

近地面层湍流通量观测 误差的比较*

胡 隐 樵**

(中国科学院兰州高原大气物理研究所)

提 要

本文根据误差理论分析并比较了在近地面层内各种间接确定湍流通量方法的观测误差。空气动力学法由于采用不同的通用函数将造成很大的误差。H 扣除法确定潜热通量, 当 Bowen 比小时误差较小, Bowen 比 $B > 1$ 之后误差随 B 的增大迅速增长。在相同的观测条件下间接法确定湍流通量以 Bowen 比法和组合法误差最小, 实例计算表明组合法的精度最高。

关键词: 近地面层; 湍流通量

一、引 言

无论是海气相互作用或地气相互作用, 其重要过程是地球表面同低层大气(近地面层)之间的热量、水汽和动量的垂直输送。如何得到近地面层的热量、水汽和动量通量是大气环流和气候数值模拟的重要问题。近地面层内热量和各种物质通量(水汽、 CO_2 和其它物质)的测量对于农业、森林和大气污染等实际应用问题也是很重要的。

目前测量大气湍流通量有多种方法。直接观测法有涡旋相关法^[1], 它可以测量感热、潜热和动量通量; 异力扳法确定动量通量^[2]; 称重法确定蒸发量^[2]。除此之外, 还有间接法。其中应用广泛, 历史较长的是空气动力学法^[3, 4]; 随后又发展了 Bowen 比法^[5, 6]、H 扣除法^[7]和组合法^[8], 这三种方法以能量平衡为基础。

各种确定大气湍流通量的方法其测量误差是不一样的, 文献中在具体使用某种方法时对其测量误差都有所讨论。但是至今很少有人统一比较过它们的误差。这给确定湍流通量观测方案带来一定的盲目性。Grant^[7]比较过动力学法、Bowen 比法和 H 扣除法确定蒸发的测量误差, 但是他没有讨论其它湍流通量问题, 尤其是没有讨论动力学法由于采用不同通用函数 $\phi(z/L)$ 形式所造成的测量误差。Lo^[9]等的研究发现, 由于采取不同

1988年7月15日收到, 11月28日收到修改稿。

* 本文是国家基金委员会资助的“黑河地区地气相互作用实验研究”重大项目的研究结果之一。

** 张强参加了部分资料计算工作。

作者建立的通用函数 $\phi(z/L)$ 的模式来计算 U_* (代表动量通量) 和 θ_* (代表感热通量) 造成的相对误差是非常严重的. 本文根据误差分析的原理和实例计算、统一比较了动力学法、Bowen 比法、H 扣除法和组合法等间接确定湍流通量方法的测量误差. 并且分析了动力学法由于采用不同通用函数模式所造成的误差.

二、基本原理

空气动力学法确定近地面层湍流通量的基本原理是 Monin-Obukhov (简记为 M-O) 建立的相似性理论^[3,4]. 根据这一理论, 粗糙下垫面上的关系

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{U_*}{k(z-d)} \phi_M, \quad z > h \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta_*}{k(z-d)} \phi_H, \quad z > h \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{q_*}{k(z-d)} \phi_W, \quad z > h \quad (3)$$

如果通用函数 $\phi_{M,H,W}(z/L)$ 或 $\phi_{M,H,W}(Ri)$ 的形式已知的话, 只要测量 u 、 θ 和 q 的梯度就可以从(1)–(3)确定 U_* 、 θ_* 和 q_* . 最后求得湍流通量

$$H = -\rho C_p U_* \theta_*, \quad (4)$$

$$\lambda E = -\rho \lambda U_* q_*, \quad (5)$$

$$\tau = \rho U_*^2, \quad (6)$$

上面各式中 λ 为蒸发潜热, 其它符号是通用的.

可以将(4)–(5)计算湍流通量的公式作一形式变换. 为此引入层结稳定度的影响函数^[8]

$$F = (\phi_M \phi_H)^{-1}. \quad (7)$$

一般都可以认为 $\phi_H = \phi_W$, 这时由(1)–(5)和(7)可得到:

$$H = H_0 \cdot F, \quad (8)$$

$$\lambda E = (\lambda E_0) \cdot F, \quad (9)$$

其中

$$H_0 = -\rho C_p k^2 (z-d)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} = -\rho C_p U_{*0} Q_{*0}, \quad (10)$$

$$\lambda E_0 = -\rho \lambda k^2 (z-d)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{\partial q}{\partial z} = -\rho \lambda U_{*0} q_{*0}. \quad (11)$$

(10) 和 (11) 是不考虑稳定度影响, 即 $F = \phi_M = \phi_H = \phi_W = 1$ 时的湍流通量表达式. 用(7)–(11) 计算感热和潜热通量与用公式(1)–(5)在本质上是一致的. 为了方便起见, 下面讨论误差时对公式(8)–(9)进行分析.

能量平衡法确定湍流通量的物理基础是地表面层的能量平衡方程

$$A = H + \lambda E, \quad (12)$$

这里 A 是可利用的能量, 它可表示为

$$A = R - G - P - S, \quad (13)$$

其中 R 、 G 、 P 和 S 分别是净辐射、地热流量、植物光合作用消耗的能量和地表层土壤贮藏

的能量.同 R 相比,一般 P 可忽略不计,定常状态也可忽略 S .

利用(12)和(13)确定湍流通量共有三种方法,其原理分别如下:

(1) Bowen 比法

首先定义 Bowen 比:

$$B = \frac{H}{\lambda E} = \frac{C_p}{\lambda} \cdot \frac{\delta \theta / \delta z}{\delta q / \delta z}, \quad (14)$$

式中 δ 为梯度的差分符号.从(12)和(14)解出

$$H = \frac{B}{1 + B} \cdot A, \quad (15)$$

$$\lambda E = \frac{1}{1 + B} \cdot A. \quad (16)$$

这样,只要测量净辐射 R 和地热流量 G 以及 θ 和 q 的梯度即可确定 H 和 λE .

(2) H 扣除法

文献中这种方法又叫能量平衡法或组合法.为了明确起见,且与下面的组合法相区别,这里我们称为“H 扣除法”.如果已测量可利用能量 A ,并用涡旋相关法或空气动力学法确定了感热通量 H ,那么从能量平衡方程(12)就可确定潜热通量

$$\lambda E = A - H, \quad (17)$$

所以称之为“H 扣除法”是恰当的.

(3) 组合法

组合法将空气动力学法与能量平衡法紧密结合起来.将(8),(9)代入(12)得到稳定度影响函数

$$F = \frac{A}{H_0 + \lambda E_0}. \quad (18)$$

如果已测定可利用能量 A ,风速、温度和湿度梯度.那么从(10),(11)计算得到不考虑稳定度影响条件下的感热和潜热通量.然后从(18)就可以计算稳定度影响函数 F ,最后由公式(8)和(9)确定感热和潜热通量.

我们从以上湍流通量测量原理并利用误差传递理论便可以得到相应的误差估计公式.

由(8)和(9)得到空气动力学法的相对误差估计公式:

$$\left(\frac{\Delta H}{H} \right)_D = \frac{\Delta H_0}{H_0} + \frac{\Delta F}{F}, \quad (19)$$

$$\left(\frac{\Delta \lambda E}{\lambda E} \right)_D = \frac{\Delta(\lambda E_0)}{\lambda E_0} + \frac{\Delta F}{F}, \quad (20)$$

下标 D 表示空气动力学法.由(15)和(16)得到 Bowen 比法相对误差估计公式

$$\left(\frac{\Delta H}{H} \right)_B = \frac{1}{1 + B} \cdot \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta A}{A}, \quad (21)$$

$$\left(\frac{\Delta \lambda E}{\lambda E} \right)_B = \frac{B}{1 + B} \cdot \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta A}{A}, \quad (22)$$

下标 B 表示 Bowen 比法.从(17), (14)和(15)可导出 H 扣除法误差公式

$$\left(\frac{\Delta\lambda E}{\lambda E}\right)_B = (1+B)\frac{\Delta A}{A} + B\frac{\Delta H}{H}. \quad (23)$$

从(8), (9)和(18)并利用(14)得到组合法误差公式

$$\left(\frac{\Delta H}{H}\right)_c = \left(1 + \frac{B}{1+B}\right)\frac{\Delta H_0}{H_0} + \frac{1}{1+B}\frac{\Delta\lambda E}{\lambda E} + \frac{\Delta A}{A}, \quad (24)$$

$$\left(\frac{\Delta\lambda E}{\lambda E}\right)_c = \left(1 + \frac{1}{1+B}\right)\frac{\Delta\lambda E_0}{\lambda E_0} + \frac{B}{1+B}\frac{\Delta H_0}{H_0} + \frac{\Delta A}{A}. \quad (25)$$

公式(19)—(25)的各种误差有两类:一类是空气动力学法中由于选择不同无因次梯度通用函数造成的“模式误差”,即 $\Delta F / F$.另一类是由于基本量的测量误差所造成的,称之为“测量误差”.模式误差在下面再讨论,而测量误差从各量的定义得到如下的估计公式:

$$\frac{\Delta H_0}{H_0} = \frac{2\Delta d}{z-d} + \frac{\Delta\delta\theta}{\delta\theta} + \frac{\Delta\delta u}{\delta u}, \quad (26)$$

$$\frac{\Delta\lambda E_0}{\lambda E_0} = \frac{2\Delta d}{z-d} + \frac{\Delta\delta q}{\delta q} + \frac{\Delta\delta u}{\delta u}, \quad (27)$$

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta\delta\theta}{\delta\theta} + \frac{\Delta\delta q}{\delta q}, \quad (28)$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \left[\left(\frac{\Delta R}{R} \right)^{-1} - \left(\frac{\Delta R}{R} / \frac{G}{R} \right)^{-1} \right]^{-1} + \left[\left(\frac{G}{R} \cdot \frac{\Delta G}{G} \right)^{-1} - \left(\frac{\Delta G}{G} \right)^{-1} \right]^{-1}. \quad (29)$$

以上各误差由直接测量 u, θ, q, R 和 G 的测量误差造成.这些基本误差量可以由仪器的标定和比较得到,其中 Δd 是一个间接测量误差.

三、各种方法的误差估计和比较

1. 模式误差 空气动力学法确定湍流通量必须首先知道通用函数 $\phi_{M,H,W}(z/L)$ 或 $\phi_{M,H,W}(R)$.为此人们作了很大努力通过野外观测实验确定这一通用函数.遗憾的是至今没有得到统一的 Kármán 常数 k 和通用函数 $\phi_{M,H,W}(z/L)$,而且离散很大.Dyer^[10], Yamamoto^[11]和 Yaglom^[12]先后作过评论,分析了他们之间离散的原因.1976 年澳大利亚、苏联、日本、美国和加拿大又在澳大利亚进行了一次“国际湍流比较实验”(ITCE)^[13].结果表明:在同样条件下各国的风速、温度感应元件之间平均差分别为 10%,这反应了仪器标定的差别.测量湿度脉动的红外湿度计.Lyman- α 湿度计和干湿球湿度计之间相差 25%. $\overline{W'u'}$ 和 $\overline{W'T'}$ 平均差分别在 10% 以内.而各国的红外或 Lyman- α 湿度计得到的 $\overline{W'q'}$ 平均差分别为 20%.这充分说明各国仪器之间的差异是 Kármán 常数和通用函数离散的重要原因之一.自然,这种离散还与选择的观测场地很难严格满足相似性理论的苛刻条件^[12]以及行星边界层内外的耦合作用^[14]有关.所以至今很难得到普遍适用的“通用函

数”,甚至对是否存在这种通用函数提出疑问^[12]。

到目前为止通过不同方式求得的通用函数的形式是相当多的^[13],采用不同的通用函数计算湍流通量会有多大的误差呢?为此我们研究了几种广泛流行的通用函数模式。Businger 等^[11]给出的模式记为 BWIB; Dyer 等^[15]的公式记为 DH; Webb^[16]的记为 Webb;“国际湍流比较实验”^[17]的结果记为 ITCE.他们的无因次梯度通用函数可以写成统一的形式:

$$\left. \begin{array}{l} \phi_M = (1 - \alpha z/L)^{-1/4}, \\ \phi_H = \phi_W = a(1 - \gamma z/L)^{-1/2}, \\ \phi_M = 1 + \beta z/L, \\ \phi_H = \phi_W = b + \beta z/L, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } z/L < 0; \\ \text{当 } z/L > 0; \end{array} \quad (30)$$

表 1 无因次梯度通用函数的参数

参数	参数值	作者	BWIB	DH	Webb	ITCE
a	0.74		0.74	1.0	—	1.0
b	0.74		—	—	1.0	—
α	15		16	16	—	28
γ	9		16	—	—	14
β	4.7		—	—	5.2	—
k	0.35		0.41	0.41	0.4	0.4

以上各式中 a, b, α, β 和 γ 是由实验确定的参数。表 1 给出了各作者的参数。Pruitt 等^[2]给出的 $\phi_{M,W}$ 函数是以 Ri 表示的,并假定 $\phi_H = \phi_W$ 。他们的公式记为 PML, 其形式是

$$\left. \begin{array}{l} \phi_M = (1 - 16Ri)^{-1/3}, \quad \phi_W = 0.885(1 - 22Ri)^{-0.40}, \quad Ri < 0, \\ \phi_M = (1 + 16Ri)^{1/3}, \quad \phi_W = 0.885(1 + 34Ri)^{0.40}, \quad Ri > 0, \end{array} \right\} \quad (31)$$

采用以上不同的通用函数模式计算(7)式的层结稳定性影响函数 F , 离散会很大,从而造成(8), (9)式计算湍流通量的误差,即(19)式中的 $\Delta F/F$ 。为了估计这个误差,计算上述五种通用函数得到的影响函数平均值 \bar{F} , 并计算其标准方差 σ_F 可以认为 $\Delta F/F \approx \sigma_F/\bar{F}$ 。由于 PML 公式自变量是 Ri ,为此利用它们的 $Ri \sim z/L$ 的关系^[2]将 Ri 变换成 z/L 。计算结果如图 1 所示,图中有 \bar{F} 和 σ_F/\bar{F} 。 $Lo^{[9]}$ 采用同一份实测资料,而从 BWIB, DH, Webb 和 PML 模式计算 U_* 和 θ_* , 得到的结论是不稳定状态相对误差大于 20%,对于稳定状态相

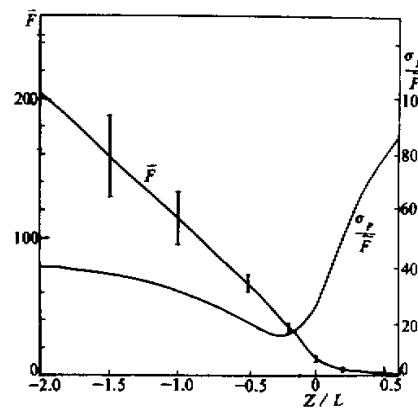


图 1 通用函数的模式误差

对误差更大, $z/L \sim 0.75$ 时相对误差达到 200%. 我们的结果和 Lo 的结果都表明模式误差是相当大的.

2. 测量误差 为了估计各种确定湍流通量方法的测量误差, 首先要估计基本测量量的直接测量误差. Grant^[7] 的误差分析中估计基本测量误差是 $\Delta A/A \sim 5\%$, 干球温度梯度 $\Delta \delta T/\delta T \sim 1\%$; 湿球温度梯度 $\Delta \delta T_w/\delta T_w \sim 1\%$; 风速梯度 $\Delta \delta u/\delta u \sim 1\%$. 他还估计了植物层位移高度误差对湍流通量误差的贡献为 $2\Delta d/(z-d) \sim 0.2h$, 这里 h 是植物高度. 按他的估计 1m 高的植物造成湍流通量测量的误差约 20%. 根据他的分析, 不考虑模式误差和位移高度误差时, 若假定 Bowen 比 $B=0.5$, 则空气动力学法和 Bowen 比法得到的潜热相对误差 $\Delta \lambda E/\lambda E \sim 8\%$, 而 H 扣除法约为 9%.

根据厂商给出的辐射和地热流量仪器误差和我们自己对该类仪器标定的结果, 可以估计它们的基本误差为: $\Delta R/R \sim 5\%$, $\Delta G/G \sim 20\%$. 而地热流量同净辐射的比例有一定的变化幅度, 我们假定为 $G/R \sim 10\%$, 这是一个适中的估计. 这样由(29)估计 $\Delta A/A \sim 8\%$. 根据文献[13,17]和我们自己的仪器标定, 估计误差 $\Delta \delta \theta/\delta \theta \sim \Delta \delta u/\delta u \sim 1\%$, $\Delta \delta q/\delta q \sim 5\%$. 若不计位移高度误差则由(26)—(28)得到 $\Delta H_0/H_0 \sim 2\%$, $\Delta \lambda E_0/\lambda E_0 \sim \Delta B/B \sim 6\%$. 在这些基本测量量误差相同的情况下用公式(19)—(25)估计各种方法的测量误差. 在计算 H 扣除法误差时, 假定用空气动力学法确定感热通量 H. 图 2 是这些误差随 Bowen 比的变化.

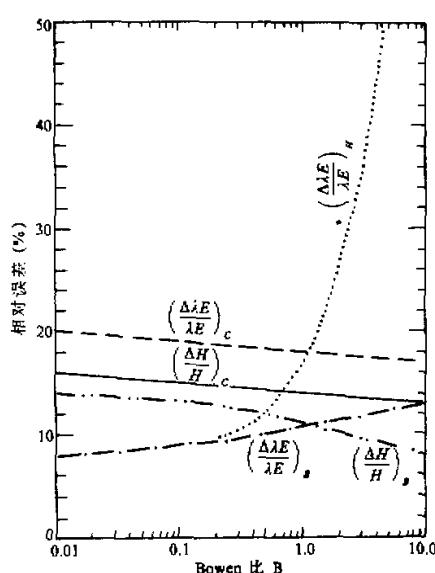


图 2 各种方法测量误差的比较

从图 2 可以看出, 空气动力学法以及当 $B=0.5$ 时 Bowen 比法同 H 扣除法的潜热通量误差同 Grant 的结果出入不是太大. 图 2 表明, B 很小时 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_H$ 同 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_B$ 相当, 但是当 $B=1$ 时 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_H \sim 18\%$. B 再增加, H 扣除法的误差迅速增加. 所以在干燥地面上利用 H 扣除法确定潜热通量是不合适的. 从(23)式看出当 B 很小时, 潜热通量在地表层能量平衡中所占比例大, 可利用能量和感热通量的误差 $\Delta A/A$ 及 $\Delta H/H$ 对潜热通量的误差 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_H$ 的贡献小. 相反, 当 B 很大时, 相同的误差 $\Delta A/A$ 和 $\Delta H/H$ 所造成的误差 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_H$ 与 B 成比例增加. 从图 2 还可以看到, $(\Delta H/H)_C$, $(\Delta H/H)_B$ 和 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_C$ 是随 Bowen 比增加而减小的, 但 $(\Delta \lambda E/\lambda E)_B$ 却是随 Bowen 比的增加而增加.

以上估算中由于可利用能量未考虑土壤贮藏的热量 S , 可能会低估能量平衡法的误差. 由于未考虑位移高度误差自然也会低估空气动力学法、H 扣除法和组合法的误差. 这里也未考虑比值 G/R 的变化对能量平衡法误差的影响.

四、湍流通量实际计算的比较

为了进一步验证上面误差估计的真实性, 我们利用 ITCE 的观测资料而采用上述不同的确定湍流通量方法计算感热和潜热通量。ITCE 实验详细说明可参考文献[13, 17]。然后将各种方法的计算结果与涡旋相关法直接观测得到的 H 和 λE 进行比较。为了便于比较, 我们选取涡旋相关法直接得到的 H 和 λE 以及 u, θ, q, R, G 资料齐全的共 19 组数据。这时平均 Bowen 比是 $B = 1.6 \pm 0.6$ 。选用 ITCE 的资料的理由是显而易见的。这样可以避免资料质量的争议和干扰。具体计算时空气动力学选用了应用较广泛的 BWIB 模式。

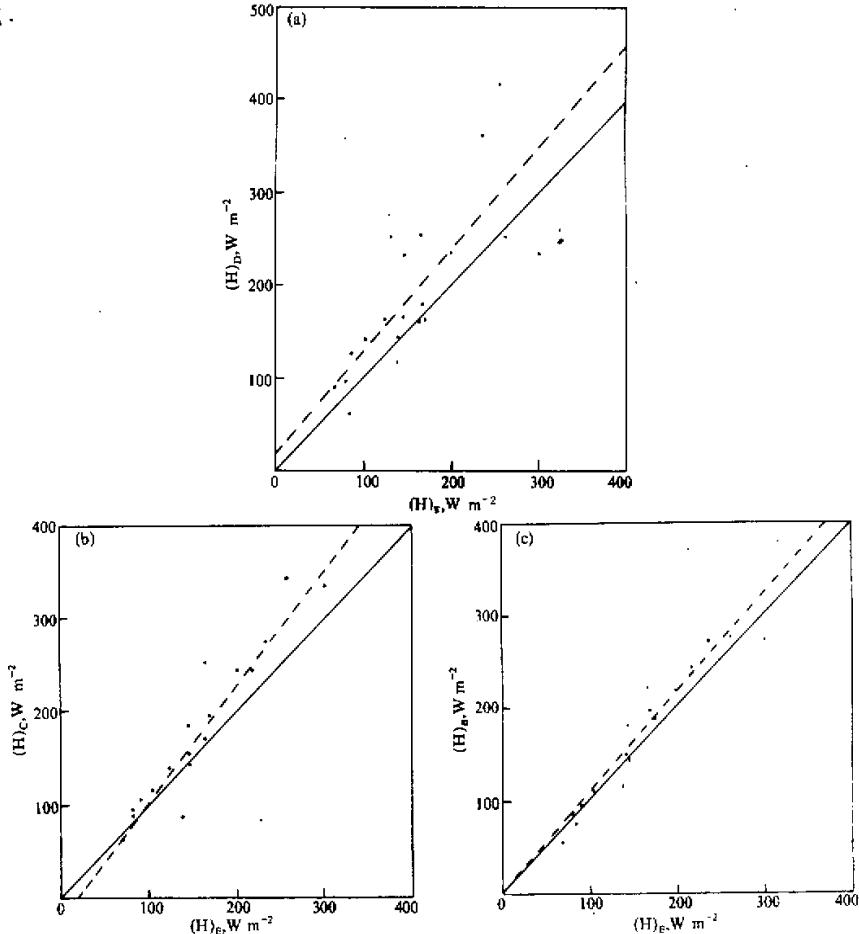


图 3 各种间接法计算得到的感热通量同涡旋相关法的比较

虚线是回归分析拟合的直线, 坐标说明中的下标如同公式

(19) — (25) 一样标明各种方法, 而下标“E”表示涡旋相关法的结果

图 3 是计算得到的感热通量, 图 4 是潜热通量。图中横坐标为涡旋相关法直接测到的

H_E 和 $(\lambda E)_E$, 纵坐标是各种间接法的结果.

表 2 给出了各种间接法确定的通量值同涡旋相关法的通量值线性回归系数 a 、 b 和剩余标准差^[18] σ_{xy} , 即 $y = a + bx$, y 代表间接法的值, x 代表涡旋相关法的值, σ_{xy} 代表其误差.

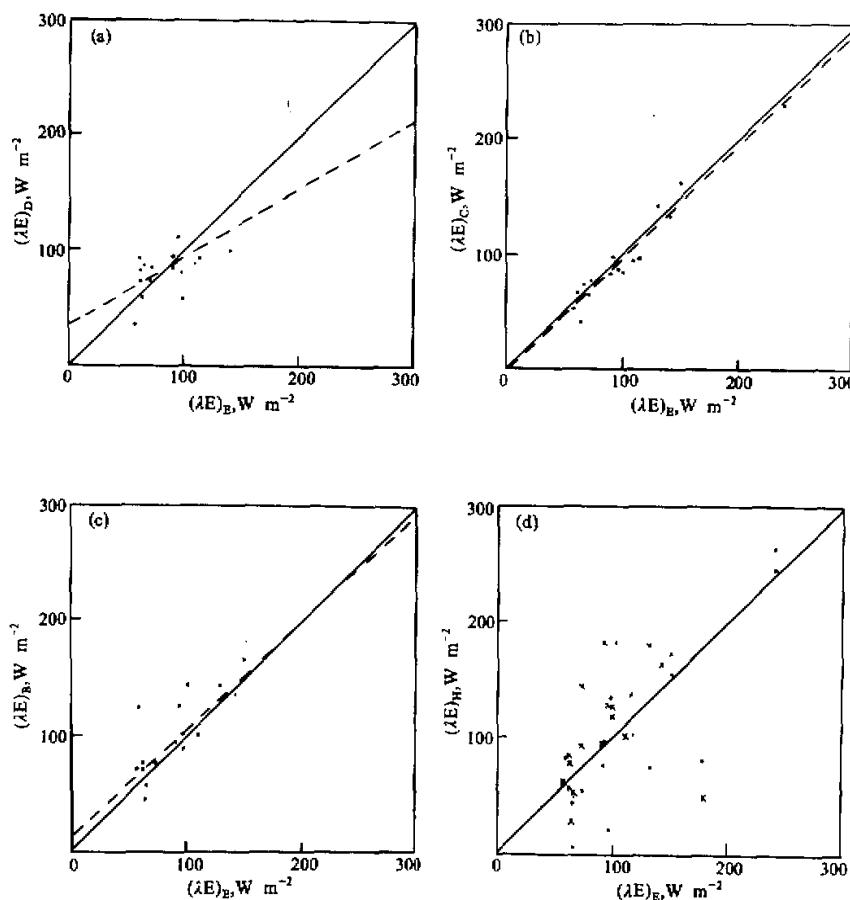


图 4 各种间接法计算得到的潜热通量同涡旋相关法的比较

图中说明如同图 3. H 扣除法中扣除的 H 有相关法得到的(×)和动力学法得到的(·)两种情况

从图 3, 4 和表 2 看出, 组合法计算得到的感热和潜热通量精度最高, Bowen 比法次之, H 扣除法误差较大, 空气动力学法误差最大.

五、结 束 语

上面的计算结果和分析表明各种间接法确定近地面层的湍流通量以组合法误差最小, 空气动力学法由于各种原因误差反而最大. 但应指出的是空气动力学法在近地面层湍流理论中有重要地位, 理论较为成熟, 应用也较广泛.

表2 间接法确定的通量同涡旋相关法确定的通量线性回归系数和剩余标准差

估算值	通量	感热通量			潜热通量			
		H_D	H_B	H_C	$(\lambda E)_D$	$(\lambda E)_B$	$(\lambda E)_C$	$(\lambda E)_{HD}$
系数及标准差	方法							
a		17.12	2.15	-16.7	37.7	14.0	-0.13	-52.3
b		1.10	1.06	1.26	0.61	0.95	0.99	1.40
σ_{sp}		53.3	9.3	8.6	47.9	14.7	5.4	41.9
								27.8

组合法实质上是以能量平衡确定层结影响函数,因此有其物理基础,但是至今这种方法理论上的研究仍较少,而且必须同时观测风、温、湿的梯度,净辐射和地热流量,势必在应用上造成一定困难,这些问题有待于今后进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Businger, J. A., J. C. Wyngaard, Y. Izumi and E. F. Bradley, 1971, Flux profile Relationships in the Atmospheric Surface Layer, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 181-189.
- [2] Pruitt, W. O., D. L. Morgan and E. J. Lourence, 1973, Momentum and Mass Transfers in the Surface Boundary Layer, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **99**, 370-386.
- [3] Monin, A. S. and Obukhov, A. M., 1953, Dimensionless Characteristics of Turbulence in the Atmospheric Surface Layer, *Dokl. Akad. Nauk. S. S. R.*, **93**, 223-226.
- [4] Monin, A. S. and Obukhov, A. M., 1954, Basic Turbulent Mixing Laws in the Atmospheric Surface Layer, *Trudy Geofiz. Inst Akad. Nauk. S. S. R.*, No. 24, 163-187.
- [5] Tanner, C. B., 1960, Energy Balance Approach to Evapotranspiration from Crops, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, **24**, 1-9.
- [6] Mc Canghey, J. H., 1980, A Reversing Temperature Difference Measurement System for Bowen Ratio Determination, *Boundary Layer Meteor.*, **21**, 47-55.
- [7] Grant, D. R., 1975, Comparison of Evaporation Measurement Using Different Methods, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **101**, 543-550.
- [8] Thom, A. S., J. B. Stewart, H. R. Oliver and J. H. C. Cash, 1975, Comparison of Aerodynamic and Energy Budget Estimates of fluxes over a Pine Forest, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **101**, 93-105.
- [9] Lo, A. K. and G. A. McBean, 1978, On the Relative Errors in Methods of Flux Calculations, *J. Appl. Meteor.*, **17**, 1704-1711.
- [10] Dyer, A. J., 1974, A Review of Flux-Profile Relationships, *Boundary Layer Meteor.*, **7**, 363-372.
- [11] Yamamoto, G., 1975, Generalization of the KEYPS Formula in Diabatic Conditions and Related Discussion on the Critical Richardson Number, *J. Meteor. Soc. Japan*, **3**, 189-195.
- [12] Yaglom, A. M., 1977, Comments on Wind and Temperature Flux Profile Relationships, *Boundary Layer Meteor.*, **11**, 89-102.
- [13] Dyer, A. J., J. R. Garratt, R. J. Francey, I. C. McIlroy, N. E. Bacon, E. F. Bradley and O. T. Denmead

- (Australia), Tsvang, L. R., Y. A. Volkov, B. M. Koprou and L. R. Elagina (U. S. S. R.), Sahashi, K., N. Monji, T. Hanafusa and O. Tsukamoto (Japan), Frenzen, P., B. B. Hicks and M. Wesely (U. S. A.), Miyake, M. (Canada) and Shaw, W. (U. S. A.), 1982, An International Turbulence Comparison Experiment (ITCE 1976), *Boundary Layer Meteor.*, **24**, 181-209.
- [14] Wyngaard, J. C., 1973, 论近地面层湍流, D. A. Haugen 主编, 李兴生等译, 1984, *微气象学*, 科学出版社, 105-106.
- [15] Dyer, A. J., and B. B. Hicks, 1970, Flux-Gradient Relationships in the Constant Flux, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **96**, 715-721.
- [16] Webb, E. K., 1970, Profile Relationships: the Log-Linear Range and Extension to Strong Stability, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **96**, 67-90.
- [17] Dyer, A. J. and E. F. Bradley, 1982, An Alternative Analysis of Flux-Gradient Relationships at the 1976 ITCE, *Boundary Layer Meteor.*, **22**, 3-9.
- [18] 数学手册编写组, 1979, *数学手册*, 人民出版社, 836-852.