洋副热带高压脊西伸到达我国东海岸。另外在加拿大北部波费特海上空建立了另一个阻高,北美东西两岸的长波槽交替变化;原来在东海岸的高压脊被低压槽控制,西海岸的槽区变为脊区。在南半球副热带的巴西高压形

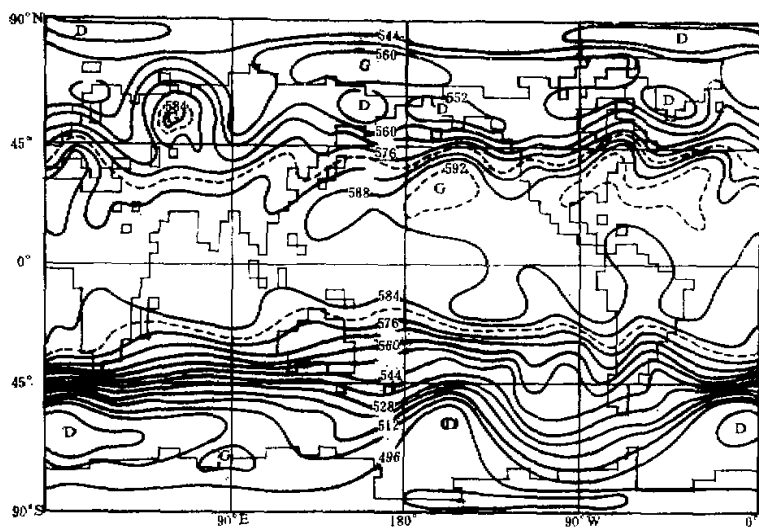


图 5 全球模式 500hPa 48 小时预报场

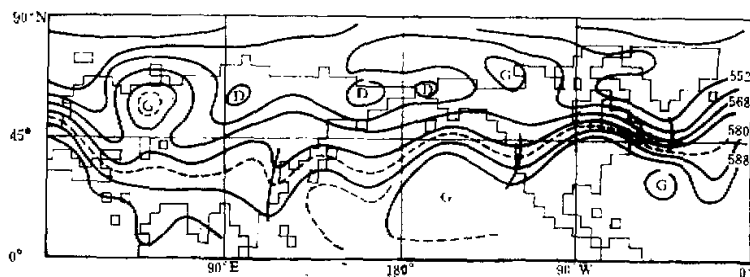


图 6 北半球模式 500hPa 48 小时预报场

成,中纬度仍盛行纬向环流,高纬度维持着稳定的二波流型。振幅有所加强。

图 5 是 48 小时的全球 500 hPa 形势预报图。上述大尺度环流的变化基本上得到反映。例如北半球乌拉尔阻塞高压的维持、亚洲上空槽脊的加强和北美东西两岸槽脊分布的交替等。又如南半球巴西高压脊加强,安第斯山上空低槽的发展以及高纬区二波振幅的加强等。预报的主要误差是北半球波费特海上空阻高的建立以及南半球副热带闭合高压等值线未能报出。南太平洋从副热带到中纬度的高压脊正处于缺乏资料的大洋上空,在实况图上是平直的环境。

2. 与北半球模式预报的比较分析

为了分析本文前言中所说的北半球模式预报误差的问题,我们将上节的个例和北半球的预报结果加以比较。

北半球模式是国家气象局现行的业务模式,它与文本的全球大气模式控制方程组相

同,但模式结构差别很多(见表 3)。

表[3] 全球模式与半球模式的结构比较

特点 模式	投影坐标	水平格距	垂直分层	侧边界	物理过程
全球模式	极射赤面	5.625°	2	无	扩散
半球模式	球面	381 km	5	刚体 10—15°N	地形,凝结,扩散

北半球模式的 500hPa 高度预报是在极射赤面投影图上作出的。为了将它与全球模式比较,我们改绘成图 7。现将两者预报结果和实况比较列于表 4。

表 4 全球模式与半球模式预报结果的比较

	乌拉尔阻高		东亚海岸	太平洋副高 588 线西端 到达	北美 90°W	加拿大	130°E—55°W 25°—39°N 平均经向高度差
	位置	中心强度					
实况		5840(m)	低压槽	117°E	低压槽	阻高	368(m)
全球预报	同实况	5840(m)	同上	126°E	同上	无	390(m)
半球预报	略偏西	5800(m)	高压脊	173°E	高压脊	阻高	323(m)

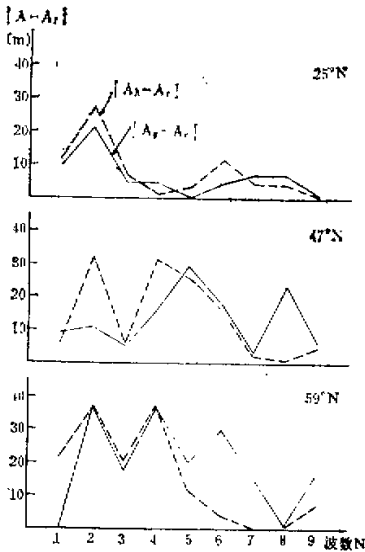


图 7 三个纬圈上全球模式和半球模式预报的各波波幅 A_g 和 A_h 与实况波幅 A_r 相差的绝对值
实线为 $|A_g - A_r|$, 虚线为 $|A_h - A_r|$ 。

从表 4 可知虽然本文全球模式的差分分解比半球模式要粗得多,但除去加拿大波费特海阻塞高压以外,全球模式行星尺度环流的预报效果都比半球模式有显著的改进,主要表现在行星波的位置、副热带高压强度和副热带急流的强度方面。这虽然只是一个个例预报比较,但结果是令人感兴趣的。

为了进一步分析这两个模式预报差别的原因,我们假定以 25° 、 47° 和 59°N 纬圈作为一定宽度的纬度带,求 48 小时预报和实况的一维波谱分析。图 7 是两种模式预报的 1—9 波波幅与实况波幅的误差绝对值变化曲线。我们发现有如以下几个事实:

(1) 在低纬度 (25°N) 全球模式预报的超长波波数 1—3 和 5—6 波的振幅误差都比北半球模式的小,但短波 7—9 则相反;

(2) 在中纬度,两个模式超长波波数 1 和 3 的振幅误差相近。全球模式的波数为 2 和 4 的波幅误差比半球模式小得多,但短波波数 7—9 相反;

(3) 在高纬度 (59°N) 全球预报的波数为 2—4 的波幅误差两者相近。对于超长波波数为 1 的,全球模式的误差要小得多,但长波和短波数为 5—9 的波则相反。

以上三点说明两个重要的结果。第一,对于超长波波数为 1—3 波的在各个纬度上全球模式的预报偏差一般地小于北半球模式的;第二,对于短波波数为 7—9 的波,北半球模式的要比全球模式的好得多。后者的原因是比较明显的,由于本文全球模式的水平分解比北半球模式粗得多,对短波描写精度很差。但对前者,本文全球模式的水平分解和垂直分解的精度都比北半球模式低,又没有考虑大地形的作用,但超长波预报反而比较好,它的原因是值得讨论的。

关于这个问题,过去已有一些研究。Miyakoda 等^[7]用 GFDL 北半球大气环流模式分析他们所作的形势预报,500hPa 谱分析的结果也是对波数为 1 到 3 波的波振幅预报误差较大,他在另一研究中指出,用高分解的格网可以改进行星波的振幅预报^[8]。Somerville^[9]曾经指出热带初始资料和半球模式的赤道刚壁都会影响中纬度的超长波预报。

本文的结果和 Miyakoda 的结论相反,但支持了 Dalay 的结果。一个粗网格的全球模式比相对细格网的半球模式更能描写超长波的变化。Somerville^[9]曾经指出,由于半球模式激发的不正常 Rossby 波,可以产生中纬度短期预报的超长波误差。看来半球模式的侧边界条件对于超长波的演变影响很大,不只是中纬度带,对于副热带高压和高纬行星波也有明显的影响。这可能涉及超长波径向尺度的特征问题,需要进一步开展有关超长波本身的动力学研究。

五、结 语

本文给出我们正在建立的一个全球大气格点模式的基本计算方案,以及全球预报的实例分析。

由于计算机条件的限制,模式的垂直分解和水平分解都很低,但结果是令人鼓舞的。虽然只是个例的试验分析,结论是初步的,但显示了全球模式的优越性。

下一步,我们将在这一模式中引进大地形和非绝热等物理作用,继续发展这个全球大气数值模式。

参 考 文 献

- [1] 朱抱真、陈嘉滨、张道民、李泽椿、葛福芬, 1983, 一个修改的 σ 坐标初始方程斜压模式, 气象学报, 第 41 卷第 2 期。
- [2] Zhu Baozhen, Chen Jiabin, Zhang Daomin, Li Zechun and Ge Aifen. 1984. An operational 5-layer primitive Equation Model for Northern Hemisphere prediction, *Advances in Atmospheric Sciences*, Vol. 2, p. 214—223.
- [3] Umscheid, L. and M. Sankar Rao, 1971 Further tests of a grid System for global numerical prediction, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 99, p. 686—690.
- [4] Holloway, J. L. Jr., M. J. Spelman and S. Manabe, 1973 Latitude-Longitude grid suitable for numerical time integration of a global atmospheric model, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 101, 69—78.
- [5] Schoenstadt, Williams, 1976 The Computational Stability properties of the shuman pressure gradient averaging technique, *J. Computational physics*, Vol. 21, 166—177.
- [6] John E. Newell and Dennis G. Deaven, The LFV-II Model —1960. NOAA Technical Memorandum NWS NWC 66, 1981.
- [7] Miyakoda, Hembree, Strickler and Shulman, 1972 Cumulative Results of Extended Forecast Experiments, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 100, p. 836—855.
- [8] Miyakoda, Strickler, Nappo, Baker and Hembree, 1971 The effect of Horizontal Grid Resolution in an Atmospheric Circulation Model, *J. Atmospheric Sciences*, Vol. 28, p. 481—499.
- [9] Somerville, 1980, Tropical Influences on the Predictability of Ultralong Waves, *J. Atmospheric Sciences*, Vol. 37, p. 1141—1156.
- [10] Dally Tribbia and Williamson, 1981 The Excitation of large-scale Free Rossby Waves in Numerical Weather Prediction, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 109, p. 1836—1861.

A GLOBAL FINITE DIFFERENCE MODEL AND THE FORECAST ERRORS ABOUT ULTRA-LONG WAVES

Chen Jiabin Zhang Daomin Zhu Baozhen

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

This paper is the first report about a global finite difference model developed in light of authors' 5-layer primitive equation northern hemisphere model. The computational version of the global model is given in the paper. The forecast of a real weather case is analysed and comparisons are made of the forecast results with those by the northern model. Finally, the problem about forecast of ultra-long waves is discussed.