

对流边界层中夹卷作用的研究

鲁 明 之

(中国科学院大气物理研究所)

周 明 煜

(国家海洋局海洋环境预报中心)

提 要

本文采用从大涡旋模拟结果得到的湍流交换系数 K , 用 K 模式对对流边界层的结构、发展以及其顶部夹卷作用进行了研究。结果表明: 边界层顶部夹卷对对流边界层的发展有重要影响; 另外, 我们把这种从理论上来说仅适用于温度、湿度等标量的湍流交换系数 K 应用到风速分量的计算中, 也取得较好效果。

一、引 言

近年来, 用数值试验的方法来解决边界层控制方程组中的非线性湍流项的封闭问题, 有几种较为有用的参数化方法。其一, 是用混合长理论建立起来的湍流交换 K 理论模式; 许多学者在这种思想基础上探讨了边界层的发展变化。一般地说, K 模式模拟夜间边界层的结果还可以, 但模拟不稳定边界层中物理量分布变化的效果较差。而且 K 模式不能直接得出湍流矩项, 对 K 的选择使用有一定的任意性, 因而, 多少给应用带来了一些不确定性。

其二, 是直接对湍流性质进行数值模拟的高阶闭合模式。许多人用这种模式研究了不稳定边界层和稳定边界层。与 K 模式相比, 虽然高阶闭合模式考虑的物理因素较多, 更全面一些, 除了能够得到平均场, 还可以直接得到湍流矩项, 但是计算量增加了很多。

除此以外, Delage^[1]用湍能方程闭合方程组, 而不是先规定 K 的形式; Wyngaard^[2]等用大涡旋模式研究了边界层结构和湍流性质, Wyngaard 等^[3]利用模拟结果, 给出了对流边界层中适用于标量的湍流交换系数 K 的形式, 为 K 模式应用到不稳定边界层开拓了一条新途径。

混合层顶附近的位温、水汽混合比的急剧变化, 使混合层顶处存在夹卷通量。许多人的研究认为, 边界层顶夹卷作用对边界层的结构和性质的影响不可忽视。

我们用一维非定常 K 模式模拟对流边界层, 其中使用大涡旋模式结果的 K 公式, 研究其顶部夹卷作用, 并把 K 公式用到速度上。

$$K = - \overline{c'w'} / \frac{\partial c}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{w_* z_i \left[\overline{c'w'_i} \cdot \left(1 - \frac{z}{z_i} \right) + \overline{c'w'_1} \cdot \left(\frac{z}{z_i} \right) \right]}{g_b \cdot \overline{c'w'_i} + g_t \cdot \overline{c'w'_1}} \\
 &= \frac{K_b \cdot K_t \cdot \overline{c'w'}}{K_t \cdot \overline{c'w'_i} \cdot \left(1 - \frac{z}{z_i} \right) + K_b \cdot \overline{c'w'} \cdot \left(\frac{z}{z_i} \right)} \quad (2)
 \end{aligned}$$

式中特征对流速度尺度 $w_* = \left(g \cdot \overline{\theta'w'_i} \cdot \frac{z_i}{T} \right)^{1/3}$, g_b, g_t 分别是 $\frac{z}{z_i}$ 的函数。(2)式包含了顶部夹卷的作用,因此,对流边界层的结构会相应地发生一些改变。

我们假设流场水平均匀,晴空准定常对流边界层,平均混合比被动保守,大尺度平均垂直速度很小,假设守恒方程中散度项的水平分量远小于垂直分量,不计分子耗散项的作用。则平均位温 $\bar{\theta}$ 和平均水汽混合比 $\bar{q}$ 分别满足

$$\partial \bar{\theta} / \partial t = \partial (-\overline{\theta'w'}) / \partial z \quad (3)$$

$$\partial \bar{q} / \partial t = \partial (-\overline{q'w'}) / \partial z \quad (4)$$

位温定义式及用 K 模式后的(3)和(4)式为

$$\bar{\theta} = \bar{T} \cdot (1000/\bar{p})^{0.008} \quad (5)$$

$$\partial \bar{\theta} / \partial t = \partial \left(K_\theta \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) / \partial z \quad (6)$$

$$\partial \bar{q} / \partial t = \partial \left(K_q \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \right) / \partial z \quad (7)$$

式中 t 代表时间, z 为垂直向坐标, K_θ, K_q 分别是热量和水汽湍流交换系数, $\bar{T}$ 是地面平均绝对温度, $\bar{p}$ 为平均气压。

混合层深度¹⁾时间变化(当 $w_*^2 \gg w_i^2$)为^[6]

$$\frac{dz_i}{dt} - w_i = \frac{1.8 w_*^2}{\frac{g}{\bar{\theta}_0} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}^+}{\partial z} \cdot z_i^2 + 9 w_*^2} \quad (8)$$

它表明,地面热通量越大,混合层顶的抬升越快;上层逆温 $\frac{\partial \bar{\theta}^+}{\partial z}$ 越强,越能抑制这种抬升。式中 $\bar{\theta}_0$ 是地面平均位温, w_i 是大尺度运动的平均垂直速度。在水平均匀湍流场中,有

$$w_i(z) = -Bz \quad (9)$$

式中 B 是常数,取决于天气条件。一般在 $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$ 与高度 z 有关时,仍近似有 $w_i(z) = -Bz$ 成立^[4]。这里取 $B = 0.00001$ 。

方程(5)–(9)联立就是对流边界层中标量混合比的控制方程组,用(2)式来闭合。

目前一般从大涡数值模拟结果拟合得到无量纲梯度函数 g_b, g_t 的形式,理论上尚未

1) 我们已将混合层顶定义在通量极小处。

有得出它们分布形式的方法。它们的幂指数形式或者都为 $-\frac{3}{2}$, 或者分别为 $-\frac{3}{2}$ 和 -2 。我们取

$$g_i = 0.056(1 - z/z_i)^{-1} \quad (10)$$

$$g_s = 0.4(z/z_i)^{-3/2} \quad (11)$$

在(10)式中, 为避免 K 在(2)式出现奇异性, g_i 函数的系数作了一些调整。

此外, 还需确定比值 $\overline{c'w'_i}/\overline{c'w'_s}$ 。在对流边界层中垂直热通量随高度线性减小, 在逆温层附近变成稍微小于零。许多研究认为顶部夹卷通量与底部扩散热通量的比值大致为 5%—30%, 其大小由大气层结状态和地面热通量决定。在模式中, 我们取

$$\overline{\theta'w'_i}/\overline{\theta'w'_s} = -0.15 \quad (12)$$

比值 $\overline{q'w'_i}/\overline{q'w'_s}$ 的选取参考了 Wangara 第 33 天高阶模式的结果^[7], 我们假设为

$$c \equiv \frac{\overline{q'w'_i}}{\overline{q'w'_s}} = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq 1 \\ t, & 1 < t \leq 3 \\ 2, & 3 < t \leq 5 \\ 2 + 0.3(t - 5), & 5 < t \leq 9 \end{cases} \quad (13)$$

式中 t 以小时为单位, 起始时间为当地时间早晨 9 点。在天气系统没有变化的 Wangara 实验的第 33 天和第 34 天都用这个比值, 第 13 天设比值 $c = 1$ 。把(10)到(13)分别代入(2)中, 有

$$K_\theta = \frac{44.65\omega_*z_i\left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2\left(\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}\left(1 - 1.15\frac{z}{z_i}\right)}{17.86\left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2 - 0.375\left(\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}} \quad (14)$$

$$K_q = \frac{44.65\omega_*z_i\left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2\left(\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}\left[1 + (c - 1)\frac{z}{z_i}\right]}{17.86\left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2 + 2.5c\left(\frac{z}{z_i}\right)^{3/2}} \quad (15)$$

至此, 我们确定了 K_θ , K_q 的形式, 可以数值求解平均位温 $\bar{\theta}$ 和平均水汽混合比 $\bar{q}$ 了。

三、混合层的风速垂直分布

在与第二节相同的理想条件和假设下, 讨论大气对流边界层风速垂直分布。我们用 x, y, z 直角坐标系, 它们分别指向观测点的正东、正北和天顶。则动量方程如下

$$\partial\bar{u}/\partial t = f(\bar{v} - v_x) + \partial(-\bar{u}'w')/\partial z \quad (16)$$

$$\partial\bar{v}/\partial t = -f(\bar{u} - u_x) + \partial(-\bar{v}'w')/\partial z \quad (17)$$

式中 $\bar{u}$, $\bar{v}$ 分别为 x , y 方向的平均风速, u_x , v_x 分别为 x , y 方向的地转风分量, 即

$$(u_x, v_x) = \left(-\frac{1}{f\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}, \frac{1}{f\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}\right) \quad (18)$$

其中 f 是柯氏地转参数, 在 Wangara 为 $f = -8.26 \times 10^{-4}$, ρ 是空气密度, 按 K 方法, (16)和(17)为

$$\partial \bar{u} / \partial t = f(\bar{v} - v_g) + \partial \left(K_M \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) / \partial z \quad (19)$$

$$\partial \bar{v} / \partial t = -f(\bar{u} - u_g) + \partial \left(K_M \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) / \partial z \quad (20)$$

式中 K_M 为动量湍流交换系数。我们从上节知道 K 公式(2)是对被动保守的标量混合比适用的,是否适用于风速分量,需要进行分析。

将(16)和(17)对 z 求导,考虑到 $\frac{\partial f}{\partial z} = 0$, 设在充分发展的对流边界层中,平均风速分量随高度变化极小,则有

$$f \frac{\partial v_g}{\partial z} = \partial^2 (-\overline{u'w'}) / \partial z^2 \quad (21)$$

$$-f \frac{\partial u_g}{\partial z} = \partial^2 (-\overline{v'w'}) / \partial z^2 \quad (22)$$

向东的地转风分量由下式给出^[6]:

$$u_g(t, z) = u_{g0}(t) + \frac{z^2[(\Delta u_g)_2 - (\Delta u_g)_1]}{2 \times 10^6} + \frac{z[3(\Delta u_g)_1 - (\Delta u_g)_2]}{2 \times 10^3} \quad (23)$$

式中 $(\Delta u_g)_1$ 和 $(\Delta u_g)_2$ 分别是地面到 1km 和 1—2km 的热成风差值, $u_{g0}(t)$ 是地面地转风分量,观测期间任一时刻的 $(\Delta u_g)_1$ 和 $(\Delta u_g)_2$ 值由线性内插得到。

在一定的条件下,我们可以从运动方程得到湍流应力项在空间上 $\overline{u'w'}$ 是线性分布的, $\overline{v'w'}$ 是抛物线分布的。忽略斜压作用产生的与线性分布的偏差,它们可写为

$$\overline{u'w'} = \overline{u'w'_1} \cdot \left(1 - \frac{z}{z_i}\right) + \overline{u'w'_1} \cdot \left(\frac{z}{z_i}\right) \quad (24)$$

$$\overline{v'w'} = \overline{v'w'_1} \cdot \left(1 - \frac{z}{z_i}\right) + \overline{v'w'_1} \cdot \left(\frac{z}{z_i}\right) \quad (25)$$

运用量纲分析等类似于上节的方法,假设适用于标量混合比的无量纲梯度函数 g_u, g_v 同样适合于风速分量。记 $\overline{u'w'_1} / \overline{u'w'_1} = -k_1$, $\overline{v'w'_1} / \overline{v'w'_1} = -k_2$, 参照高阶模式结果^[7], 取 $k_1 = k_2 = 1.0$, 则

$$K_M = \frac{8.85 w_* z_i \left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2 \left(\frac{z}{z_i}\right)^{3/2} \left(1 - 2.0 \frac{z}{z_i}\right)}{3.54 \left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2 - 2.5 \left(\frac{z}{z_i}\right)^2} \quad (26)$$

用这种比拟方法,我们确定了动量湍流交换系数 K_M , 我们称这种方法为 A 方法。

70 年代初, Businger 等^[8] 研究了大气状态与动量和热量湍流交换系数比值 α (等于 K_θ / K_M) 之间的关系。大气状态稳定时 $\alpha \approx 1.0$, 中性 $\alpha \approx 1.35$, 当大气从中性向不稳定状态变化的过程中, α 值由 1.35 逐渐增加到 3.0 左右, 极不稳定区域 α 值趋于 3.0, 因此, 在对流边界层中

$$K_M = K_\theta / \alpha \quad (27)$$

式中 α 值取为 (1.35—3.0)。在 (27) 式的假设下, 我们称这种通过热量湍流交换系数 K_θ 确定动量湍流交换系数 K_M 的方法为 B 方法。

采用上述两种 K 理论闭合方法中的任一种方法, 结合(8)式, 我们可求解 $\bar{u}$, $\bar{v}$.

四、差分格式

根据边界层中近地层物理特性, 在计算中我们采用对数线性坐标变换, 把 z 变到 ζ ,

$$\zeta = z/A_1 + \ln[(z + A_1)/A_2] \quad (28)$$

式中 A_1 , A_2 分别取为 75.0 和 0.5.

对于闭合方程组中的各个方程, 一般为

$$\partial F / \partial t = \partial \left(K \frac{\partial F}{\partial z} \right) / \partial z + P \quad (29)$$

上式按 Delage 的处理, 经坐标变换后,

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial \zeta}{\partial z} \left(\frac{\partial R}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial F}{\partial \zeta} + R \frac{\partial^2 F}{\partial \zeta^2} \right) + P \quad (30)$$

式中 $R = K \frac{\partial \zeta}{\partial z}$. 采用空间上中间差, 时间上向前差的差分格式, 把(30)化成可以数值计算的差分方程. 时间步长 $\Delta t = 60s$, 空间间隔 $\Delta \zeta = 1.0$. 用逐次迭代法求解可以证明是稳定的.

在计算中, 假定混合层高度之上无湍流交换. 因为在控制方程中仅考虑了湍流交换项与局地变化项的平衡, 则对于位温和水汽混合比来讲, 在 $z > z_i$ 区域, 它们的值不随时间变化, 从而赋予了它们上边界条件. 它们的下边界条件用当天实测的下边界值的变化规律:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}(t) &= \bar{\theta}(0) + a \cdot \sin(\omega t + b), \quad z = 0 \\ \bar{q}(t) &= \bar{q}(0) \cdot \exp[-(t/c)^d], \quad z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中 a , b , c , d 为常数, $\bar{\theta}(0)$, $\bar{q}(0)$ 为初始时刻边界值. 风速分量边界条件如下:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0, \quad \bar{v} = 0, \quad z = 0 \\ \bar{u} &= u_g, \quad \bar{v} = v_g, \quad z = 2000m \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

地面热通量取为

$$\overline{\theta'w'}(t) = \overline{\theta'w'}(0) + k \sin(\omega_1 t + \phi) \quad (33)$$

式中 k , ω_1 , ϕ 为常数. 以实际边界值变化规律作边界条件, 能更好地比较计算值与观测值.

水平平均值 $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{\theta}$, $\bar{q}$ 的初始条件是早晨 9 点的实测资料. Wangara 实验第 13 天、33 天、34 天 (以后分别记为 D13, D33, D34) 的初始混合层高度分别为 50m, 120m 和 100m.

五、结果和讨论

我们用 Wangara 实验中 D13, D33, D34 三个实例进行了模拟. 下面主要分析 D33 的结果, 并且与其它模式结果作比较.

(1) 位温、水汽混合比的分布及 K_θ , K_q 在晴朗天气日出和日落前后, 由于受到稳定层结大气的抑制, 湍流交换较弱; 中午到午后对流发展旺盛, 湍流交换强烈。从图 2 看到, K_θ 极大值处于混合层中部, 从日出开始, 不断增大, 午后 15h 左右达当天最大值, 约为 $1000 \text{ m}^2/\text{s}$, 其后逐渐减小; K_q 极大值位于混合层中下部, 同样, 随时间先增后减, 午后达当天最大值, 约为 $500 \text{ m}^2/\text{s}$ 。 K_θ 和 K_q 的空间分布都是从地面的零向上增加到极大, 再向上逐渐减小到混合层顶处的零。随着对流的不断加强, 混合层深度不断加深, K_θ 和 K_q 极大值高度也不断抬升。在同样高度, K_θ 约为 K_q 的两倍。

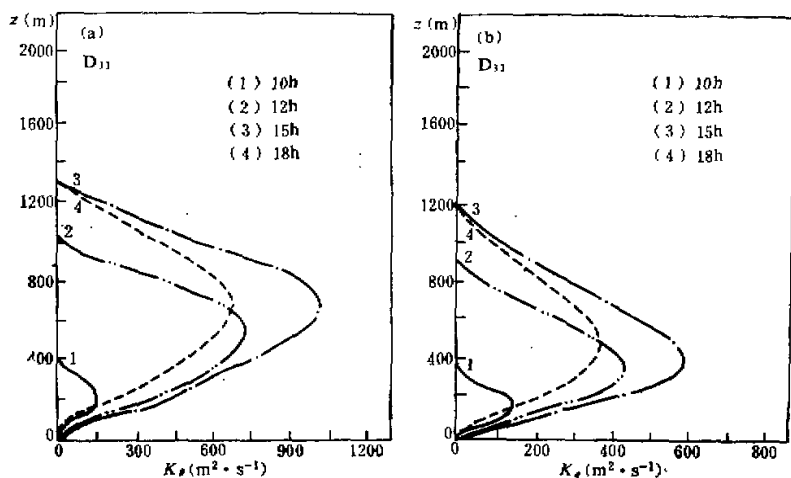


图 2 位温和水汽混合比的湍流交换系数

(a) K_θ (b) K_q

对于位温, 顶部无夹卷作用时, K_θ 最大值约为 $500 \text{ m}^2/\text{s}$, 仅为有夹卷时的一半, 这说明夹卷作用对湍流混合有一定的影响。从(2)式本身可知, 没有夹卷时, K_θ 和 K_q 形式完全相同, $\bar{\theta}$ 和 $\bar{q}$ 的湍流输送特性是相同的。

从图 3 来看, 计算值与实测值基本相符, 再现了近地面的超绝热层, 中部的均匀混合层及顶部的过射 (overshoot)。以前许多人用高阶模式研究了 Wangara 的 D33 的边界层结构和湍流性质, 比如 Wyngaard 等^[50] 的平均场方程与我们考虑的一样; André 等^[41] 的平均场方程中仅能量守恒方程里多考虑了辐射贡献; Sun Weh-rih 等^[7] 仅在能量守恒方程中多考虑了平流作用项。我们得到的平均量场的结果和他们的结果是一致的, 因为 André 等^[41] 的模式考虑了辐射传输作用, 而我们的模式没有考虑这种作用, 因此, 说明白天对流输送作用占优势时, 辐射传输作用对温度场没有明显的贡献。我们又把混合层顶部热通量假设为零, 即顶部无夹卷作用, 对流边界层中的混合完全由底部扩散通量引起, 此时 $K = K_s$, 计算结果表明, 虽然地面的浅薄超绝热层, 中部的均匀混合层, 以及顶部过射现象仍能反映出来, 但是在顶上无夹卷作用, 混合层之上无湍流作用 (与有夹卷时假设的上边界条件一样) 时, 混合层中位温要比有夹卷作用时低 $0.3\text{—}0.7^\circ\text{C}$ 。因此, 可以相信, 由于夹卷作用, 混合层顶附近空气交换热量使混合层内位温增高 0.5°C 左右, 使顶上位

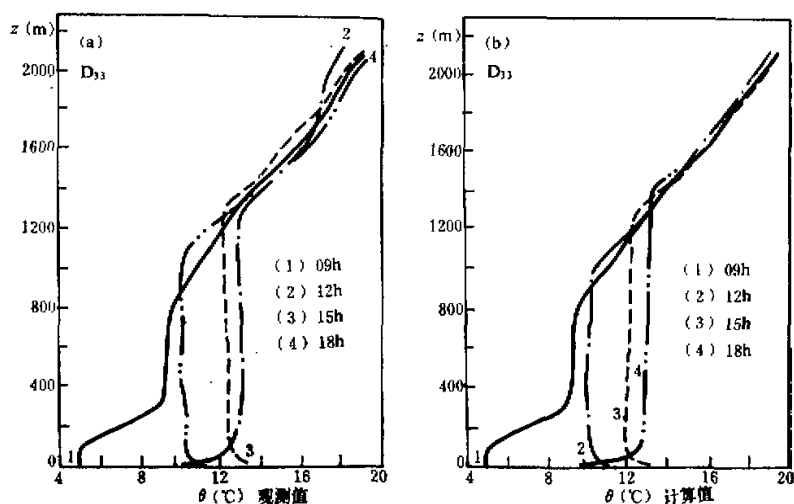


图3 平均位温的分布和变化

(a)观测值 (b)计算值

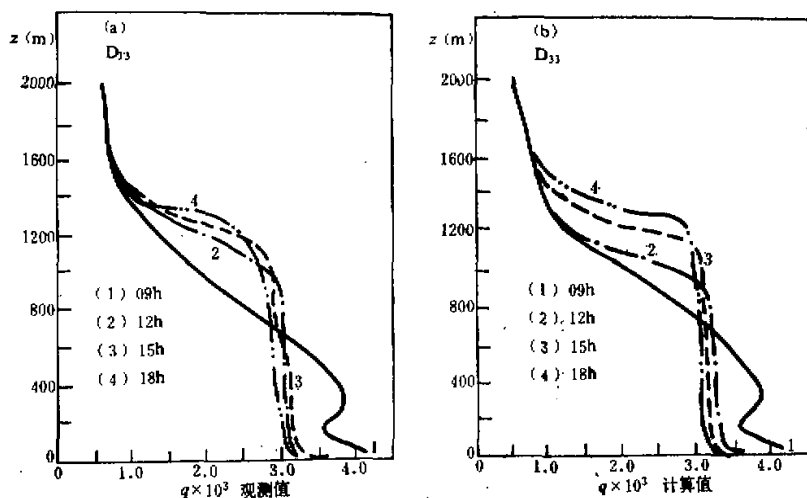


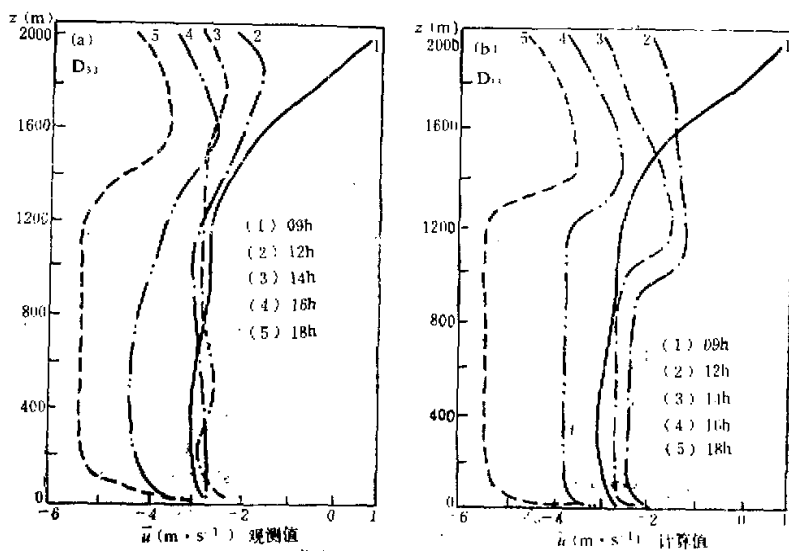
图4 平均水汽混合比的分布和变化

(a)观测值 (b)计算值

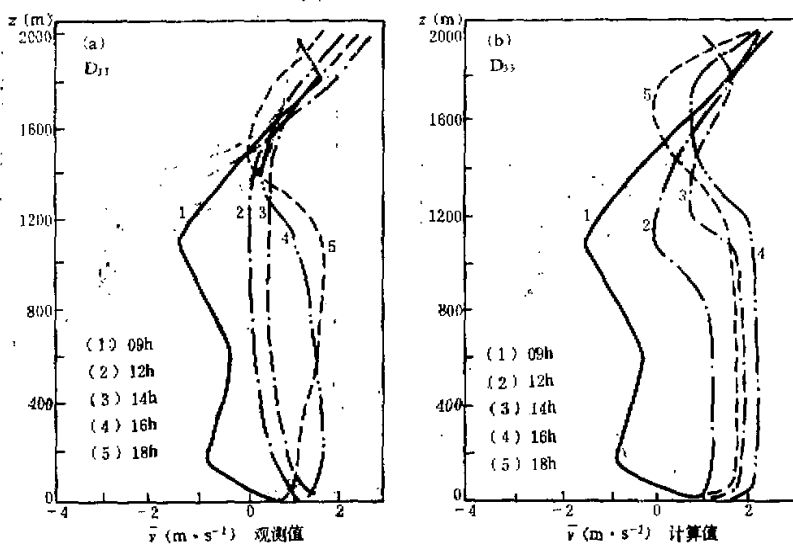
温降低,夹卷作用对对流边界层发展非常重要。

从图4看到,计算结果与观测值基本一致,与高阶模式结果^[7,10,11]也都是是一致的。在近地层水汽混合比随高度急剧减小,在中上部随高度微微减小。

在对流边界层情况下,通过位温 $\bar{\theta}$ 和水汽混合比 $\bar{q}$ 两种被动保守标量的计算表明,用公式(2)来建立 K 理论模式是成功的。与高阶模式^[6,7,10,11]相比,同是一维模式,平均量的控制方程也基本相同,得到的平均量结果都比较一致,虽然用 K 模式不能得到湍流项,但

图5 平均风速 $\bar{u}$ 的分布和变化

(a)观测值 (b)计算值

图6 平均风速 $\bar{v}$ 的分布和变化

(a)观测值 (b)计算值

计算时间较少,因而是比较实用的。

(2) 风速分量 $\bar{u}$, $\bar{v}$ 的垂直分布

首先我们用B方法对 $\alpha = 3.0$ 和 $\alpha = 1.35$ 两种情况作了计算,图5和图6风速分

量计算值是根据 $\alpha = 3.0$ 的计算结果画出的。从图上可知, 计算值与观测值趋势是一致的, 量值大小也比较符合。因而可以认为, 对流边界层中标量混合比适用的公式(2)对于风速分量也是可用的。

我们用 A 方法(26)计算, 记 $c_1 \equiv \overline{u'w'_1} / \overline{u'w'_1}$, 分别取 $c_1 = -0.2, -0.5, -1.0$, 结果表明: (1) 在整个混合层中 A 方法得到的 K_M 随高度分布的梯度比 B 方法得到的梯度小。虽然顶部应力与地面应力的比值变化较大, 但它对风速分布和变化产生的影响不大, 顶部夹卷影响的范围仅是靠近顶部的一段区域。(2) 尽管 c_1 取值不同, 用 A 方法得到的 K_M 分布是相似的, 量值大小也基本相同, 最大值约为 $70\text{m}^2/\text{s}$, 而 B 方法得到的最大值约为 $300\text{m}^2/\text{s}$ 。从量值上看, A 方法得到的 K_M 值接近于 Yamada 等^[10]的结果。(3) 用(26)闭合方程, 计算结果与观测结果基本相符, 因而, A 方法也可用来解决方程闭合问题。

我们分别计算了把 g_1, g_2 幂指数取为 $-2, -\frac{3}{2}$ 以及都是 $-\frac{3}{2}$ 的两种情况, 结果表明, 在两种情况下风速分布的差异较小。因此, 我们认为幂指数的两种取法对模式计算结果并不敏感。

六、结 论

(1) 我们建立 K 模式模拟了 Wangara 边界层资料, 计算值与实测值基本符合, 与一维高阶模式结果^[7,10,11]也比较一致, 说明我们建立的 K 模式是可用的。但是应该注意到, 由于本模式不能预先确定动量及水汽通量的比值, 所以在实际中还需要深入研究, 解决这个问题。

(2) 我们把混合层顶的夹卷作用进行了检验, 对于平均位温 $\bar{\theta}$ 来说, 有夹卷时混合层中平均位温比没有夹卷时混合层中平均位温大约高 0.5°C , 因此说明了夹卷作用对对流混合层的发展是非常重要的。

(3) 我们把公式(2)应用到风速分量模拟上。用 K_M/K_0 与稳定度的关系, 以 K_0 表示 K_M 闭合方程, 得到的平均风场与实测较一致。还用公式(26)闭合方程, 得到的结果与实测值也基本符合, 因而适用于标量混合比的公式(2)也可用来模拟对流边界层的风速分布。

参 考 文 献

- [1] Delage, Y., 1974, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 100, No. 425, 351—364.
- [2] Wyngaard, J. C., 1984, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 41, No. 12, 1959—1969.
- [3] ———— et al., 1984, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 41, No. 1, 102—112.
- [4] Mahrt, L. J., 1976, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 104, No. 11, 1403—1407.
- [5] Deardorff, J. W., 1979, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 36, No. 3, 424—436.
- [6] ————, 1974a, b *Bound-Layer Meteor.*, Vol. 7, No. 1, 81—106, No. 2, 199—226.
- [7] Sun Weh-Yih et al., 1979, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 37, No. 7, 1558—1572.
- [8] Yamada, T. et al., 1975, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 32, No. 12, 2309—2329.
- [9] Businger, J., et al., 1971, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 28, No. 2, 181—189.
- [10] Wyngaard, J. C. et al., 1974, *Bound-Layer Meteor.*, Vol. 7, No. 3, 289—308.
- [11] André et al., 1978, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 35, No. 10, 1861—1883.