

# 相当正压性的形成

杨成彬

(北京气象学院研究生部)

## 提 要

本文利用一个两层斜压准地转模式对形成相当正压性的物理机制进行了数值实验。结果指出：在对流层内初始等厚度线和等高线有明显交角的斜压扰动，将通过绝对涡度平流的非线性作用，在数天时间内就达到等厚度线和等高线近乎平行的状态，这样就形成了大气的相当正压性。进一步的试验表明， $\beta$ 效应对于形成相当正压性起到了十分重要的作用。

关键词： 涡度平流； $\beta$ 效应；相当正压性。

## 一、引 言

1979年Blackmon<sup>[1]</sup>等利用500hPa和1000hPa两层的高度场资料揭示出了大气环流异常的相当正压性。以后，周琴芳<sup>[2]</sup>等用四层的高度场资料对以上事实重新进行了分析，证实了Blackmon的发现。为了揭示形成环流异常相当正压性的物理机制，作者等又用700、500和300hPa三层的高度场与温度场资料作了进一步的分析，并指出，在对流层的中、下层，同一层上的温度场和高度场有十分好的线性对应关系，作者称之为温度场和高度场的适应；再加上对流层内上下层的温度场十分一致，由热成风关系就可推知大气环流异常具有相当正压性<sup>[3]</sup>。因而作者认为对流层内的温度场和高度场的适应关系，对于形成相当正压性来说是必不可少的条件。

本文中作者采用一个中纬度 $\beta$ 平面近似的两层准地转模式，从一个典型的厚度场和高度场完全不配置的初始场出发积分，研究了形成高度场和厚度场相互适应的物理过程。

## 二、模 式 简 介

我们采用准地转的两层模式方程，方程的推导见文献[4]。模式方程是：

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2(\psi_1 + \psi_3) + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1 + f) + J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3 + f) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - 2\lambda^2)(\psi_1 - \psi_3) + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1 + f) - J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3 + f) \\ - 2\lambda^2 J(\psi_m, \psi_1 - \psi_3) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

利用差分方法求解上述方程，取 $\Delta x = \Delta y = d = 250\text{km}$ ,  $\Delta t = 1800\text{s}$ , 用 $\psi = gz/f_0$ 作代换，将(1)、(2)式换为对位势高度的方程，并采用下列记号：

$$\nabla^2 \phi = \phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J}(A, B) = [\mathbf{J}_1(A, B) + \mathbf{J}_2(A, B) + \mathbf{J}_3(A, B)]/3, \quad (4)$$

1989年1月22日收到，6月21日收到修改稿。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1(A, B) = & (A_{i-1,j} - A_{i-1,j}) \cdot (B_{i,j+1} - B_{i,j-1}) \\ & - (A_{i,j+1} - A_{i,j-1}) \cdot (B_{i+1,j} - B_{i-1,j}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_2(A, B) = & A_{i+1,j} \cdot (B_{i+1,j+1} - B_{i-1,j-1}) - A_{i-1,j} \cdot (B_{i-1,j} - B_{i,j-1}) \\ & - A_{i,j+1} \cdot (B_{i+1,j+1} - B_{i-1,j+1}) + A_{i,j-1} \cdot (B_{i-1,j} - B_{i,j-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_3(A, B) = & A_{i+1,j+1} \cdot (B_{i,j+1} - B_{i-1,j}) - A_{i-1,j-1} \cdot (B_{i-1,j} - B_{i,j-1}) \\ & - A_{i-1,j+1} \cdot (B_{i,j+1} - B_{i-1,j}) + A_{i-1,j-1} \cdot (B_{i-1,j} - B_{i,j-1}), \end{aligned} \quad (7)$$

$$AM = 2\Delta t g / 4 f_0 d^2, \quad BM = f_0 d^2 / g, \quad CM = 2\Delta t \lambda^2 g / 4 f_0,$$

$$Z_m = (z_1 + z_3) / 2, \quad z_T = (z_1 - z_3) / 2, \quad (8)$$

$$F_m = AM [\mathbf{J}(z_1, \nabla^2 z_1 + BM \cdot f) + \mathbf{J}(z_3, \nabla^2 z_3 + BM \cdot f)] / 2, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_T = & AM \cdot [\mathbf{J}(z_1, \nabla^2 z_1 + BM \cdot f) - \mathbf{J}(z_3, \nabla^2 z_3 + BM \cdot f)] / 2 \\ & - CM \cdot \mathbf{J}(z_m, z_T), \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2, \mathbf{J}_3$  和  $\mathbf{J}$  是雅可比算子的差分格式,  $F_m$  是二层模式中上下层绝对涡度平流的平均,  $F_T$  是二层模式中上下层绝对涡度平流之差减去 500hPa 的厚度平流,  $z_m, z_T$  是 500hPa 的高度和厚度.

从(1)、(2)两式可推得如下的差分方程组:

$$\nabla^2 \left( \frac{\partial z_m}{\partial t} + 2\Delta t \right) + F_m = 0, \quad (11)$$

$$(\nabla^2 - 2\lambda^2 d^2) \left( \frac{\partial z_T}{\partial t} + 2\Delta t \right) + F_T = 0, \quad (12)$$

其中  $\left( \frac{\partial z_m}{\partial t} + 2\Delta t \right), \left( \frac{\partial z_T}{\partial t} + 2\Delta t \right)$  是 500hPa 的高度和厚度在一个小时内的变化, 本文中简称为变高和变厚度场.

实验中, 泊松方程(11)和(12)用超松弛迭代方法求解, 时间积分用中央差分, 起步用前差, 数值求解的范围相当于 30—60°N 的带状区域, 中心在 45°N, 其中  $x$  方向取周期边界条件,  $y$  方向取定常边界条件.

### 三、数值实验结果

试验的初值见图 1, 实线是 500hPa 高度场, 虚线是 500hPa 厚度场. 高度场是由平直西风气流上叠加一个小槽构成的, 厚度场上东西方向是均匀的, 没有扰动. 这是一个厚度场和高度场完全不配置的初始场.

图 2 给出了第四天的 500hPa 高度场和厚度场. 在高度场上, 东边发展起来了一个较强的脊, 其后跟着一个浅槽. 和初始的扰动相比, 这时的扰动尺度增大, 振幅也加强了. 厚度场上相应地也出现了一个脊, 其后跟着一个槽. 因而到第四天时, 500hPa 的高度场和厚度场已有较好的配置关系, 只是厚度场还略落后于高度场. 随着积分时间的延长, 这种位相落后在逐步缩小(图略). 这就是引言中提到的流场和厚度场(温度场)相互适应的过程.

为了进一步揭示涡度平流在此适应过程中的作用, 我们对模式的输出结果作进一步的分析. 下面首先给出第一天的变高场和变厚度场. 由图 3(a),(b)可见, 积分一天后变高

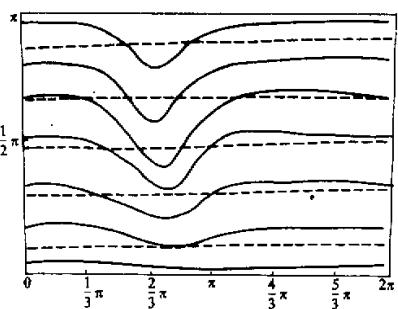


图1 初始的 500hPa 高度(实线)和厚度(虚线)场

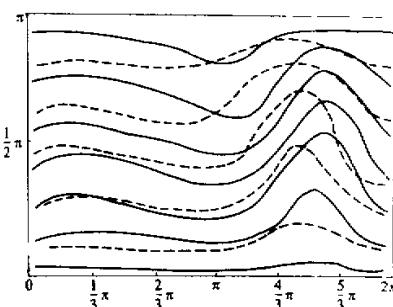


图2 第四天的 500hPa 高度和厚度场

场上主要有三个中心，中心值分别是  $+3.8, -3.7, +2.5 \text{ m/h}$ ，变厚度场上有四个中心，分别达到  $-1.6, -1.0, +1.5$  和  $+1.4 \text{ m/h}$ 。四个变厚度中心分布在东西两个区域内，东边是两个正中心，西边是两个负中心。若将两图比较可看出，变厚度场的两个正中心位于东边的中心和变高场上相应地点的中心是重合的，位于西面的正中心则正好和变高场上的中心反号，负区域也是如此。

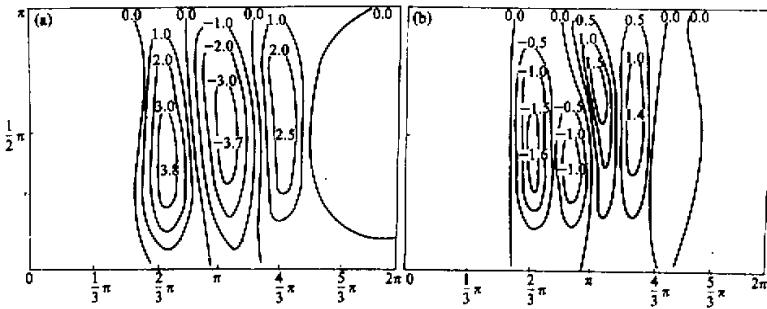


图3 模式积分第一天的变高(a)和变厚度场(b) 单位: m/h

若对(10)式中的  $F_r$  和厚度平流进行考察，能够发现，上面提到的变厚度场上位于西边的中心是和厚度平流中心相重合的，而东边的中心则主要是由两层模式中上下层的绝对涡度平流差(以下称为差动涡度平流)造成的(图略)。由于两层模式中所选的基本风场符合中纬的典型风场分布，模式上层的西风远大于下层的西风，上层的绝对涡度平流也就大于下层的绝对涡度平流，所以无论是差动涡度平流，还是上下层的绝对涡度平流的平均，主要反映了上层绝对涡度平流的影响。因而变厚度场上东边的中心是和变高场上的中心重合的。所以，厚度平流所起的作用是造成和变高场近于反相的变厚度中心，而差动涡度平流是造成和变高场的中心近于同相的变厚度中心，是形成相当正压性的因子。只是在初期，扰动较弱，厚度平流比差动涡度平流大，因而扰动呈现出斜压性。随着扰动的增长，涡度平流增强，情况就发生了变化。这可从随后几天的变高、变厚度场上看出。图4(a)、(b)是第七天的变高和变厚度场。由图可见，变高中心和变厚度中心几乎完全同相，变厚度中心再也没有分裂成两个小中心，因为变高只受平均涡度平流的影响。

而变厚度场则除了受到差动涡度平流的影响外，还受厚度平流的影响，所以变高场和变厚度场的同位相暗示了涡度平流的重要性。

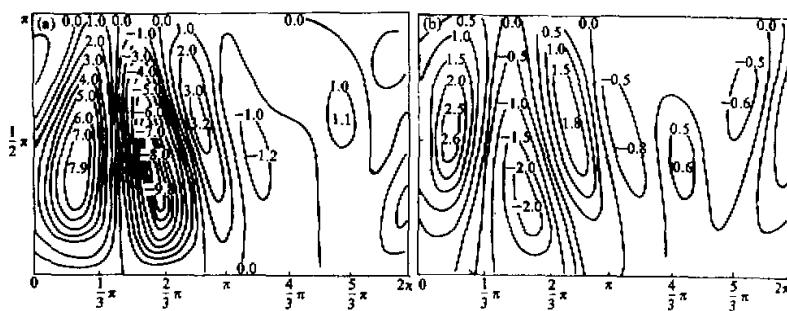


图4 模式积分第七天的变高(a)和变厚度场(b)，单位: m / h

为了更清楚地表现出差动涡度平流和厚度平流的不同作用，我们选取了变厚度中心的  $F_T$  与厚度平流  $A$  的值给在表1中。从表1可见，在最初的几天里，厚度平流占了  $F_T$  的绝大部分，但是，随着时间的延长，厚度平流却不断减小，差动涡度平流越来越重要。例如，对于正中心来讲，在第一天，厚度平流占了  $F_T$  的 70%，但到第八天时，只占 25%。负中心同样是这样。因此，对所选的斜压扰动来讲，厚度平流的作用是减弱的，而差动涡度平流的作用是增强的。由于差动涡度平流是要造成和变高近于同相的变厚度中心，因而扰动发展到最后，等高线和等厚度线越来越同相。

表1 变厚度中心的  $F_T$  及厚度平流  $A$  的值

时间(天)		1	2	3	4	5	6	7	8
例一	$F_T$	-1.6	-1.1	2.2	1.3	2.1	2.5	1.9	2.4
	$A$	1.1	0.8	0.6	1.1	0.5	0.6	0.6	0.6
例二	$F_T$	-1.4	-1.7	-1.2	-1.4	-1.7	-1.6	-2.3	-1.1
	$A$	-0.7	-0.7	-0.7	-0.5	-0.6	-0.7	-0.4	-0.3

综上所述我们看出，绝对涡度平流是造成等高线和等厚度线相互适应、近于同相的物理因子；厚度平流却要造成两者的反相分布。在扰动发展的初期，厚度平流较大，因此两者还有较大的位相差，但是随着扰动的加强，绝对涡度平流不断增长，厚度平流却下降，使得变高中心和变厚度中心越来越同相，逐渐形成了高度场和厚度场的相互适应。

由于绝对涡度平流的作用使对流层内的厚度场和高度场有较好的对应关系，再加上对流层内的厚度场(温度场)在垂直方向上又十分一致，这样当然就形成了环流异常的相当正压性，因而大气进入相当正压状态后，绝对涡度平流较之厚度平流更为重要。

#### 四、形成相当正压性的物理因子

为了进一步认识形成相当正压性的物理因子，作者还进行了若干项控制试验。在前面的试验中，作者强调了绝对涡度平流在形成相当正压性中的作用。若将图2

和图 1、图 4 和图 3 比较可看出，随着厚度场和高度场的不断适应，扰动的水平尺度以及扰动的径向度都有了明显的加强，因而由科里奥利参数随纬度变化所产生的  $\beta$  效应也是随时间增强的。由于绝对涡度平流是由相对涡度平流和  $\beta$  效应两项组成，那么这是否就意味着厚度场和高度场相互适应的过程最终是由  $\beta$  效应控制的呢？为此作者进行了一项控制性试验。

令(10)式中的  $BM = 0$ ，即略去  $\beta$  效应。然后从图 1 的初值出发作数值积分。图 5 给出第八天的 500hPa 高度场及厚度场，从图上可见两者几乎完全反相，一点也没有适应。因此在形成相当正压性的过程中， $\beta$  效应是非常重要的。其原因是略去  $\beta$  后，就滤除了 Rossby 波。由于只有大尺度的扰动才有必要考虑  $\beta$  效应，因此只有大尺度、长生命史的扰动才可能具有相当正压结构。这与观测事实是一致的。对于尺度较小、生命期较短的扰动来讲，斜压性是非常重要的。

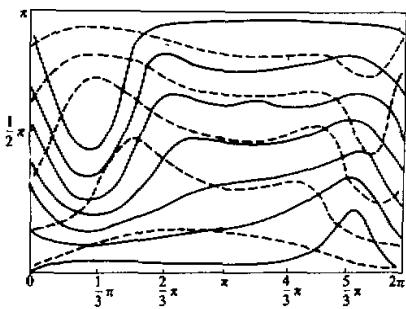


图 5 无  $\beta$  效应时第 8 天的流场及厚度场

下面将利用本试验得出的结论来解释在分析环流异常的相当正压性方面所发现的事实。

文献[3]中给出了北半球冬季 500hPa 月平均温度场和高度场的相关系数。图中的主要特征是：

- (1) 在北半球中纬度有三个高相关中心，分别位于北美大陆及其东岸、西北太平洋和青藏高原的西侧；
- (2) 中、高纬度相关较大，低纬度相关比较小，相关系数的等值线在  $30^{\circ}\text{N}$  附近十分密集。

若将上面提到的相关系数场与冬季 200hPa 上西风分布场比较可看出，相关的高值区和西风的高值中心是一一对应的。因而这些高相关中心可能就是由于在上述地区西风增大，因而涡度平流也增大所造成的。第二个特征则可以用西风强度向赤道减弱来解释。这与 Webster<sup>[5]</sup> 在讨论大气对海温异常的响应时提出的观点是一致的。因此，利用本试验得出的结论可以解释许多观测事实，这验证了我们的想法。

最后要指出的是，虽然利用  $\beta$  平面近似的准地转模式研究了形成相当正压性的物理机制，得到了某些结论，但是本工作还有许多明显的不足之处，有待深入研究。

首先是模式存在严重的不足。本文使用了准地转模式，由于它滤去了快波，不能计算出系统的新生，因而有局限性，今后有必要使用原始方程模式对此进行研究。

另外一点是温度（厚度）和高度在什么条件下相适应，在什么条件下适应关系又会破

要说明的是，作者虽然强调了  $\beta$  的作用，但是并不否定相对涡度平流的作用。在另一项控制性试验中，取相对涡度平流为零，从图 1 的初值出发积分。随着时间的延长，等高线和等厚度线越来越平直，扰动的径向度不断减小。因此，离开了相对涡度平流的作用，扰动无法发展， $\beta$  效应的作用就难以体现出来。所以强调  $\beta$  效应时，并不能忽视相对涡度平流的作用。

坏，我们还不清楚。除了以上的试验外，作者还进行了另外两个试验。第一个试验类似于第三节的试验，只是单纯把积分的时间延长。作者发现积分到 20 天后，高度和厚度场的适应关系仍然保持着，所以这种适应关系是比较稳定的。在第二个试验中，选取的初始场和图 1 略有不同。高度场选取同于图 1，但厚度场用高度场乘某个比例常数（如 0.5）得到，这样高度场和厚度场在初始时完全平行。从此初始场出发积分，最初几天里等高线和等厚度线的适应关系会破坏，出现较强的厚度平流。但是，随着时间增长，扰动的径向度及水平尺度逐渐加大，又会重新适应。因此简单地取等高线和等厚度线平行，并不能保证这种适应状态不破坏。这主要是由于厚度平流的作用是非线性的。因此等高线和等厚度线的适应条件是什么还需进一步研究。由于问题本身涉及到非线性作用，讨论又变得异常困难，不得已只能暂时求助于数值实验。

## 五、结 论

(1) 对一个数值实验的分析指出，一个初始时等厚度线和等高线不配置的斜压扰动，将通过绝对涡度平流的作用调整成近于平行的状态，这样就可以形成环流异常的相当正压性。

(2)  $\beta$  效应在形成环流异常的相当正压性方面起到了关键作用。

致谢：本工作得到丑纪范教授指导，谨致谢意。

## 参 考 文 献

- [1] Blackmon, M. L. and J. M. Wallace, 1979. Geographical variations in the vertical structure of geopotential height fluctuations. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 2450—2466.
- [2] 周琴芳等，北半球冬季环流异常演变过程中垂直结构特征的初步分析，气象学报，即将发表。
- [3] 杨成彬等，大气环流异常的垂直结构，长期预报课题1987年年会文集，即将发表。
- [4] Holton, J. R. 1980, 动力气象学引论，科学出版社，139—146。
- [5] Webster, P. J., 1981. Mechanisms determining the atmospheric response to sea surface temperature anomalies. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 554—571.

## FORMING OF EQUIVALENT BAROTROPY

Yang Chengbing

(Beijing Institute of Meteorology)

### Abstract

A numerical experiment is carried out by using two-layer quasi-geostrophic model to explore the mechanism of equivalent barotropy. It is concluded that baroclinic disturbance, whose isopaches and isohypsies are out of phase initially, can reach a state, in which the isopaches and the isohypsies are parallel, a few days later owing to the effect of absolute vorticity advection. Through this process barotropy formed. Further experiment shows that beta-effect has played an important role in such process.

**Key words:** Vorticity advection;  $\beta$  effect; Equivalent barotropy.