

200 hPa 面上副热带准常定反气旋系统的形成及准周期振荡

李小凡

(上海台风研究所)

朱正心

(南京气象学院)

提 要

本文采用一个球坐标下的准地转斜压两层高截谱模式, 模式中包括了纬向不对称热力强迫、经向热力强迫以及基本纬向风速分布, 结果得到了一类稳定的平衡态, 从而讨论了 200 hPa 面上副热带准常定反气旋系统形成、维持的一种可能动力机制; 同时, 还进行了稳定性分析, 发现当热力强迫超过一定强度时平衡态失稳而引起振荡, 并进一步用数值试验探讨了平衡态分叉到周期解的特点。

一、引 言

200 hPa 上夏季副热带准常定涡旋系统是一类典型的超长波系统, 其中以南亚高压为代表的这类系统在夏季对我国、亚洲甚至整个北半球的大气环流及天气形势都有重要的影响。特别是中期振荡过程与亚洲季风区的环流变化及旱涝分布有较密切的联系^[1-4]; 但对于这类副热带对流层上层的准常定反气旋系统形成和活动的动力机制众说纷纭, 因而有必要从动力机制上进行更深入、系统的讨论。最近, 文献[5]采用了一个高截断斜压波谱模式得到的一类稳定平衡态, 讨论了海陆热力强迫作用下副热带对流层上层准常定涡旋系统形成、维持的动力原因, 但所采用的只是 β 平面上副热带区域的一个狭长的纬向通道。在这里, 我们将采用球坐标, 在半球范围内讨论 200 hPa 上副热带反气旋系统的形成、维持, 并进一步探讨其周期振荡的内在原因。

二、模 式

采用球坐标下的准地转方程组, 并设流函数可分解为:

$$\psi = \int U(\theta, p) ad\theta + \psi^* \quad (1.1)$$

式中 θ 为余纬, $U(\theta, p) = \bar{U}(p)W(\theta)$ 为纬向基本风速, $\bar{U}(p)$ 为等压面上的急流速度, $W(\theta)$ 为风速随纬度的分布函数, 并设 $W(\theta)$ 具有下列形式:

$$W(\theta) = \sin^n \theta (q \cos \theta - r) \quad (1.2)$$

1985年6月24日收到, 1986年7月15日收到修改稿。

其中 n' 为一正整数, n', q, r 是决定基流风速分布的三个参数, 选择适当的 n', q, r 值, 可大致模拟出低纬为东风、中高纬为西风并在中纬有一急流的风速分布. 这样, 球坐标下的准地转方程组可写为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi + J(\phi, \nabla^2 \phi) + \frac{\bar{U}(p)W(\theta)}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \phi \\ + \left[\frac{2Q}{a'} - \frac{\bar{U}(p)W(\theta)}{a^2 \sin \theta} \right] \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = f \frac{\partial \omega}{\partial p} \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial p} + J\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial p}\right) + \frac{\bar{U}(p)W(\theta)}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial \phi}{\partial p} \\ + \frac{W(\theta)}{a \sin \theta} \frac{\partial \bar{U}}{\partial p} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + \frac{\sigma}{f} \omega = -\frac{RQ}{C_p p f} \end{aligned} \quad (1.4)$$

其中

$$B(\theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot W(\theta)) \right]$$

采用两层模式, 中间层次取为 400 hPa, 把 (1.3) 式分别写在第 1、3 层次上, (1.4) 式写在第 2 层次上, 通过 ω 在第 4 层次上进行 Ekman 层摩擦, 并以 a 和 Q^{-1} 为长度及时间单位, 将方程组无因次化得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Psi = -[J(\Psi, \nabla^2 \Psi) + J(\Phi, \nabla^2 \Phi)] - \frac{1}{\sin \theta} \left(R_0 \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \Psi + R_T \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \Phi \right) \\ - \frac{1}{\sin \theta} \left(R_0^* \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} + R_T^* \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} - r \cos \theta \nabla^2 (\Psi - \Phi) \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - \lambda^* \cos^2 \theta) \Phi = \lambda^* \cos^2 \theta J(\Psi, \Phi) - [J(\Psi, \nabla^2 \Phi) + J(\Phi, \nabla^2 \Psi)] \\ - \frac{1}{\sin \theta} \left(R_0 \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \Phi + R_T \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \Psi \right) + \frac{1}{\sin \theta} \left(R_0^* \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + R_T^* \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right) \\ - 2 \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{\lambda^* R_0}{\sin \theta} \cos^2 \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - \frac{\lambda^* R_T}{\sin \theta} \cos^2 \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \\ + r \cos \theta \nabla^2 (\Psi - \Phi) - \cos \theta \cdot Q^* \end{aligned} \quad (1.6)$$

其中

$$\lambda^* = 8a^2 Q^2 / \sigma (\Delta p)^2; \quad r = \frac{2g}{RT_1} \{ \nu / 2f_0 \}^{1/2}; \quad Q^* = 2QR / C_p p_0^2 \sigma Q;$$

$$\Psi = (\phi_1 + \phi_3) / 2; \quad \Phi = (\phi_1 - \phi_3) / 2;$$

$$R_0 = (\bar{U}_1 W_1 + \bar{U}_3 W_3) / 2aQ; \quad R_T = (\bar{U}_1 W_1 - \bar{U}_3 W_3) / 2aQ;$$

$$R_0^* = (\bar{U}_1 B_1 + \bar{U}_3 B_3) / 2aQ; \quad R_T^* = (\bar{U}_1 B_1 - \bar{U}_3 B_3) / 2aQ.$$

Ψ, Φ 分别为 400 hPa 上的无因次化流函数及热成风流函数, 对 Ψ, Φ 及 Q^* 用球函数展开:

$$E = \sum_{n=m}^{n'} \sum_{m=0}^{m'} (E_n^m F_n^m + E_n^{m*} F_n^{m*}) \quad (1.7)$$

其中

$$F_n^m = 2\pi^{1/2} N_n^m P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda \quad F_n^{m*} = 2\pi^{1/2} N_n^m P_n^m(\cos \theta) \sin m\lambda \quad (1.8)$$

$P_n^m(\cos\theta)$ 为连带 Legendre 函数, 而 $N_n^0 = \left\{\frac{2n+1}{4}\right\}^{1/2}$; $N_n^m = \left\{\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{2n+1}{2}\right\}^{1/2}$;

将展式代入方程 (1.5)(1.6), 对全球积分, 并考虑基函数对赤道对称, 进行偶开拓, 得:

$$\begin{aligned} -n(n+1) \frac{d\psi_n^m}{dt} = & k(k+1) \sum_{h=j}^{n'} \sum_{j=0}^{m'} \sum_{k=l}^{n'} \sum_{l=0}^{m'} \{(\Psi_k^i \Psi_h^j + \Phi_k^i \Phi_h^j)(\delta_{m,j-l} a_{h+k}^{ilm} \\ & + \delta_{m,|j-l|} b_{h+k}^{ilm}) + (\Psi_k^i \Psi_h^j + \Phi_k^i \Phi_h^j)(\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} - \delta_{m,|j+l|} b_{h+k}^{ilm})\} \\ & - 2m\psi_n^{m*} + \sum_{s=0}^{m'} m\{\bar{K}_{in}^{m1}(\Psi_s^{m*} + \Phi_s^{m*}) + \bar{K}_{in}^{m3}(\Psi_s^{m*} + \Phi_s^{m*})\} \\ & + n(n+1) \cdot rG_n^m(\Psi_n^m - \Phi_n^m) \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} -n(n+1) \frac{d\psi_n^{m*}}{dt} = & k(k+1) \sum_{h=j}^{n'} \sum_{j=0}^{m'} \sum_{k=l}^{n'} \sum_{l=0}^{m'} \{(\Psi_k^i \Psi_h^j + \Phi_k^i \Phi_h^j)(-\delta_{m,j-l} a_{h+k}^{ilm} \\ & + s(j-l)\delta_{m,|j-l|} b_{h+k}^{ilm}) + (\Psi_k^i \Psi_h^j + \Phi_k^i \Phi_h^j)(\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} \\ & + s(j-l)\delta_{m,|j+l|} b_{h+k}^{ilm})\} + 2m\psi_n^m - \sum_{s=0}^{m'} m\{\bar{K}_{in}^{m1}(\Psi_s^m + \Phi_s^m) \\ & + \bar{K}_{in}^{m3}(\Psi_s^m - \Phi_s^m)\} + n(n+1)rG_n^m(\Psi_n^{m*} - \Phi_n^{m*}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} -[n(n+1) + \lambda^* H_n^m] \frac{d\Phi_n^m}{dt} = & \sum_{h=j}^{n'} \sum_{j=0}^{m'} \sum_{k=l}^{n'} \sum_{l=0}^{m'} \{\lambda^*[\Phi_k^i \Psi_h^j (\delta_{m,j+l} \bar{a}_{h+k}^{ilm} \\ & + \delta_{m,|j+l|} \bar{b}_{h+k}^{ilm}) + \Phi_k^i \Psi_h^j (\delta_{m,j+l} \bar{a}_{h+k}^{ilm} - \delta_{m,|j+l|} \bar{b}_{h+k}^{ilm})] \\ & + k(k+1)[(\Phi_k^i \Psi_h^j + \Psi_k^i \Phi_h^j) \cdot (\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} + \delta_{m,|j+l|} b_{h+k}^{ilm}) \\ & + (\Phi_k^i \Psi_h^j + \Psi_k^i \Phi_h^j)(\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} - \delta_{m,|j+l|} b_{h+k}^{ilm})]\} \\ & + \sum_{s=0}^{m'} [M_{in}^{m1}(\Phi_s^{m*} + \Psi_s^{m*}) + M_{in}^{m3}(\Phi_s^{m*} - \Psi_s^{m*})] - 2m\Phi_n^{m*} \\ & - n(n+1)rG_n^m(\Psi_n^m - \Phi_n^m) - G_n^m Q_n^m \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} -[n(n+1) + \lambda^* H_n^m] \frac{d\Phi_n^{m*}}{dt} = & \sum_{h=j}^{n'} \sum_{j=0}^{m'} \sum_{k=l}^{n'} \sum_{l=0}^{m'} \{\lambda^*[\Phi_k^i \Psi_h^j (\delta_{m,j+l} \bar{a}_{h+k}^{ilm} \\ & + \delta_{m,|j+l|} \bar{b}_{h+k}^{ilm}) + \Phi_k^i \Psi_h^j (\delta_{m,j+l} \bar{a}_{h+k}^{ilm} - \delta_{m,|j+l|} \bar{b}_{h+k}^{ilm})] \\ & + k(k+1)[(\Phi_k^i \Psi_h^j + \Psi_k^i \Phi_h^j) \cdot (-\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} + s(j-l)\delta_{m,|j-l|} b_{h+k}^{ilm}) \\ & + (\Phi_k^i \Psi_h^j + \Psi_k^i \Phi_h^j)(\delta_{m,j+l} a_{h+k}^{ilm} + s(j-l)\delta_{m,|j+l|} b_{h+k}^{ilm})]\} \\ & - \sum_{s=0}^{m'} [M_{in}^{m1}(\Phi_s^m + \Psi_s^m) + M_{in}^{m3}(\Phi_s^m - \Psi_s^m)] \\ & + 2m\Phi_n^m - n(n+1)rG_n^m(\Psi_n^{m*} - \Phi_n^{m*}) - G_n^m Q_n^{m*} \end{aligned} \quad (1.12)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{h+k}^{ilm} &= \pi^{1/2} N_h^i N_n^m N_k^l \int_0^\pi \left(k p_k^i \frac{\partial p_h^j}{\partial \theta} - i p_h^j \frac{\partial p_k^i}{\partial \theta} \right) p_n^m d\theta; \\ b_{h+k}^{ilm} &= \pi^{1/2} N_h^i N_n^m N_k^l \int_0^\pi \left(k p_k^i \frac{\partial p_h^j}{\partial \theta} + i p_h^j \frac{\partial p_k^i}{\partial \theta} \right) p_n^m d\theta; \\ \bar{a}_{h+k}^{ilm} &= \pi^{1/2} N_h^i N_n^m N_k^l \int_0^\pi \left(k p_k^i \frac{\partial p_h^j}{\partial \theta} - i p_h^j \frac{\partial p_k^i}{\partial \theta} \right) p_n^m \cos^2 \theta d\theta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{b}_{h\pi k}^{ml} &= \pi^{1/2} N_h^l N_\pi^m N_k^l \int_0^\pi \left(k p_k^l \frac{\partial p_h^l}{\partial \theta} + i p_h^l \frac{\partial p_k^l}{\partial \theta} \right) p_\pi^m \cos^2 \theta d\theta; \\ \bar{K}_{\pi\pi}^{m\nu} &= \frac{\bar{U}_\nu}{2aQ} \left[s(s+1) \int_0^\pi W_\nu N_\pi^m N_\pi^m P_\pi^m P_\pi^m d\theta + \int_0^\pi B_\nu(\theta) N_\pi^m P_\pi^m N_\pi^m P_\pi^m d\theta \right]; \\ M_{\pi\pi}^{m\nu} &= m[K_{\pi\pi}^{m\nu} + \lambda^* L_{\pi\pi}^{m\nu}]; \quad L_{\pi\pi}^{m\nu} = \frac{\bar{U}_\nu}{2aQ} \int_0^\pi W_\nu N_\pi^m N_\pi^m P_\pi^m P_\pi^m \cos^2 \theta d\theta; \\ G_\pi^m &= \frac{1}{2} \int_0^\pi N_\pi^m N_\pi^m P_\pi^m P_\pi^m \sin 2\theta d\theta; \quad H_\pi^m = \int_0^\pi N_\pi^m N_\pi^m P_\pi^m P_\pi^m \cos^2 \theta \sin \theta d\theta;\end{aligned}$$

$\delta_{m,n}$ 为 Kronecker 符号; $s(x)$ 为单位阶梯函数.

上述方程组是本文讨论副热带准定常反气旋系统问题的谱方程组. 下面考虑高截断情形.

三、平衡态解与副热带准常定反气旋系统

我们利用高截谱, 可得下列基函数:

$$F_A = -2\pi^{1/2} N_0^2 P_0^0 \quad F_K = -2\pi^{1/2} N_0^2 P_2^0 \cos 2\lambda \quad F_L = -2\pi^{1/2} N_0^2 P_2^0 \sin 2\lambda$$

并考虑一种理想化加热分布:

$$Q^* = Q_A F_A + Q_K F_K \quad (2.1)$$

式中右端第一项为经向加热差, 第二项为纬向不对称加热差, 它主要是由于行星尺度的海陆热力差异造成的. 图 1 给出了这种理想化的加热分布(注: 图 1、图 2 中的经度不是地理经度). 可看到在副热带区域半个纬圈范围内分别有一个热源中心及一个降冷中心, 这种分布把副热带大陆上加热、海洋上降冷的大致情形基本模拟出来了.

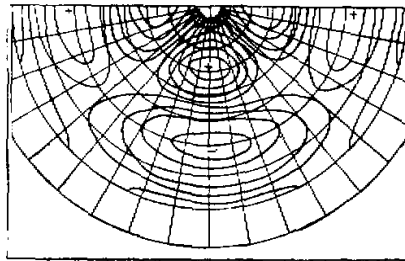


图 1 理想冷热源分布等值线间距 0.02 ($2.18 \times 10^{-11} \text{ J/g} \cdot \text{s}$)

在这样的高截谱情况下, 谱方程 (1.9)–(1.12) 可写为:

$$-n(n+1) \frac{d\Psi_A}{dt} = n(n+1) r_1 (\Psi_A - \Phi_A) \quad (2.2)$$

$$-n(n+1) \frac{d\Psi_K}{dt} = n(n+1) r_2 (\Psi_K - \Phi_K) + (d_1 + d_2 - 2m) \Psi_L + (d_1 - d_2) \Phi_L \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}-n(n+1) \frac{d\Psi_L}{dt} &= n(n+1) r_3 (\Psi_L - \Phi_L) - (d_1 + d_2 - 2m) \Psi_K \\ &\quad - (d_1 - d_2) \Phi_K\end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
 -[n(n+1) + \lambda_1^*] \frac{d\bar{\Phi}_A}{dt} &= -mb\lambda^*(\bar{\Phi}_K\bar{\Psi}_L - \bar{\Psi}_K\bar{\Phi}_L) \\
 &\quad - n(n+1)r_1(\bar{\Psi}_A - \bar{\Phi}_A) - \bar{Q}_A
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
 -[n(n+1) + \lambda_2^*] \frac{d\bar{\Phi}_K}{dt} &= ma\lambda^*(\bar{\Phi}_L\bar{\Psi}_A - \bar{\Psi}_L\bar{\Phi}_A) + (c_1 - 2m)\bar{\Phi}_L + c_2\bar{\Psi}_L \\
 &\quad - n(n+1)r_2(\bar{\Psi}_K - \bar{\Phi}_K) - \bar{Q}_K
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
 -[n(n+1) + \lambda_3^*] \frac{d\bar{\Phi}_L}{dt} &= ma\lambda^*(\bar{\Psi}_K\bar{\Phi}_A - \bar{\Phi}_K\bar{\Psi}_A) - (c_1 - 2m)\bar{\Phi}_K - c_2\bar{\Psi}_K \\
 &\quad - n(n+1)r_2(\bar{\Psi}_L - \bar{\Phi}_L)
 \end{aligned} \quad (2.7)$$

式中

$$\begin{aligned}
 m &= 2, \quad n = 6, \quad r_1 = 0.6398r, \quad r_2 = 0.603r, \quad \lambda_1^* = 0.5031\lambda^*, \\
 \lambda_2^* &= 0.4545\lambda^*, \quad \bar{Q}_A = 0.6398Q_A, \quad \bar{Q}_K = 0.603Q_K, \quad a = 10.33, \quad b = -9.72,
 \end{aligned}$$

$$d_i = \frac{2\bar{U}_i}{aQ} \int_0^{\pi/2} [n(n+1)W_i + B_i](N_0^2P_0^2)^2 d\theta \quad i = 1, 2$$

$$c_i = \frac{2\bar{U}_i}{aQ} \int_0^{\pi/2} W_i(N_0^2P_0^2)^2 \cos^2\theta d\theta \quad i = 1, 2$$

$$e_i = d_i + (-1)^{i-1}[d_{3-i} + \lambda^*(c_i + (-1)^{i-1}c_{3-i})] \quad i = 1, 2$$

方程组 (2.2)–(2.7) 构成了在纬向不对称加热强迫下的超长波方程组, 其常定解可由代数运算求得:

$$\bar{\Phi}_K = \left\{ \frac{(B-1)\Delta}{b\lambda^*A} \frac{\bar{Q}_A}{\bar{Q}_K} \pm \sqrt{ -[(B-1)^2 + A^2] \frac{2A\bar{Q}_A}{b\lambda^*} - \left(\frac{\Delta}{b\lambda^*} \frac{\bar{Q}_A}{\bar{Q}_K} \right)^2 } \right\} / 2[(B-1)^2 + A^2] \quad (2.8)$$

$$\bar{\Phi}_L = \frac{(B-1)}{A} \bar{\Phi}_K - \frac{\Delta}{2b\lambda^*A^2} \frac{\bar{Q}_A}{\bar{Q}_K} \quad (2.9)$$

表 1 $\bar{Q}_A = 0.002$ 下各类平衡态值及稳定性

$\bar{Q}_A$	$\bar{Q}_K$	平衡态	$\bar{\Psi}_A$	$\bar{\Psi}_K$	$\bar{\Psi}_L$	$\bar{\Phi}_A$	$\bar{\Phi}_K$	$\bar{\Phi}_L$	$\sigma_{r,\max}$
0.002	0.012378	(I)	0.0002546	-0.0007354	0.0009226	0.0002546	-0.0001722	0.0009155	-0.0000435
		(II)	0.0003898	-0.0007587	0.0009036	0.0003898	-0.0001954	0.0009108	0.00004333
	0.012578	(I)	-0.00064	-0.000572	0.001031	-0.00064	-0.00001834	0.0009313	-0.0000612
		(II)	0.001284	-0.0008928	0.0007656	0.001284	-0.0007435	0.0008659	0.0005792
	0.012778	(I)	-0.001042	-0.0004967	0.001070	-0.001042	0.0004886	0.0009302	-0.00008431
		(II)	0.001686	-0.0009508	0.0006988	0.001686	-0.0004051	0.0008388	0.0007863
	0.012978	(I)	-0.001355	-0.0004378	0.001095	-0.001355	0.00009931	0.0009262	-0.001005
		(II)	0.001999	-0.0009872	0.0006462	0.001999	-0.00045	0.0008156	0.0009298
	0.013178	(I)	-0.001621	-0.0003882	0.001114	-0.001621	0.0001408	0.0009208	-0.001125
		(II)	0.002266	-0.001015	0.0006012	0.002266	-0.0004866	0.0007946	0.001039

$$\bar{\Phi}_A = \frac{\bar{Q}_K b A}{\bar{Q}_A a \Delta} [(e_1 - 4 + e_2 B + 42r_2 A)\bar{\Phi}_K + (42r_2(B - 1) - A e_2)\bar{\Phi}_L] \quad (2.10)$$

$$\bar{\Psi}_A = \bar{\Phi}_A \quad (2.11)$$

$$\bar{\Psi}_K = B\bar{\Phi}_K - A\bar{\Phi}_L \quad (2.12)$$

$$\bar{\Psi}_L = A\bar{\Phi}_K + B\bar{\Phi}_L \quad (2.13)$$

其中

$$\Delta = (e_1 + e_2 - 4)A + 42r_2[(B - 1)^2 + A^2],$$

$$A = 42r_2(2d_1 - 4)/D, \quad B = [(42r_2)^2 - (d_1 - d_2)(d_1 + d_2 - 4)]/D,$$

$$D = (42r_2)^2 + (d_1 + d_2 - 4)^2$$

以平衡态为基态加扰动量对高截潜方程组 (2.2) — (2.7) 进行线性化处理, 得一阶常微分线性方程组的系数矩阵:

$$s' = \begin{bmatrix} -r_1 & 0 & 0 \\ 0 & -r_2 & -(d_1 + d_2 - 2m)/n(n+1) \\ 0 & (d_1 + d_2 - 2m)/n(n+1) & -r_2 \\ \frac{n(n+1)r_1}{n(n+1) + \lambda_1^*} & \frac{-mb\lambda^*\bar{\Phi}_L}{n(n+1) + \lambda_1^*} & \frac{mb\lambda^*\bar{\Phi}_K}{n(n+1) + \lambda_1^*} \\ \frac{-ma\lambda^*\bar{\Phi}_L}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{n(n+1)r_2}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{ma\lambda^*\bar{\Phi}_A - e_2}{n(n+1) + \lambda_2^*} \\ \frac{ma\lambda^*\bar{\Phi}_K}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{-ma\lambda^*\bar{\Phi}_A + e_2}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{n(n+1)r_2}{n(n+1) + \lambda_2^*} \end{bmatrix}$$

这时, 可得关系式:

$$s(\sigma) = \det[s' - \sigma I] \quad (2.15)$$

上式即为讨论平衡态稳定性的关系式。其中 $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$, I 为单位矩阵。因此对于某一组平衡态, σ_i 是方程 $s(\sigma) = 0$ 的解, 如果存在:

$$\sigma_{r\max} = \text{Max}\{\sigma_{rj} | j = 1, 6\} < 0$$

则该组平衡态是稳定的, 否则是不稳定的。

这里给出一个实例。给定 200 和 600 hPa 上基本风速分布分别为:

$$W_1 = \sin^3\theta(6\cos^2\theta - 1) \quad W_2 = \sin^3\theta(6.5\cos^2\theta - 1)$$

关于 (2.8) — (2.15) 平衡态和特征值有关参数为:

$$\lambda^* = 200; \quad r = 0.0339; \quad d_1 = 2.2645; \quad d_2 = 1.5628; \quad e_1 = 0.0494; \quad e_2 = 0.0312.$$

表 1 中, 可看到对每一 $\bar{Q}_K$ 值有两类平衡态存在, 定义表中上一类为平衡态 (I), 相应于 (2.8) 式中取 (+) 号; 表中下一类为平衡态 (II), 相应于 (2.8) 式中取 (-) 号。对平衡态 (I), $\sigma_{r\max}$ 均为负值, 即均为稳定的平衡态; 而平衡态 (II), $\sigma_{r\max}$ 均为正值, 即均为不稳定的平衡态。由于平衡态 (II) 对应的流动不可能稳定存在, 故这里将主要讨论平衡态 (I) 的高低层流场特征。

我们可看到在图 1 这种理想化的加热场分布下, 平衡态 (I) 在 200 hPa 高层流场 (图 2) 上表现为在副热带区域是一个反气旋, 这个反气旋形态呈扁平状, 东西向伸展范围大,

占据了副热带的大部分地区;而副热带的槽区相对反气旋区来说要弱得多;事实上,由低纬东风、中高纬西风这样的纬向平均风分布所决定的高层流函数的纬向平均部分在副热带区域是一个正值相对高的区域,而流场的波动部分是叠加在纬向平均流函数上,因而出现了反气旋宽又强、槽区相对弱的副热带流场分布。

从平衡态表达式 (2.8) — (2.13) 中可看出,如果经向加热差 $\bar{Q}_A$ 不存在,则平衡态不存在;而如果纬向不对称加热差 $\bar{Q}_K$ 不存在,则平衡态也不存在。由此看出经向加热强迫和纬向加热强迫对反气旋系统的存在是重要的。另一方面,必须考虑非线性平流作用,因为如果 $a = b = 0$, 系统处于共振态,则平衡态就不存在。

因此,准常定反气旋系统形成、维持的机理,是在副热带区域这样的行星尺度半球范围内,由海陆热力差异、经向加热差异以及平流非线性共同作用下形成的一类稳定的平

$$\begin{array}{ccc}
 r_1 & 0 & 0 \\
 0 & r_2 & (d_1 - d_2)/n(n+1) \\
 0 & (d_1 - d_2)/n(n+1) & r_2
 \end{array} \left| \begin{array}{ccc}
 \frac{-n(n+1)r_1}{n(n+1) + \lambda_1^*} & \frac{mb\lambda^*\bar{\Psi}_L}{n(n+1) + \lambda_1^*} & \frac{-mb\lambda^*\bar{\Psi}_K}{n(n+1) + \lambda_1^*} \\
 \frac{ma\lambda^*\bar{\Phi}_L}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{-n(n+1)r_2}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{-m(a\lambda^*\bar{\Psi}_A - 2) - e_1}{n(n+1) + \lambda_2^*} \\
 \frac{-ma\lambda^*\bar{\Psi}_K}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{m(a\lambda^*\bar{\Psi}_A - 2) - e_1}{n(n+1) + \lambda_2^*} & \frac{-n(n+1)r_2}{n(n+1) + \lambda_2^*}
 \end{array} \right. \quad (2.14)$$

衡态。此外,基本气流风速经向分布也很重要,这些表明了这种反气旋系统与中高纬的阻塞高压^[6]存在着类似的但又有所不同的动力机制。

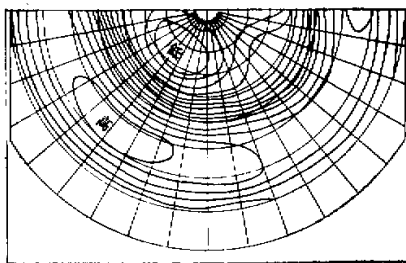


图2 200 hPa 流场分布等值线间距 0.005 (110 位势米)

四、平衡态的失稳与准常定反气旋系统的准周期振荡

进一步的计算表明平衡态 (1) 也并不总是稳定的,取一定的经向加热强度 $\bar{Q}_A$, 当海陆热力差异的强度 $\bar{Q}_K$ 逐渐增大到一定程度时,平衡态会失稳,在表 2 中给出了一个计算的例子,计算时 $\bar{Q}_A = 0.0015$, $\bar{Q}_K$ 则取不同的数值,表中 $\sigma_1 - \sigma_6$ 是计算所得到的系数

矩阵 s' 的六个特征值.

由表 2 可看到当 $\bar{Q}_K$ 由 0.011539 增大到 0.011549 时, 其一对复共轭特征根 $\sigma_{1,2}$ 的实部由负值转变为正值, 从而平衡态失稳, 而且可看出在 $0.011539 < \bar{Q}_K < 0.011549$ 之间必定存在某一临界值 $\bar{Q}_{KC}$, 使得 $\text{Re}\sigma_{1,2} = 0$, 当 $\bar{Q}_K < \bar{Q}_{KC}$ 时, 系统是稳定的; $\bar{Q}_K > \bar{Q}_{KC}$ 时, 则系统失稳. 类似于文献 [7] 的分析讨论, 这样一个强迫耗散的非线性系统在参数 $\bar{Q}_K$ 越过临界值 $\bar{Q}_{KC}$ 时应有准周期解分叉出来, 而 $\bar{Q}_{KC}$ 则为分叉点. 这种准周期解的振荡可由 $\sigma_{1,2}$ 的虚部来估计, 如表 2 中失稳后的振荡周期约 13 天. 尽管当 $\bar{Q}_K$ 不同时, 导致振荡周期值有所不同, 但解的基本结构是相同的.

表 2 不同 $\bar{Q}_K$ 下的特征值

$\bar{Q}_K$	0.01122	0.011539	0.011549	0.01222
$\sigma_{1,2}$	$-0.002778 \pm i0.08663$	$-0.00001343 \pm i0.07648$	$0.00006407 \pm i0.07622$	$0.00426 \pm i0.06226$
$\sigma_{3,4}$	$-0.02684 \pm i0.01429$	$-0.0287 \pm i0.01867$	$-0.02875 \pm i0.01882$	$-0.0319 \pm i0.02876$
σ_5	-0.0007692	-0.0009336	-0.0009377	-0.001131
σ_6	-0.02188	-0.02353	-0.02357	-0.002547
σ_{Tmax}	-0.0007692	-0.00001343	0.00006407	0.00426

由于系统较复杂, 难以用象文献 [7] 的解析方法求解准周期解, 因此我们将采用数值方法求解方程组 (2.2)–(2.7), 试验中采用二种不同的参数值: 一种是当 $\bar{Q}_K$ 为 0.01122, 小于临界值 $\bar{Q}_{KC}$, 即平衡态为稳定的情形; 另一种是取 $\bar{Q}_K$ 为 0.01222, 即平衡态为失稳情形. 初值采用的流场其波动分量的振幅与平衡态情形下相同, 但位相上稍有偏离, 考察系统随时间的变化. 时间积分采用 Runge-Kutta 方法, 积分步长为 3 小时, 每次试验都积分 600 个模式日.

由图 3、图 4 可以看到, 当 $\bar{Q}_K < \bar{Q}_{KC}$ 时, 由于初值与平衡态的偏离而引起振荡, 但这种振荡是衰减的, 最后逐渐回复到平衡态附近, 这说明此时平衡态确是稳定的, 对平衡态的偏离(这种偏离在实际大气中总是存在的)随时间将会衰减, 而不会越来越大而离开平衡态. 但当 $\bar{Q}_K > \bar{Q}_{KC}$ 时, 则情况就不同了. 由图 3、图 4 可看到, 由于初值对平衡态的偏离而引起振荡, 由于初值的影响, 这种振荡起先逐渐稍有衰减, 但后来又增大, 到了 500 天以后逐渐趋于一种稳定的准周期振荡.

图 5 及图 6 分别给出了以上两种情况下在相图中的轨线. 由图 5 可清楚地看到当 $\bar{Q}_K < \bar{Q}_{KC}$ 时这个轨线最后趋向于一个吸引子^[9], 也就是一个稳定的平衡态. 而当 $\bar{Q}_K > \bar{Q}_{KC}$ 时则不是这样, 在图 6 相图中的圆状轨线一开始是向内旋(虚线), 逐渐靠近平衡态点, 随后又向外旋(实线)离开平衡态点, 最后在一个闭合轨线内运动, 每旋一周所需时间约为两周左右. 这说明当 $\bar{Q}_K$ 超越分叉点 $\bar{Q}_{KC}$ 后, 系统是趋向于一种准周期解.

我们还计算了另外一种初始条件下的状态演变, 即一开始偏离较小, 仅有 5° 情形下的轨线, 结果与图 6 相仿, 最后也是准周期振荡的情形.

在这个简单的数值试验中值得注意的是, 在以上由平衡态分叉到准周期解的过程中我们并没有假设热力强迫源也具有同样的周期变化, 在准周期解的情形下外源是不随时

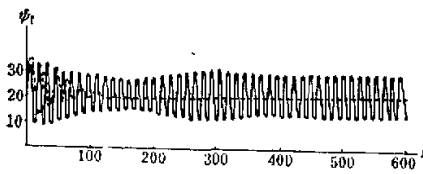


图3 不同 $\bar{Q}_K$ 情况下波动振幅时间变化曲线
实线为 0.01222 的情形, 虚线为 0.01122 的情形
 $\psi_1 = [(\psi_K + \Phi_K)^2 + (\psi_L + \Phi_L)^2]^{1/2}$, 初值
时位相差为 20° , ψ_1 为无因次单位 ($\times 10^{-4}$).

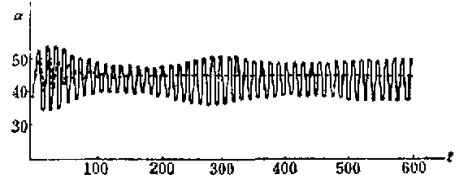


图4 不同 $\bar{Q}_K$ 情况下波动位相时间变化曲线
实线为 0.01222 的情形, 虚线为 0.01122 的情形
 $\alpha = \arctg[(\psi_L + \Phi_L)/(\psi_K + \Phi_K)]$, 初值
时位相差为 20°

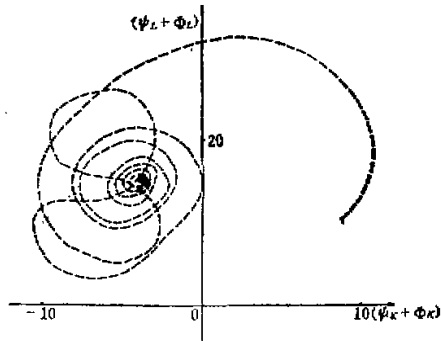


图5 $\bar{Q}_K = 0.01122$ 时衰减到平衡态相图
初值时位相差为 20° , 纵横坐标均为无因次单位 ($\times 10^{-4}$)

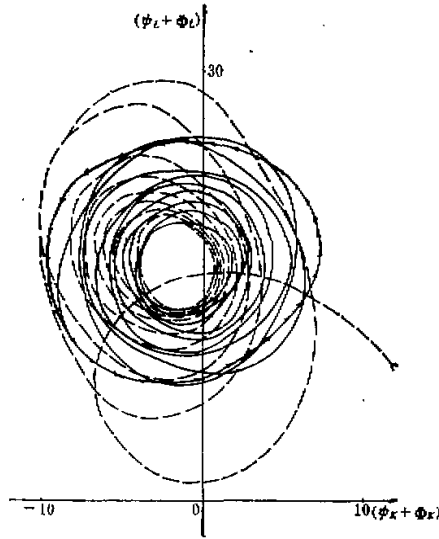


图6 $\bar{Q}_K = 0.01222$ 时分叉到周期解相图
初值时位相差为 20° , 纵横坐标均为无因次单位 ($\times 10^{-4}$)

间变化的,而在这样具有一定强度的、固定不变的热力强迫作用下,这个强迫耗散的非线性系统却出现了准周期振荡解,这是一种十分有趣的现象,这正是说明了准常定反气旋系统的准周期振荡的本质,原因可能并不在于热源的周期变化或副热带周围系统的外力强迫作用,而是由于系统本身在海陆加热差达一定强度之后平衡态失稳所引起的振荡。当然,系统以外的强迫因素也起到了使系统偏离平衡态从而开始振荡的触发作用,但真正引起准周期振荡的原因在于系统本身具有这样固有的准周期振荡解;因此,我们可以认为副热带对流层上层准常定反气旋系统的准周期振荡可能就是系统在一定强度的纬向不对称热力强迫下平衡态失稳分叉到准周期解后而形成的一种自身振荡,其振荡周期是由其固有振荡频率所决定的。

以上我们探讨了准常定的反气旋系统等副热带行星波系统的形成、维持及周期振荡的动力机制,这里应强调的是这类系统主要是在夏季副热带区域所特有的行星尺度的海陆热力及地形差异强迫下所形成的。此外平流非线性作用同样不可忽略;正是由于纬向不对称强迫及平流非线性的共同作用才形成了这样稳定的平衡态,而且当强迫达一定强度后会引起准周期振荡,略去平流非线性作用后就不可能得到以上结论。反过来说,在我们这样一个高度简化的模式中之所以能够反映准常定反气旋等系统的典型特征以及周期振荡的特点,其原因可能也就在于其中包含了这些本质性物理因子以及基本垂直环流的作用。这一点对更进一步深入地探讨副热带行星波系统的动力机制及活动规律是有启发意义的。

参 考 文 献

- [1] Mason, R. B. and Anderson, C. E., 1963, The Development and Decay of the 100 mb Summertime Anticyclone over Southern Asia, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 91, p. 3—12.
- [2] 陶诗言、朱福康, 1964, 夏季亚洲南部 100 毫巴流型的变化及其与西太平洋副热带高压进退的关系, *气象学报*, Vol. 34, p. 385—395.
- [3] Krishnamurti, T. N., et al., 1973 Tibetan High and Upper Tropospheric Tropical Circulations During Northern Summer, *Bull. AMS*, p. 1234—1249.
- [4] 叶笃正、张捷迁等, 1974, 青藏高原加热作用对夏季东亚大气环流影响的初步模拟实验, *中国科学*, p. 301—320.
- [5] 朱正心, 1987, 副热带对流层上层准常定涡旋系统动力机制的讨论, *气象学报*, 第 45 卷第 1 期, p. 39—47.
- [6] 朱正心、朱抱真, 1982, 纬向不对称热力强迫下超长波的非线性平衡态与阻塞形势, *中国科学 B 辑*, 第 4 期; p. 361—371.
- [7] Mitchell, K. E. and Dutton, J. A., 1981, Bifurcations from stationary to Periodic Solutions in a low-order model of forced, dissipative barotropic flow, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 38, p. 690—716.
- [8] Lorenz, E. N., 1980, Attractor Sets and Quasi-Geostrophic Equilibrium, *J. Atmos. Sci.* Vol. 37, p. 1685—1699.