

陡峭地形有限区域数值预报模式设计

宇 如 聪

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文设计了一个考虑陡峭地形的 E - 网格有限区域数值预报模式。对如何减小由地形坡度带来的计算误差、我们从地形表示方式和差分格式构造两个方面给出了有效的处理方法。并用青藏高原的两个背风气旋实例对模式作了预报检验，同时比较了有、无地形的模拟结果。

一、引 言

如何计算地形对气流和天气的影响，这是数值预报的难点之一。目前，大多数模式都是通过 σ 坐标来考虑地形，这对于一般平缓地形是可行的，但若地形比较陡峭，则由于 σ 等值面过于倾斜可能带来严重的计算误差。所以，一般总是先将地形充分地“光滑”或“磨光”，然后再使用 σ 坐标，但这往往不能很好反映地形的作用。对于这个问题，已有许多气象工作者从不同的角度提出了各种各样的解决方法。国外关于这方面情况的综合介绍可参见 Mesinger 和 Janjić (1985)^[1] 的文章。国内也有许多专家作过研究，曾庆存 (1963)^[2] 首先引入对标准大气的偏差量作为预报量以消去地形所造成的气压梯度力计算误差，这种方法已被有效地应用了。后来他又考虑了一种用于陡峭地形的方法 (1982, 手稿)。纪立人 (1965, 手稿) 则干脆把陡峭高大的山脉 (如青藏高原) 处理作直立的无限高刚体，只容许气流从侧边绕过，他得到了很有趣的结果。

考虑到青藏高原等一些较陡峭地形对中国天气系统影响的重要性，本文在上述工作的基础上设计了一个适合任意陡峭地形的有限区域数值预报模式。用之试报青藏高原的背风气旋实例，得到了满意的结果。这一方面说明了本预报模式有良好的性能，同时也说明了陡峭地形在背风气旋形成中的重要作用。

二、模 式 设 计

数值预报模式设计应该考虑到大气运动中所有动力和物理过程的计算方案。由于本文的目的是考虑地形的动力影响，我们将主要侧重于模式动力框架的设计。其实，动力框架设计得好，地形的动力作用，即对气流的影响，就可能计算得准确，从而也改进了那些与动力过程有明显相互作用的物理过程的计算。

1. 数学模型

考虑到 IAP GCM 的动力框架可以保证完全能量守恒，有较好的稳定性和精度^[3, 4]。

1988 年 7 月 29 日收到，8 月 23 日收到修改稿。

而其它的数学模型似乎还只能构造出瞬时能量守恒格式，而能量守恒在大气运动方程组的整体性质中是极重要的，它是保证计算稳定性的充分条件^[5,6]，只有它才能完全克服非线性不稳定。所以，我们将以 IAP 模式为基础来建立我们的数学模型。为了适用于考虑陡峭地形，我们采用了曾庆存（1982）^[1]和 Mesinger（1983）^[7]引进的 η 坐标变换， η 坐标保留了 σ 坐标具有的简单下边界条件，而避免了在陡峭地形情况下 σ 等值面过于倾斜的缺点。Mesinger（1985）^[8]用这种方法较好地模拟了 GENOA 背风气旋。 η 坐标把地形表示为三维阶梯状，在模式内部形成刚体边界，对 IAP 模式作 η 变换后得到：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial \tau} = - \sum_{m=1}^3 \times_m (V) + f * U - P_y + D_v, \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} = - \sum_{m=1}^3 \times_m (U) - f * V - P_x + D_u, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \sum_{m=1}^3 \times_m (T) + S \left(C_o + \delta \frac{RT}{C_p P} \right) \left(\frac{1}{P\eta} \Omega^{(1)} + \Omega^{(2)} \right) + D_T, \\ \frac{\partial P^2}{\partial \tau} = - \frac{1}{\eta_s} \int_0^{\eta_s} D_{xy} d\eta, \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{SC_o T}{P\eta}, \\ \dot{\eta} \Big|_{\eta=0, \eta_s=0}, \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{SC_o T}{P\eta}, \\ \dot{\eta} \Big|_{\eta=0, \eta_s=0}, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{SC_o T}{P\eta}, \\ \dot{\eta} \Big|_{\eta=0, \eta_s=0}, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{SC_o T}{P\eta}, \\ \dot{\eta} \Big|_{\eta=0, \eta_s=0}, \end{array} \right. \quad (6)$$

其中 $\eta = \sigma \eta_s$, $\eta_s = \frac{p_{rf}(z_s) - p_t}{p_{rf}(z_b) - p_t}$, $\sigma = \frac{p - p_t}{p_{es}}$, $p_{es} = p_s - p_t$;

$$P = \sqrt{p_{es}/\eta_s}, S = \frac{p - p_t}{p} = \eta / \left(\eta + \frac{p_t}{P^2} \right);$$

$$U = Pu, V = Pv, T = \frac{R Pt}{C_0};$$

$$\times_1(F) = \frac{1}{2a \sin \theta} \left(2 \frac{\partial Fu}{\partial \lambda} - F \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right),$$

$$\times_2(F) = \frac{1}{2a \sin \theta} \left(2 \frac{\partial Fv \sin \theta}{\partial \theta} - F \frac{\partial v \sin \theta}{\partial \theta} \right),$$

$$\times_3(F) = \frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial F\dot{\eta}}{\partial \eta} - F \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \eta} \right);$$

$$P_x = P_{x1} + P_{x2}, P_y = P_{y1} + P_{y2},$$

$$P_{x1} = P \frac{\partial \phi}{a \sin \theta \partial \lambda}, P_{y2} = SC_o T \frac{\partial \ln P^2}{a \sin \theta \partial \lambda},$$

$$P_{y1} = P \frac{\partial \phi}{a \partial \theta}, P_{y2} = SC_o T \frac{\partial \ln P^2}{a \partial \theta};$$

¹⁾ 手稿：曾庆存的方法和 Mesinger 方法略有不同，但本质上是一致的。他取 $\eta_s = (\bar{p}_s - p_t) / (p_0 - p_t)$ ，其中 p_0 为海平面平均气压（常数）；而 \bar{p}_s 为该地段地面气压的长期平均、为依赖于地段的常数。

$$\begin{aligned}\Omega^{(1)} &= - \int_0^{\pi} D_{xy} d\eta, \quad \Omega^{(2)} = V \frac{\partial \ln P^2}{a \partial \theta} + U \frac{\partial \ln P^2}{a \sin \theta \partial \lambda}, \\ D_{xy} &= \frac{1}{a \sin \theta} \left(\frac{\partial PV \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial PU}{\partial \lambda} \right); \\ D_u &= k_u^2 / P^3 |\Delta' u| \Delta' u, \quad \Delta' = \nabla (P^2 \nabla u), \\ D_v &= k_v^2 / P^3 |\Delta' v| \Delta' v, \quad \Delta' v = \nabla (P^2 \nabla v), \\ D_t &= k_t^2 R / C_0 |\Delta' t| \Delta' t, \quad \Delta' t = \nabla (P^{2k+2} \nabla (t / P^{2k})); \\ \Delta F &= \frac{\partial F}{a \sin \theta \partial \lambda} \vec{\lambda}_0 + \frac{\partial F}{a \partial \theta} \vec{\theta}_0, \\ \nabla \cdot \vec{G} &= \frac{1}{a \sin \theta} \left(\frac{\partial G_\theta \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial G_\lambda}{\partial \lambda} \right), \\ \dot{\eta} &= \frac{d\eta}{d\tau} = \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \eta}{a \sin \theta \partial \lambda} + v \frac{\partial \eta}{a \partial \theta}, \\ f^* &= 2\omega \cos \theta + (\operatorname{ctg} \theta / a) u.\end{aligned}$$

$\delta = 0$ 或 1 , $\delta = 0$ 表示绝热项只考虑标准层结部分; c_0 是标准层结大气所考虑的定常重力波速; a , R , c_p 和 ω 分别是地球半径、气体常数、定压比容和地球旋转角速度; $\kappa = R / c_p$; k_u , k_v 和 k_t 分别为 u , v 和 t 的水平扩散系数; u , v , t 和 ϕ 分别是纬向风速、经向风速、扰动温度和扰动位势; λ , θ 分别是经度和纬度; (λ, θ, η) 是模式的空间坐标; τ 是时间坐标; z 是地形高度, z_b 是用来构造坐标面的平缓地形; $p_{ref}(z)$ 是标准层结大气在 z 高度处的气压; p_t , p_g 和 p 分别表示模式层顶气压、地面气压和气压。

2. 变量的网格分布

Arakawa 和 Lamb (1977)^[9] 最早用线性化浅水波方程系统比较了五种水平网格分布下空间差分对频散的歪曲, 指出了 A, D 网格歪曲较大。后来的许多工作也提示了 A, D 网格较其它网格还有另外一些缺点 (Mesinger, 1981)^[10]。而 B, E 网格相差仅是 45° 旋转, 二者的性质相似, 所以, 我们可以只比较 C, E 网格。

文献 [9] 虽然指出了在二维情况下 C 网格差分的频散更接近于解析情况, 但是, 当 Rossby 变形半径与水平格距相比较小时, 失去其优越性。尤其是 Gadd (1978)^[11] 在使用不同网格分布构造模式差分的试验中, 发现 C 网格可能存在时间截断误差, 在其它条件相同的情况下, 使用 C 网格构造空间差分, 时间步长不能超过 15 分钟, 使用 E 网格则可在 30 分钟以上。另外, E 网格具有精度高及保持科氏力单点不作功等优点。考虑到我们的目的是建立有限区域预告模式, 我们将选用 E 网格。

至于 σ 或 η 坐标下变量的垂直分布, 为了保证气压梯度力两项差分格式的协调性, 将位势高度和垂直速度一起分布在两层的交界面上是必要的 (Janjic, 1977)^[12]。

图 1a 和 1b 分别给出了本模式的变量水平分布和垂直分布。

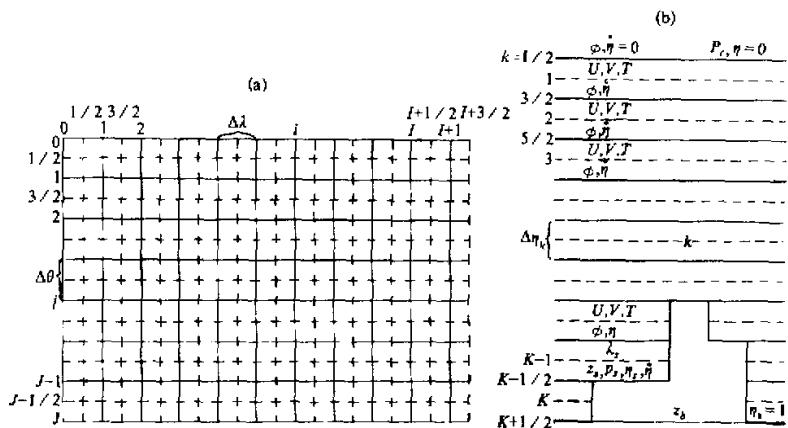


图1 变量在差分网格上的分布

a: 水平网格分布, 满足 $i+j = LL$ (LL 为整数) 的点和满足 $i+j = LL + \frac{1}{2}$ 的点分别是高度场和速度场变量分布点.
b: 垂直网格分布, 位势高度和垂直速度分布在两层的界面上.

3. 主体空间差分格式

差分格式的设计应尽可能地保持微分、积分的性质, 对于中短期预报模式, 还应最大限度地保留初始场信息. 本模式差分方案是在下列思想指导下设计的: (1) 保持差分关系的协调性; (2) 注意在整体性质约束下各项差分格式间的相互联系; (3) 尽量保留初始场信息; (4) 使差分格式与周围所有方向的相邻点建立联系, 谋求计算光滑性; (5) 防止计算重力波在边界上的反射.

我们采用下列记号:

(i) 格点函数

$$F_i \equiv F(\lambda_i), \quad \lambda_i = \lambda_0 + i \cdot \Delta\lambda, \quad i = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots, I + \frac{3}{2};$$

$$F_j \equiv F(\theta_j), \quad \theta_j = \theta_0 + j \cdot \Delta\theta, \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots, J;$$

$$F_k \equiv F(\eta_k), \quad \eta_k = \begin{cases} \sum_{l=1}^k \Delta\eta_{l-1} + \frac{1}{2} \Delta\eta_k & k = 1, 2, \dots, K; \\ \sum_{l=1}^{k+\frac{1}{2}} \Delta\eta_{l-1}, \quad \Delta\eta_0 \equiv 0 & k = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, K + \frac{1}{2}; \end{cases}$$

其中 $\lambda_0, \theta_0, \Delta\lambda, \Delta\theta, \Delta\eta_k, I, J, K$ 见图 1a 和 1b.

(ii) 差分算子

$$\delta_x F_i \equiv F_{i+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}, \quad i = \frac{1}{2}, 1, \dots, I + \frac{1}{2};$$

$$\delta_y F_j \equiv F_{j+\frac{1}{2}} - F_{j-\frac{1}{2}}, \quad j = \frac{1}{2}, 1, \dots, J - \frac{1}{2};$$

$$\delta_\eta F_k \equiv F_{k+\frac{1}{2}} - F_{k-\frac{1}{2}}, k = 1, \frac{3}{2}, \dots, K;$$

(iii) 平均算子

$$\begin{aligned} \bar{F}_i^{\lambda} &\equiv \frac{1}{2} \left(F_{i+\frac{1}{2}} + F_{i-\frac{1}{2}} \right), i = \frac{1}{2}, 1, \dots, I+1, \\ \bar{F}_j^\theta &\equiv \frac{1}{2} \left(F_{j+\frac{1}{2}} + F_{j-\frac{1}{2}} \right), j = \frac{1}{2}, 1, \dots, J-\frac{1}{2}, \\ \bar{F}_k^\eta &\equiv \frac{1}{2} \left(F_{k+\frac{1}{2}} + F_{k-\frac{1}{2}} \right), k = 1, \frac{3}{2}, \dots, K, \\ \bar{F}_{i,j}^{\lambda,\theta} &\equiv \frac{1}{2} \left(\bar{F}_{i,j+\frac{1}{2}}^{\lambda} + \bar{F}_{i,j-\frac{1}{2}}^{\lambda} \right) = \frac{1}{2} \left(\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^\theta + \bar{F}_{i-\frac{1}{2},j}^\theta \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{1}{2}, 1, \dots, I+1 \\ j = \frac{1}{2}, 1, \dots, J-\frac{1}{2} \end{array} \right. \end{aligned}$$

应用上述记号和算子, 并记U或V为 F_v , T为 F_h , 我们取主体差分格式为:

$$\begin{cases} [\varphi_1(F_v)]_{i,j,k} = \frac{1}{2a \sin \theta_j \Delta \lambda} [2\delta_\lambda(\dot{u}\bar{F}_v^\lambda) - F_v \delta_\lambda(\dot{u})]_{i,j,k}; \\ [\varphi_2(F_v)]_{i,j,k} = \frac{1}{2a \sin \theta_j \Delta \theta} [2\delta_\theta(\dot{v} \sin \theta \bar{F}_v^\theta) - F_v \delta_\theta(\dot{v} \sin \theta)]_{i,j,k}; \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, k_s; i=2, \frac{5}{2}, \dots, I-\frac{1}{2}; j=2, \frac{5}{2}, \dots, J-2; i+j=LL+\frac{1}{2}, LL \text{ 为整数}). \quad (7)$$

$$\begin{cases} [\varphi_1(F_h)]_{i,j,k} = \frac{1}{2a \sin \theta_j \Delta \lambda} [2\delta_\lambda(u\bar{F}_h^\lambda) - F_h \delta_\lambda(u)]_{i,j,k}; \\ [\varphi_2(F_h)]_{i,j,k} = \frac{1}{2a \sin \theta_j \Delta \theta} [2\delta_\theta(v \sin \theta \bar{F}_h^\theta) - F_h \delta_\theta(v \sin \theta)]_{i,j,k}; \end{cases} \quad (\text{除 } i+j=LL \text{ 外, 其它条件同 (7)}). \quad (8)$$

$$\begin{cases} [\varphi_3(F_v)]_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta \eta_k} [2\delta_\eta(\dot{\eta}\bar{F}_v^\eta) - F_v \delta_\eta(\dot{\eta})]_{i,j,k}; \\ [\varphi_3(F_h)]_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta \eta_k} [2\delta_\eta(\dot{\eta}\bar{F}_h^\eta) - F_h \delta_\eta(\dot{\eta})]_{i,j,k}; \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, k_s; i=1, \frac{3}{2}, \dots, I+\frac{1}{2}; j=1, \frac{3}{2}, \dots, J-1; i+j=LL+\frac{1}{2}, LL \text{ 为整数, } F_{v_0}=F_{v_{k_s+1}}=0). \quad (9)$$

$$\begin{cases} [\varphi_3(F_v)]_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta \eta_k} [2\delta_\eta(\dot{\eta}\bar{F}_v^\eta) - F_v \delta_\eta(\dot{\eta})]_{i,j,k}; \\ [\varphi_3(F_h)]_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta \eta_k} [2\delta_\eta(\dot{\eta}\bar{F}_h^\eta) - F_h \delta_\eta(\dot{\eta})]_{i,j,k}; \end{cases} \quad (\text{除 } i+j=LL \text{ 外, 其它条件同 (9)}). \quad (10)$$

$$\begin{aligned} [D_{xy}]_{i,j,k} &= \frac{1}{a \sin \theta_i} \left[\frac{1}{\Delta \lambda} \delta_\lambda (\hat{P} U) + \frac{1}{\Delta \theta} \delta_\theta (\hat{P} V \sin \theta) \right]_{i,j,k}; \\ (k &= 1, 2, \dots, k_s; i = 1, \frac{3}{2}, \dots, I + \frac{1}{2}; j = 1, \frac{3}{2}, \dots, J - 1; \\ i+j &= LL, LL \text{ 为整数}). \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [P_{x1}]_{i,j,k} = \frac{1}{a \sin \theta_i \Delta \lambda} [\hat{P} \delta_\lambda \bar{\phi}^*]_{i,j,k}; \\ [P_{y1}]_{i,j,k} = \frac{1}{a \Delta \theta} [\hat{P} \delta_\theta \bar{\phi}^*]_{i,j,k}; \\ [P_{x2}]_{i,j,k} = \frac{C_0}{a \sin \theta_i \Delta \lambda} [(S^T T) \delta_\lambda \ln P^2]_{i,j,k}; \\ [P_{y2}]_{i,j,k} = \frac{C_0}{a \Delta \theta} [(S^T T) \delta_\theta \ln P^2]_{i,j,k} \\ \text{(除 } i+j=LL+\frac{1}{2} \text{ 外, 其它条件同(11))}. \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\Omega^{(1)}]_{i,j,k} = - \sum_{l=1}^k [D_{xy}]_{i,j,l-\frac{1}{2}} \Delta \eta_{l-\frac{1}{2}}, [D_{xy}]_{i,j,0}=0; \\ [\Omega^{(2)}]_{i,j,k} = \frac{1}{a \sin \theta_i} \left[\frac{1}{\Delta \lambda} (\bar{U} \delta_\lambda \ln P^2) + \frac{1}{\Delta \theta} (\bar{V} \sin \theta \delta_\theta \ln P^2) \right]_{i,j,k}; \end{array} \right. \quad \text{(条件与(11)相同).} \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\eta}_{i,j,\frac{1}{2}} = \dot{\eta}_{i,j,k_s+\frac{1}{2}} = 0, \\ P_{i,j}^2 \delta_\tau \dot{\eta}_x + \Delta \eta_k \left(\frac{\partial P_{i,j}^2}{\partial \tau} + [D_{xy}]_{i,j,k} \right) = 0; \end{array} \right. \quad \text{(条件与(11)相同).} \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{i,j,k_s+\frac{1}{2}} = R \left(\frac{\tilde{T}_s}{\tilde{p}_s} p_s \right)_{i,j}, \\ \frac{1}{\Delta \eta_k} [\delta_\tau \phi]_{i,j,k} = - \frac{C_0}{\eta_k} \left(\frac{ST}{P} \right)_{i,j,k}; \end{array} \right. \quad \text{(条件与(11)相同).} \quad (15)$$

其中 \tilde{T}_s, \tilde{p}_s 分别是标准层结大气的地面温度和地面气压; $p_s = p_s - \tilde{p}_s$.

可以证明, 当把上述主体差分格式扩展到所有可能点上, 取周期或刚体等边界条件时, 保留了下列性质: (1) 总质量守恒; (2) 科氏力单点不作功; (3) 非线性平流不破坏能量守恒; (4) $\delta=0$ 时, 由 η 坐标面倾斜所出现的气压梯度力修正项产生的动能与绝热修正项产生的位能相抵消 (在微分时是单点性质, 而这里是整体性质); (5) 总有效能量守恒.

4. 侧边界处理

在预报区域第一圈边界上, 高度场和法向速度场取为固定; 而对切向速度, 当法向速

度指向区域外时用梯度外推, 否则仍取作固定值。对第三、四圈($i=1, \frac{3}{2}, I, I+\frac{1}{2}$; $j=1, \frac{3}{2}, J-\frac{1}{2}, J-1$)的水平平流差分, 当法向速度指向外时用迎风差格式, 否则仍用上面的主体平流格式。第二圈边界上的所有量均用4点平均。

5. 修正差分格式

(i) 地面扰动位势计算的修正

曾庆存(1979)^[13]给出了静力扣除后的地面扰动位势 ϕ_s' 和地面扰动气压 p_s' 的近似计算关系(见(15)式), 但在初值形成阶段, 为了保持 $\phi_s' = \phi_s - \tilde{\phi}_s(\rho_s)$ 与(15)式中 ϕ_s (即 $\phi_{i,j,k_s+\frac{1}{2}}$)计算的一致性, 往往需调整 p_s' 。为了保留实际的地面气压场, 又不使初值形成的 ϕ_s' 与积分过程中的 ϕ_s' 计算发生不协调, 将(15)式中 $\phi_{i,j,k_s+\frac{1}{2}}$ 的计算公式改为

$$\phi_{i,j,k_s+\frac{1}{2}}^{n+1} = \phi_{i,j,k_s+\frac{1}{2}}^n + [(R\tilde{T}_s/\tilde{P}_s)\Delta_t \tilde{p}_s]_{i,j}, \quad (15)_1$$

其中 $\Delta_t p_s \equiv (p_s)^{n+1} - (p_s)^n$ 。

(ii) 保留初始场差分静力平衡误差

为了保留主要由差分代替微分所带来的静力平衡误差, 同时保留温度场和位势场的初值意义, 周晓平在他的模式中对静力平衡方程两边求时间微商, 把诊断方程化为预报方程, 而我们这里则直接采用误差订正法:

$$\begin{cases} [R_p^{(0)}]_{i,j,k} = [(\phi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \phi_{i,j,k-\frac{1}{2}})/\Delta\eta_k + C_0 S_{i,j,k} T_{i,j,k}/(P_{i,j} \eta_k)]_{t=0}, \\ \phi_{i,j,k-\frac{1}{2}} = \phi_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \{(c_0 S_{i,j,k} T_{i,j,k})/(P_{i,j} \eta_k) - [R_p^{(0)}]_{i,j,k}\} \Delta\eta_k \end{cases} \quad (15)_2$$

(iii) 质量水平辐射散差分格式修正

E 网格是两个 c 网格对角平移一半对角线的迭加, 当重力波方程在 E 网格变量分布下采用中央差时, 这两个 c 网格上的解相互独立, 从而产生虚假的二倍格距波。Janjic(1979)^[14]通过结合45°坐标旋转求得的气压梯度力散度修正连续方程差分解决了这个问题, 但这种方法不便在球坐标下直接应用。我们设计了半格距气压梯度力散度差分解决了这个问题, 即取作:

$$D_{\alpha} = D_{\alpha+} + \Delta\tau \alpha (D_{\alpha+} - D_{\alpha-}), \quad (11)'$$

其中 $0 < \alpha < 1$, $\Delta\tau$ 为时间步长, D_{α} 是按主体差分格式求得的质量散度, $D_{\alpha+}$ 与 $D_{\alpha-}$ 分别是按整格距差分和半格距差分求得的气压梯度力散度。

(iv) 扩散项差分格式

为了能使扩散项差分格式涉及所有周围邻点的不均匀性, 用类似于上面的方法, 用整格距差分与半格距差分的结合来构造差分格式:

$$D_{\alpha} = \alpha D_{\alpha+} + (1-\alpha) D_{\alpha-}, \quad (16)$$

其中 $0 < \alpha < 1$, $D_{\alpha+}$ 与 $D_{\alpha-}$ 分别是按整格距差分与半格距差分求得的扩散量。

6. 时间积分方案 —— 分解积分

分解积分^[15—17]除了节省计算时间外，更主要的是为方程组中不同部分采用各自的差分格式提供了方便。本模式的时间积分方案如图2所示， $\Delta\tau_3=2\Delta\tau_2=4\Delta\tau_1$ ，对适应部分I₁

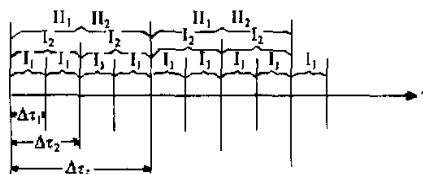


图2 时间积分方案(分解积分)

I₁：适应部分；I₂：垂直平流；II₁：水平平流；II₂：扩散项。

采用小步长经济格式，而对平流部分I₂(垂直平流)和II₁(水平平流)则采用大步长梯形隐式方案，保证平流过程能量守恒。对扩散项II₂用显示格式则是方便的。

三、检验预报与地形试验

为了检验模式的性能，我们试报了两个青藏高原以东背风气旋的生成和发展过程。除了考虑高原作用和大尺度降水外，未加任何其它过程。整个计算过程也未加任何全场平滑。

1. 过程简介

1979年4月6日20时有一次很强的背风气旋发展过程。24小时前，地面图上高原东部处于高压脊控制下，地面气压场比较均匀；到6日20时，地面气压场上出现了一个倒槽(图4a)；7日20时已演变成了一个很强的锢囚气旋(图5a)。

相比之下，1979年5月12日20时的背风气旋要比前者弱得多，过程发展比较缓慢，气旋形成后24小时没有演变成锢囚。

2. 模式参数

预报范围是60—151°E, 11—67°N，模式水平分辨率相当于两个($1.875^\circ \times 1.875^\circ$)的C网格叠加，水平格点数是 50×61 ；垂直方向分5层，模式层顶取为100hPa，5层取等间隔($\Delta\eta = 0.2$)。时间步长 $\Delta\tau_1$ (如图2)取180s。

3. 地形

格点平均地形的最大高度为4200m。另外，用这样的地形资料把大于2000m以上的地形高度按程序 $H_s = \sqrt{2000Hs}$ 变缓，由此得到的平缓地形最大高度约3000m，然后，再按图3对此平缓地形加强(平缓地形用来构造 η 坐标面)，这样就得到了所谓的“混合强地形”，它的最大高度约6000m。

4. 资料来源和处理

原始资料是从FGGE资料带上读出的等压面资料，然后，先样条插值到本模式的水平格点上，再线性插值到 η 坐标面上。

5. 试验结果

我们对4月6日20时的背风气旋用前一天的资料作为初始场分别对无地形、格点平均地形和混合强地形作了预报试验。结果是混合强地形的模拟结果最接近实测场，24小时后与实测场一样出现了一个倒槽(图4b)，48小时后(7日20时)该倒槽发展成一个很强的气旋。比较图5d和图5a可见，预报强度与实况仅差5hPa左右，而无地形的48小时预报只得到紧靠高原东侧的一条低压带(图5b)。格点平均地形虽然也模拟出了背风气旋，但强度明显偏强，如图5c，48小时预报场较实测值强20hPa。

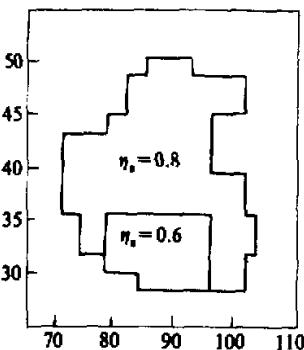


图3 加强地形

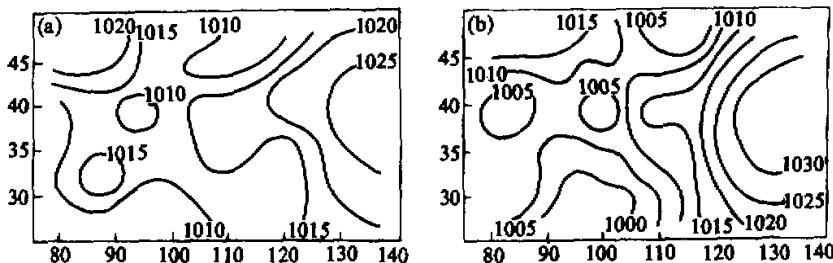


图4 1979年4月6日20时海平面气压场

a：实测场； b：混合强地形 24 小时预报场。

盛华和陶诗言(1987)^[18]指出，青藏高原背风气旋的形成、发展主要是高原的绕流作用，而这种绕流作用控制的环流形势对背风气旋的强烈发展起抑制作用。上面的试验结果与这个观点是一致的。在无地形情况下，当然无所谓绕流，堆积在高原北侧的冷空气在没有阻挡的情况下径直南下，造成紧靠高原东侧的低压带。网格平均地形虽然对冷空气有阻挡作用，但因高原高度不足，减小了绕流作用，只有取了比较接近于实际的混合强地形才较正确地反映了地形的绕流和爬升作用，给出正确的预报结果。

为了能进一步证实模式的可靠性，我们又对5月12日20时的背风气旋作了无地形和混合强地形的对比试验。可能是这次过程比较弱，地形动力作用过程进行比较缓慢，在背风气旋形成前24小时的背景场上已隐含了地形的动力作用。当我们用11日20时的资料作为初始场预报时，24小时后有、无地形的模拟结果都报出了背风气旋，即使如此，在有地形时模拟结果也更接近于实测场。特别是，当以11日08时(气旋生成前36小时)资料作为初始场作36小时预报时，地形影响就明显多了。混合强地形试验仍报出了背风气旋且强度与实测的一致(比较图6c和6a)，而无地形时却只在紧贴高原东侧有一条低压带(图6b)。

四、结 论

用IAP模式的数学模型并引进 η 坐标变换，选用E网格作为变量的水平分布形式，我们设计了一个可以考虑任意陡峭地形的数值预报模式。本模式具有下列性质和特点：(1)引进

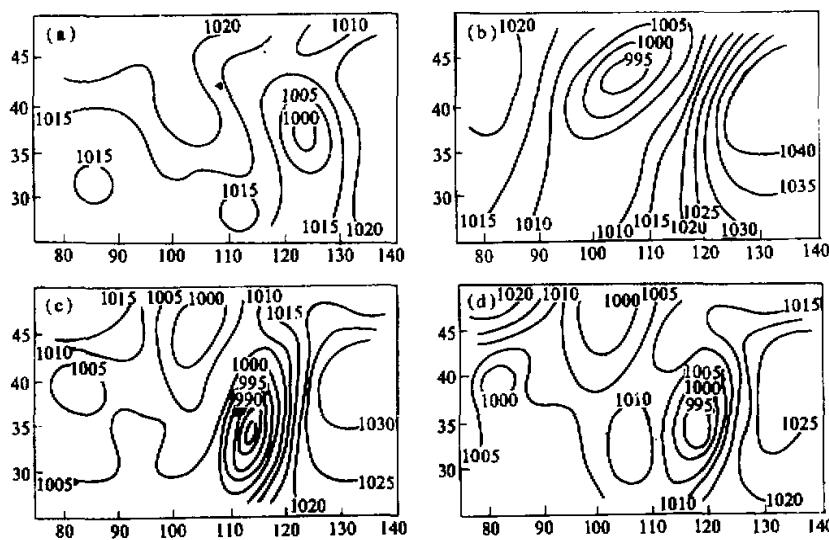


图 5 1979 年 4 月 7 日 20 时海平面气压场

a : 实测场; b : 无地形 48 小时预报场; c : 格点平均地形 48 小时预报场; d : 混合强地形 48 小时预报场.

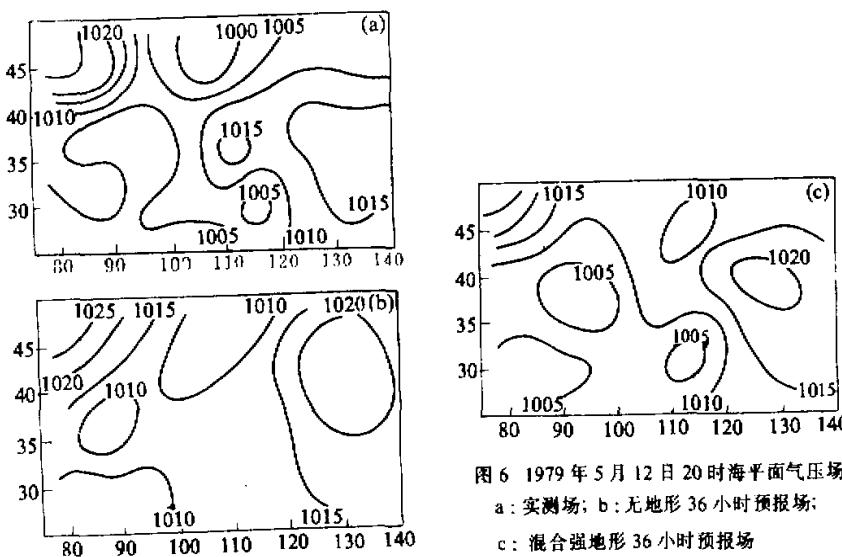


图 6 1979 年 5 月 12 日 20 时海平面气压场

a : 实测场; b : 无地形 36 小时预报场;
c : 混合强地形 36 小时预报场

参考大气或静力扣除;(2)差分格式协调一致;(3)在主体差分下有质量守恒、有效能量守恒以及非线性平流项对能量守恒性无影响;(4)科氏力单点不作功;(5)用半格距差分修正得到了计算光滑性;(6)修正地表扰动位势计算和静力平衡方程差分,较好地保留了地面气压场、位势场和温度场的初始值信息;(7)采用分解算法作时间积分.

通过实例预报试验,初步证明了本模式有较好的计算稳定性和较强的预报能力,适合于考虑陡峭地形。当然,由于许多过程还没有考虑,模式分辨率及地形考虑都还比较粗糙,使背风气旋位置和强度模拟尚有一些偏差,这些有待于进一步完善。

本文是在曾庆存教授的启发和指导下完成的,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Mesinger, F. and Janjic', 1985, Problems and Numerical Methods of the Incorporation of Mountains in Atmospheric Models, *Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 22, 81—118.
- [2] 曾庆存, 1963, 大气运动的特征参数和动力学方程, 气象学报, 第33卷, 第4期, 472—483.
- [3] 曾庆存, 袁重光、张学洪和包宁, 1985, 一个大气环流模式差分格式的检验, 气象学报, 第43卷, 第4期.
- [4] Zeng Q.-C., C.-G. Yuan, X.-H. Zhang, X.-Z. Liang and N. Bao, 1986, A Global Gridpoint General Circulation Model, Short- and Medium-Range Numerical Weather Prediction, Collection of Papers Presented at the WMO/IUGG NWP Symposium, Tokyo, 4—8 August 1986, edited by Matsuno.
- [5] 曾庆存和季仲贞, 1981, 关于非线性计算稳定性的若干问题, 力学学报, 第3期.
- [6] 曾庆存和张学洪, 1981, 完全保持能量守恒的可压缩流体时-空差分格式和协调的分解算法, 中国科学, 第11期.
- [7] Mesinger, F., 1983, A blocking technique for representation of mountains in atmospheric models, Res. Activities in Atmos. and Oceanic Modelling, Rep. 5, WMO, Geneva, 4.9—4.10; also, Riv. Meteor. Aeronautica, 43.
- [8] Meinger, F., 1985, The sigma system problem, Seventh Conference on Numerical Weather Prediction.
- [9] Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1977, Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model, *Methods in Computational Physics*, Vol. 17, General Circulation Models of the Atmosphere, J. Chang, Ed. Academic Press.
- [10] Mesinger, F., 1981, Horizontal advection Schemes of a staggered grid— An enstrophy and energy-conserving model, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 109, p. 467—478.
- [11] Gadd, A. J., 1978, A split explicit integration scheme for numerical weather prediction, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, Vol. 104, No. 441, p. 569—582.
- [12] Janjic', Z. I., 1977, Pressure gradient force and advection scheme used for forecasting with steep and small scale topography, *Contrib. Atmospheric Phys.*, Vol. 50, 186—199.
- [13] 曾庆存, 1979, 数值天气预报的数学物理基础, 第一卷, 科学出版社.
- [14] Janjic', Z. I., 1979, Forward-Backward scheme modified to prevent two-grid-interval noise and its application in a coordinate models, *Contrib. Atmospheric Phys.*, Vol. 52, No. 2.
- [15] 曾庆存, 1963, 大气中的适应过程和发展过程(二) 非线性问题, 气象学报, 第33卷, 第3期.
- [16] 陈秋生, 1963, 简单斜压大气中热成风的建立和破坏(二), 气象学报, 第33卷, 第2期.
- [17] Marchuk, G. I., 1974, Numerical methods in weather prediction, New York, Academic Press. (Russian edition 1967).
- [18] Shang Hua and Tao Shi-Yan, 1987, Dynamic influence of Qinghai-Xizang plateau and Rocking mountain on ice cyclones, International Conference on the General Circulation of East Asia (ICGCEA).