

海面粗糙度可变时定常非中性 大气边界层数值模式

赵 鸣

(南京大学大气科学系)

提 要

本文给出一个海面粗糙度可变时定常非中性大气边界层数值模式，其中粗糙度是摩擦速度的函数，湍流交换系数是湍流热通量和风切变的函数，而热通量在海气温差已知时由近地层通量梯度关系求出。解得的风和若干边界层特征参数符合观测及理论考虑。因此，只要知道地转风、纬度及海气温差即可用本模式计算海面大气边界层中不同高度的风。

一、引 言

现有的大气边界层数值模式多适用于陆上，海面由于下垫面状况随风而变，边界条件较难取，以往工作较少。文献[1]给出当层结为中性时的水面（海面）大气边界层数值模式，将下边界放在很近海面的空气中，而将水面粗糙度随风的变化放到下边界条件中以得到变动的下垫面对大气边界层运动的影响。模式结果符合海面边界层观测，并且根据地转风即可确定某纬度处边界层风。本文是文献[1]的推广，即将模式推广到非中性层结。实际工作中有时提出这样的问题，即由天气图信息知道地转风，并由实测知近海面某高度与海面温差 ΔT （如在船上或浮标上测出），需求的是边界层风。本文目的是由 ΔT 这一参量计入层结影响以建立模式。数值试验结果表明，边界层风及其它边界层参数符合观测，而输入参数只要地转风、纬度、 ΔT 即可。国外曾有由地转风及 ΔT 求海面风的工作^[2,3]，但近地层以上取湍流交换系数为常数，这不符合近代边界层的认识，也影响了结果。本模式则运用非线性交换系数，理论上更合理，结果也较好，计算工作量也不很大，微机即可应用。

二、控制方程及数值解法

设边界层大气正压，其定常运动方程是：

$$\frac{d}{dz} K \frac{du}{dz} + f(v - v_g) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} K \frac{dv}{dz} - f(u - u_g) = 0 \quad (2)$$

1986年12月11日收到、1987年6月30日收到修改稿。

其中 K 为湍流交换系数, u_g, v_g 为地转风分量, 方程求解的上边界取 1000m, 下边界放在离海面某一小距离上^[1], 取 x 轴平行于地转风, 于是(1) 中 $v_g = 0$, 而上边界条件是:

$$u = u_g, \quad v = 0, \quad \text{当 } z = h \quad (3)$$

h 为求解区域的上界, 下界条件取中性条件下的结果^[1]

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{u_g}{k(z + z_0)}, \quad \text{当 } z = 0.25 \text{ m} \quad (4)$$

此处 $V = \sqrt{u^2 + v^2}$, k 为卡曼常数, z_0 为粗糙度, u_g 为摩擦速度, 众所周知, 在高度很低时(本文最下二格点在 0.5 m 以下), 层结对廓线影响很小, (4) 式在非中性条件下也应成立, 本文结果说明这样处理是合适的。

(4) 式中的 z_0 应为风速的函数, 但在实际中最常遇到的粗糙流状况及过渡区(*transition regime*), 我们同文献[1], 取 Garratt^[5] 的结果

$$z_0 = 0.0144 \frac{u_g^2}{g} \quad (5)$$

文献[1] 中 K 的表达式仅适用于中性; 非中性时现已有不少 K 作为风和温度垂直分布的函数的表达式, 但由于本文讨论的是只知道 ΔT 的情况, 整个边界层内的温度分布并不知道, 因而现代边界层模式中一些常用的非中性 K 表达式不能应用, 我们先讨论层结不稳定状况, 此时我们将应用如下的一种表达式^[7, 14]

$$K = \left(K \left| \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right|^2 + \frac{\gamma g H}{c_p \rho T} \right)^{1/3} l^{4/3} \quad (6)$$

此处 H 为湍流热通量, γ 是取值 7—18 的常数, 取 $\gamma = 10$, 下面我们将见到由此得到的结果是满意的。绝对温度 T 在常见温度范围内影响不大, 取值 273 即可, l 为大气在中性时的混合长, 即取^[1]

$$l = 0.4 (z + z_0) / \lambda + \frac{0.4 (z + z_0)}{\lambda} \quad (7)$$

$$\lambda = 0.0063 \frac{u_g}{f} \quad (8)$$

λ 中的 u_g 应为中性时的值, 因而为求 l , 应先求中性时的 u_g , 即由中性时(1), (2) 的解求出, 求解时边界条件仍用(3)—(5), 而 K 取文献[1] 中表达式, 求中性时 u_g 详见文献[1], 故我们认为(6)式中的 l 已由文献[1] 中的方法求出, 本文中取为已知值, 由(6)式可见, 层结对 K 的影响, 主要反映在含 H 的项中, 在不稳定层结, 我们将仿照 Blackadar^[7, 14] 和 Wippermann^[6] 的处理, 即在定常时在边界层内将 H 取为不随高度变的常数。

(6) 式可写成

$$K^3 - K \left| \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right|^2 l^4 - \frac{\gamma g H}{c_p \rho T} l^4 = 0 \quad (9)$$

若写成

$$K^3 - AK - B = 0 \quad (10)$$

其中

$$A = \left| \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right|^2 l^4, \quad B = \frac{r g H}{c_p \rho T} l^4 \quad (11)$$

则显见不稳定时 A, B 恒为正, 于是从代数方程理论可以判断出方程 (10) 有一个正实根, 它即是我们要的 K . 在已知 $H, l, \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$ 时, 它可以由 (10) 式用不复杂的数值方法求得解.

铅直差分网格见表 1.

表 1 铅直差分网格

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z (m)	0.25	0.5	1	2	5	10	20	40	70	100	200	300	400	600	800	1000

由 (1), (2), (9) 式解 u, v, K 时, 还需知 H . 我们利用 ΔT 这一条件. ΔT 通常表示 10 m (或 5 m) 与水面温差. 在这很低高度内, 我们略去位温与温度的差别, 应用近地层熟知的关系:

$$V = \frac{u}{k} \left[\ln \frac{z}{z_0} - \psi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right] \quad (12)$$

$$T - T_0 = \frac{T}{k} \left[\ln \frac{z}{z_{\text{sh}}} - \psi_h \left(\frac{z}{L} \right) \right] \quad (13)$$

$T - T_0$ 即气与水之温差, z 为测温的高度, T 为摩擦温度, z_{sh} 为对温度廓线而言定义的粗糙度^[11], ψ_m, ψ_h 为 $\frac{z}{L}$ 的普适函数, L 为 Монин-Обухов 长度. 按文献 [10], 不稳定时

$$\psi_m \left(\frac{z}{L} \right) = 2 \ln \frac{1+x}{2} + \ln \frac{1+x^2}{2} - 2 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} x + \frac{\pi}{2} \quad (14)$$

其中

$$x = \left(1 - 16 \frac{z}{L} \right)^{\frac{1}{4}}$$

而

$$\psi_h \left(\frac{z}{L} \right) = 2 \ln \frac{1+y}{2} \quad (15)$$

$$y = \left(1 - 16 \frac{z}{L} \right)^{\frac{1}{2}}$$

稳定时

$$\psi_m\left(\frac{z}{L}\right) = -5 \frac{z}{L} \quad (16)$$

$$\psi_h\left(\frac{z}{L}\right) = -5 \frac{z}{L} \quad (17)$$

当流动为粗糙流时，按文献[11]，得

$$z_{oh} = 7.4 z_0 \exp\left(-2.46 \frac{u_* z_0}{v}\right) \quad (18)$$

v 为空气分子粘性系数。与(5)式相适应，我们在粗糙流及过渡区均使用(18)式。
按 M-O 长度 L 的定义

$$L = U^3 / -k \frac{8}{T} \frac{H}{c_p \rho} = U^2 / k \frac{g}{T} T. \quad (19)$$

在(13)式中令 z_1 为测气温的高度，则(13)式左端 $T(z_1) - T_0$ 即是 ΔT ，再用(19)式即得

$$L = U^2 \left[\ln \frac{z_1}{z_{oh}} - \psi_h\left(\frac{z_1}{L}\right) \right] / k^2 \frac{g}{T} \Delta T \quad (20)$$

在(12)式中令 $z = z_1$ ，则得

$$U = k V_1 \ln \frac{z_1}{z_0} - \psi_m\left(\frac{z}{L}\right) \quad (21)$$

V_1 即 z_1 处风速。现在(1), (2), (5), (6), (18), (19), (20), (21)式构成闭合组，可解 $u, v, z_0, K, z_{oh}, H, L, u, v$ 。(6)式中的 H 是通过近地层关系式(19), (20), (21)耦合进去的。

我们用一系列迭代过程求上述方程组之解。先设(21)式中 V_1 取(1), (2)在中性时的解^[1]，由(20), (21)式通过逐步近似法可求 u 和 L ，其中 z_0, z_{oh} 即取满足(5)式和(18)式的结果。这样得到的 u 和 L 当然不是本文要的结果，但它可看成本文非中性解的第一近似。设如此求得的 u 和 L 分别为 $u^{(1)}, L^{(1)}$ ，由(19)式得 $H^{(1)}$ ，

$$H^{(1)} = -U^{(1)3} / k \frac{g L^{(1)}}{c_p \rho T} \quad (22)$$

由 $H^{(1)}$ 及(9)式求解 K ，(9)中 $\frac{\partial V}{\partial z}$ 用中性时的解^[1]，这样求得第一近似 $K^{(1)}$ 。由 $K^{(1)}$ 解(1), (2) 得 $u^{(1)}, v^{(1)}$ ，即非中性时的第一近似解，求解方法同文献[1]。得到 $u^{(1)}, v^{(1)}$ 后进行迭代，即用 z_1 处解得的 $u^{(1)}, v^{(1)}$ 求 $V^{(1)}(z_1)$ ，再用逐步近似法求(20), (21)的收敛解 $u^{(2)}, L^{(2)}$ ，以及 $z_0^{(2)}, z_{oh}^{(2)}$ ，再由(19)式得 $H^{(2)}$ ，再解方程(9)得 $K^{(2)}$ ，而(9)中 $\frac{\partial V}{\partial z}$

即用最近一次得到的 u, v 解。由 $K^{(2)}$ 解 (1), (2) 得 $u^{(2)}, v^{(2)}$, 如此重复, 采用文献 [1] 中的方法可使求解过程迅速收敛, 以得到满足 (1), (2), (6) 式的 u, v, K , 这样解得的风在 z_i 高度又同时满足 (20), (21) 式。与此同时, 我们也解得 z_0, z_{sh}, L 等量。本模式的解在 z_i 高度满足 (20), (21) 式即 (12), (13) 式。在其它近地层高度, 模式结果说明 (1), (2) 的解与 (12), (13) 式近地层公式的结果差别很小, 其最大差别也只有 5% 左右。当层结稳定时亦如此 (稳定时 K 见后)。因而本模式在近地层符合已知的近地层通量梯度关系。

对稳定层结, 我们采用 O'Brien 表示式^[12]

$$K = K_T + \left[\frac{(z - z_T)^2}{\Delta^2} \right] [K_s - K_T + (z - z_s) \left(\frac{dK}{dz} \Big|_{z=z_s} + 2 \frac{K_s - K_T}{\Delta} \right)] \quad (23)$$

上边界 z_T 处, K_T 设为零, $\Delta = z_T - z_s$, z_s 为近地层顶高度, 设为 40 m; 于是, (23) 式中需知 K_s 及 $\frac{dK}{dz} \Big|_{z=z_s}$

由熟知的稳定时近地层公式有:

$$K_s = 0.4 U_s z_s / 1 + 5 \frac{z_s}{L} \quad (24)$$

并由稳定时近地层 $K(z)$ 得:

$$\frac{dK}{dz} \Big|_{z=z_s} = 0.4 U_s / \left(1 + 5 \frac{z_s}{L} \right)^2 \quad (25)$$

于是稳定时, 由 (1), (2), (23), (24), (25), (5), (18), (20), (21) 各式可解得 $u, v, K, K_s, \frac{dK}{dz} \Big|_{z=z_s}, z_0, z_{sh}, L, u_s$, 方法与不稳定层结相同, 即由中性时解出 $V(z_i)$ 由 (20), (21) 求 $u^{(0)}, L^{(0)}$, 再求 $K^{(0)}$, 从而得 $u^{(1)}, v^{(1)} \dots$

三、模式结果

近海面风速观测与海气温差联系起来的研究成果不多。我们选取文献 [2] 中在 40 °N 左右海面以 5 m 高温度与海面温度之差为参数测出的 5 m 高风速为例来与本模式结果比较。鉴于本模式以地转风为上界风速, 要求等压线相对来说较平直, 即要求地转风与梯度风相差较小。文献 [2] 中给出的资料大部分地转风均在 20 m/s 以上, 我们将地转风与梯度风相差大于 3 m/s 的剔除, 将其余例子的观测结果与本模式计算结

果进行比较见表 2.

表 2 实测风与计算风的比较

地转风速 (m/s)	28.3	27	26.5	25.9	23.2	23.1	20.6
ΔT (°C)	-6.7	-0.2	-7.0	-7.9	-8.6	-5.1	-0.5
实测 5 m 高风速 (m/s)	17.0	15.5	16.0	15.9	15.8	15.9	17.0
计算 5 m 高风速 (m/s)	17.2	15.7	16.4	16.1	14.8	14.6	12.7

若不计最后一例，则相对误差均较小，最大不超过 10%，平均只有 4%。最后一例观测的近水面风达到地转风的 83%，而层结又近中性，它不符合一般近地面风约为地转风的 50—70% 的规律，此时可能是非定常或斜压，平流等因素占主要地位，本模式当然解释不了。

文献 [4] 给出了根据 55 °N 附近海面观测到的 10 m 高处风作出的由 10 m 处与海面温差和地转风速来求 10 m 高风速的经验回归方程：

$$\begin{aligned} U &= aG + b \quad (26) \\ a &= 0.54 - 0.012\Delta T \\ b &= 1.68 - 0.105\Delta T \end{aligned}$$

U 为 10 m 高处风速， G 为地转风速。经验关系 (26) 应能较好地代表观测结果。我们将本模式计算出的 10 m 高处风与由 (26) 式得到的风速（代表实测值）比较，见图 1 对 27 例（其中 G 取 10—30 m/s, ΔT 取 $\pm 8^\circ$, $\pm 6^\circ$, $\pm 4^\circ$, -0.2° , -2.7° , 1.7° ），其平均相对误差为 7.6%，包括了稳定与不稳定层结，可见也达到了较高的精确度。

综观模式计算出的 55 °N 处 10 m 高风速可见非中性时 10 m 高处风速与地转风速之比 V_{10}/G ，其值是稳定性与 G 的函数，而从文献 [1]，中性时，它主要依赖于 G ，随 G 增大而变小。现在在同一 G 时， V_{10}/G 一般随不稳定增加而增加，只个别有例外（因 z_0 也有影响）。而 ΔT 相同时， V_{10}/G 随 G 增大而下降。符合文献 [1] 中的结论。例如 $G = 20$ m/s 时，当 ΔT 从 8° 变到 -8° ， V_{10}/G 从 53% 增到 72%。当 $\Delta T = 4^\circ$ ， G 从 10 m/s 增到 30 m/s 时， V_{10}/G 从 63% 减到 59%；而 $\Delta T = -4^\circ$ 时，当 G 从 10 m/s 增到 30 m/s 时， V_{10}/G 从 71% 减到 65%。在上面讲到的进行试验的 G 及 ΔT 范围内， V_{10}/G 可变化于从不到 50% 到 70%。文献 [1] 中已知 V_{10}/G 随纬度增加而增加，非中性时亦如此，只是不稳定时随纬度变化慢些。例如，当 $\Delta T = -8^\circ$ ，纬度从 20° — 60° ， $G = 20$ m/s 时， V_{10}/G 从 72% 增至 73%，即增加很少；而同一个 G 下， $\Delta T = 8^\circ$ ，上述增加是由 44% 增至 54%。

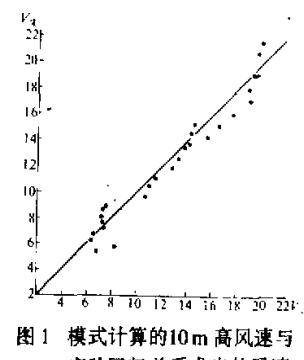
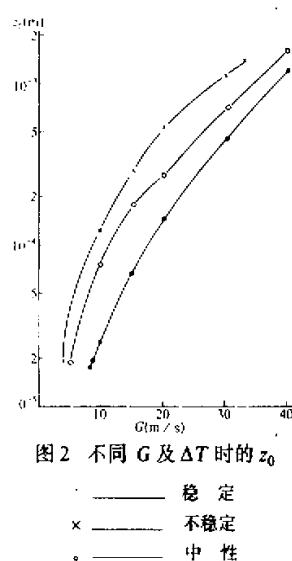


图 1 模式计算的 10 m 高风速与实验回归关系求出的风速比较，横坐标为模式结果；纵坐标为 (26) 式结果；直线表示两者相等

对于地转阻力系数 $c_a = \frac{u}{G}$, 按现代边界层理论, 它是罗斯贝数 $Ro = \frac{G}{f z_0}$ 及稳定性参数 μ 的函数^[6, 13], Зилитинкевич^[13]给出了不同 μ 范围内 c_a 对 Ro 的理论结果, 将我们上述 27 组结果与之比较, 除个别外均较一致。当然 Зилитинкевич 的结果也只是一种理论模式的结果, 但他主要是在 z_0 为常数的陆地情况下得到的, 本文结果是在 z_0 可变时, c_a 随 Ro 和 μ 的变化的主要特征仍然保留。

据文献 [1], 对某固定纬度, z_0 仅是 G 的函数, 现在显然还与 ΔT 有关。图 2 给出纬度 40° 处 $\Delta T = \pm 8^\circ$ 及不同地转风范围内的 z_0 计算值, 相应的中性时的 z_0 值亦画于图中以比较。 $\Delta T = -8^\circ$ 时, 只画到 $G = 33 \text{ m/s}$ 时止, 因再大则超出了 (5) 式适用范围^[3]。可见在同一 G 下, z_0 随 ΔT 增加而减少, $\Delta T = \pm 8^\circ$ 的 z_0 要相差 2—4 倍。由图可由 G 及 ΔT 大致估计 z_0 , 其它纬度处 z_0 与 G 的关系在数值上略有变动, $\frac{u}{G}$ 随纬度变, 因而 z_0 亦如此, 但主要特征不变。



按边界层理论, 地转风与地面风的夹角 α 在不稳定时较小, 而稳定时较大, α 也是 Ro 的函数, G 固定时, z_0 大则 α 大, 于是在同一 ΔT 下, G 大则 α 小, 本文结果符合上述特征。在文献 [1] 中得到中性时 α 在 15° — 20° 之间, 本文非中性时, 以纬度 55° 为例, 不稳定时变化于 9° — 16° ; 稳定时变化于 17° — 26° ; 这大致符合近代边界层理论中 α 的大小范围^[6]及文献 [3] 中给出的大小。

四、对光滑流的推广

在光滑流情况, (5) 式不再成立, 仍沿用文献 [1] 中的处理, 将光滑流时下式中的 z_{oe} 取代粗糙流中的 z_0 :

$$z_{oe} = \frac{v}{9u_*} \quad (27)$$

而光滑流中的 z_{oh} 也相应变为^[11]:

$$z_{oh} = \frac{0.395v}{u_*} \quad (28)$$

下边界条件用

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{u_*}{k(z + z_{oe})} \quad (29)$$

于是粗糙流时的模式同样可应用于光滑流。应用 Nikuradse 关于光滑与粗糙流的判据, 文献 [1] 中曾得到 $G = 4.5 \text{ m/s}$ 相应于光滑与粗糙的分界点, 但那是中性的情况, 稳定

时, 在同样 G 下, 海面风变小, 于是光滑与粗糙(过渡区)的分界处的地转风速将提高, 不稳定时则反之, 我们用文献[1]中同样的方法由粗糙度雷诺数 $Re_0 = \frac{u_* z_0}{v}$ 来用 Nikuradse 判据判别流动的种类。根据模式结果得到不同 ΔT 时区分光滑与粗糙流动的分界地转风速见表 3。

表 3 光滑流与粗糙流(包括过渡区)的分界地转风速

ΔT ($^{\circ}\text{C}$)	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
临界 G (m/s)	8.5	8	7.5	6.5	4.5	4	4	3.5	3.5

其中 ΔT 为 10 m 高处与海面温差, 在此临界地转风速上我们用(5)式或(27)式求出的模式结果差不多, 这也说明这些临界值是正确的。根据当时的地转风速和 ΔT , 我们可以决定在模式中选用(5)或(2)式。大部分实际状况仍然相应于(5)式。

五、用地转风与海气温差决定边界层风

文献[1]中在中性情况下, 由 G 及地理纬度可决定不同高度的边界层风; 非中性时, 按本文结果, 知道 G , ΔT 及纬度就可由模式决定不同高度边界层风, 对于近地层以上, 由于海上观测资料很少, 模式的精确度有待进一步检验, 模式结果只作参考。由于篇幅限制, 下面我们只给出纬度 40° 处, $G = 5, 10, 15, 20 \text{ m/s}$, $\Delta T = \pm 6^{\circ}$ 时共 8 种情况下 300 m 以下不同高度的风向风速, 见图 3、图 4。于是当由天气图信息求得地转风, 再有

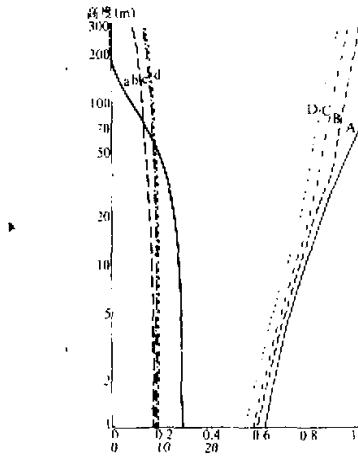


图 3 $\Delta T = -6^{\circ}\text{C}$ 时边界层各高度风速与地转风速之比 R (图右)及各高度风向与地转风夹角 θ (图左), 地转风速: (a) 5 m/s; (b) 10 m/s; (c) 15 m/s; (d) 20 m/s
 $R > 1$ 及 $\theta < 0$ 部分用了虚线

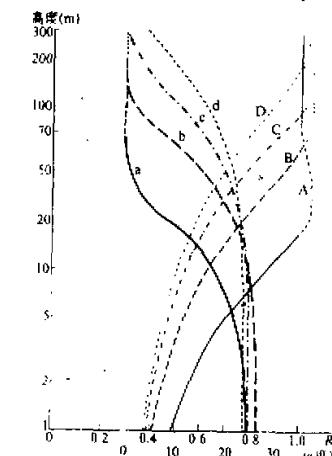


图 4 $\Delta T = 6^{\circ}\text{C}$ 时的边界层风与地转风速之比 R (大写字母)及各高度风与地转风夹角 θ (小写字母); 各曲线地转风速同图 3

ΔT (此处为 10 m 高与海面温差) 资料时可立即求出边界层风。

六、结语

本文将中性时海面可变边界条件的边界层模式推广到非中性，输入参数是地转风、纬度和海气温差。所得海面风及边界层参数符合观测，可用来计算海面边界层风。本文主要讨论边界层风，对其它参数如湍流应力、交换系数等未详细讨论，如果实际问题中需要这些参数，那么本模式也能求出这些值，此处不再赘述。由于本文是一维定常模式，在天气变化平流作用强或其它非定常影响大时，模式结果与实际是有一定的差距，这只能求助于进一步改进。

参 考 文 献

- [1] 赵鸣, 1987, 水面粗糙度可变时的定常中性大气边界层数值模式. 大气科学, 11 (3), 247—256.
- [2] Overland, I. E. and Gemmill, W. H., 1977, Prediction of marine winds in the New York Bight, *Mon. Wea. Rev.*, 105, 1003—1008.
- [3] Isozaki, I. and Uji, T., 1974, Numerical model of marine surface winds and its application of ocean wind waves, *Papers in Meteor. Geophys.*, 25, 197—231.
- [4] Hasse, L., 1974, On the surface to geostrophic wind relationship at sea and the stability dependence of resistance law, *Beitr. Phys. Atmos.*, 47, 45—55.
- [5] Garratt, J. G., 1977, Review of drag coefficients over oceans and continents. *Mon. Wea. Rev.*, 103, 915—929.
- [6] Tennekes, H., 1973, Similarity laws and scale relations in PBL, in "Workshop on Micrometeorology", Amer. Meteor. Soc., 197—216.
- [7] Blackadar, A. K. and Ching, J., 1965, Wind distribution in a steady state PBL of the atmosphere with upward heat flux, Final Report, Contract AF (604)—6641, Dept. of Meteor., The Penn. State Univ., 23—48.
- [8] Yamamoto, G., Shimanuki, A., Aide, M. and Yasuda, N., 1973, Diurnal variation of wind and temperature field in the Ekman layer, *J. Meteor. Soc. Japan.*, 51, 377—387.
- [9] Wippermann, F. and Leykauf, H., 1973, The effects of non-stationary on the PBL, *Beitr. Phys. Atmos.*, 46, 34—56.
- [10] Panofsky, H. A. and Dutton, J. A., 1984, Atmospheric Turbulence, Models and Methods for Engineering Applications. Wiley - Interscience, 133—148.
- [11] Brutsaert, W. H., 1982, Evaporation into the Atmosphere, D. Reidel Publishing Co., 122—123.
- [12] O'Brien, J., 1970, A note on the vertical structure of the eddy exchange coefficient in the PBL, *J. Atmos. Sci.*, 27, 1213—1215.
- [13] Зилитинкевич, С. С., 1970, Динамика пограничной слой атмосферы, Гидрометеоиздат, 191.
- [14] Estoque, M. A., 1973, Numerical modelling of the PBL, In "Workshop on Micrometeorology", Amer. Meteor. Soc., 217—270.