

大气中的耗散结构与对流运动

钱维宏

(江苏省盐城市气象局, 224001)

提 要

本文论证熵平衡方程可用来判断大气中对流和降水的发生, 非线性热力学理论中的超熵产生可用来判断天气系统的产生。

关键词: 耗散结构; 熵平衡方程; 超熵产生; 对流运动。

一、引 言

近年来, 人们已开始将非平衡态热力学中的有关理论应用到大气中来, 这方面的主要工作是导出了大气系统的熵演化方程, 或称为熵平衡方程^[1, 2], 并由此方程判断是否有诸如台风等耗散结构天气系统的出现。作者认为, 在现有的应用中至少存在两方面的问题。首先, 文[1]或[2]的熵平衡方程是在非平衡线性区内导出的, 根据热力学理论^[3, 4]中的最小熵产生原理, 大气系统在线性区的稳恒态熵产生最小, 扰动态的熵产生随时间减小, 一直减小到最小值回到原态, 亦即大气系统在线性区内不可能出现有序行为。因此, 熵平衡方程不能用作大气中出现耗散结构的判据。这样的判据只能到非平衡非线性区去找。其二, 文献[1]和[2]中给出的熵平衡方程的表现形式还不够具体, 使得在实际应用中的具体意义不够明确, 且同时也不方便。

本文首先区分大气系统中的线性区和非线性区, 然后研究线性区和非线性区内大气的演化规律。

二、大气系统中的线性区和远离平衡的非线性区

系统处于定态的定义是状态不随时间改变, 平衡态是在没有外界影响的条件下, 系统的各个部分不随时间发生任何变化的状态。因此, 平衡态是一种没有外界影响的特殊情况下的定态。线性区域的定态是近平衡处的定态。此时, 外界的约束是弱的, 向平衡态的过渡是连续的。因此, 线性区的定态具有接近于平衡的一些性质, 如空间的均匀性等。这种状态的稳定说明了一个系统如果服从线性规律, 那么就不可能违反近于平衡这种基本的特征。因而不可能出现空间的自组织结构, 或时序结构。而且, 如果一开始有某种有序结构存在, 那么随着时间的变化, 系统趋近定态这种线性区规律的作用, 总要使有序结构受到破坏。通俗地讲, 近平衡态的非平衡线性区是指这个系

统中如有一个弱的强迫(广义力), 系统向平衡态的过渡不会出现大规模的宏观定向运动, 即不可能产生有序结构. 相反地, 在远离平衡时的非线性区, 一旦有一个强迫后就会出现宏观的定向运动, 即可能出现有序的结构. 从运动尺度上讲, 两者也是不一样的, 线性区出现的运动只有分子运动自由程的尺度, 如扩散过程. 而非线性区出现的运动至少具有较大尺度的湍流特征. 以上所论述的运动尺度只是对实验室流体而言, 而对地球流体中的运动, 由于运动尺度远比实验室中流体的运动尺度大. 因而, 在地球流体中, 对于那些湍流, 或甚至对流也可以看作为线性区内的运动, 而把具有天气系统(高、低压)形成的运动才看作为非线性区内的运动. 因此, 我们考察大气中未来有可能产生天气系统的区域为远离平衡的非线性区, 除此之外的区域为线性区.

三、大气系统中的熵平衡方程

我们把比熵 S 看作为比内能 U 、比容 V 和第 k 种成分的浓度 C_k 的函数, 即 $S = S(U, V, C_k)$ 时, Gibbs 关系式为

$$TdS = dU + pdV - \sum_{k=1}^n \mu_k dC_k. \quad (1)$$

在局域平衡假定下, 并利用热力学第一定律

$$\frac{1}{T\rho} \frac{dU}{dt} = -\frac{1}{T} \nabla \cdot \vec{J}_q - \frac{p}{T} \rho \frac{dV}{dt} - \frac{1}{T} \sum_{\alpha, \beta} \pi_{\alpha, \beta} \frac{\partial V_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{1}{T} \sum_{k=1}^n \vec{J}_k \cdot \vec{F}_k \quad (2)$$

等关系式后, 便可得到如下熵平衡方程^[4]

$$\rho \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{T} \nabla \cdot \vec{J}_q - \frac{1}{T} \sum_{\alpha, \beta} \pi_{\alpha, \beta} \frac{\partial V_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{1}{T} \sum_{k=1}^n \vec{J}_k \cdot \vec{F}_k + \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{T} \nabla \cdot \vec{J}_k - \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{T} \sum_{\theta=1}^r \gamma_{\theta k} \omega_{\theta}, \quad (3)$$

式中, μ_k 是第 k 种成分的化学势; $\rho = \sum_{k=1}^n \rho_k$ 为具有 n 种成分的大气密度; $\vec{J}_q = -\lambda \nabla T$

为热传导流, λ 为热传导系数; $\pi_{\alpha, \beta}$ 是第 α 种物质的耗散压强张量, $\beta = 1, 2, 3$ 是空间维数; V_{α} 是第 α 种物质的比容; $\vec{F}_k$ 是作用在化学成分 k 上单位质量的力; $\vec{J}_k = \rho_k$

$\times (\vec{v}_k - \vec{v}) = D_k \nabla \rho_k$ 为扩散流, $\vec{v} = \sum_{k=1}^n \rho_k \vec{v}_k / \rho$ 为质心运动速度, D_k 为第 k 种成分的气体

扩散系数; $\gamma_{\theta k}$ 为化学成分 k 在 r 个反应中第 θ 个反应的化学计量系数; ω_{θ} 为单位体积中第 θ 个反应的反应率. 如考虑外力为零, 热传导系数 λ 取为常数, 用 $1/\rho_{\alpha} = V_{\alpha}$ 代入, 且注意到

$$\sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{T} \nabla \cdot \vec{J}_k = \sum_{k=1}^n \nabla \cdot \left(\frac{\mu_k}{T} \vec{J}_k \right) - \sum_{k=1}^n \vec{J}_k \cdot \nabla \left(\frac{\mu_k}{T} \right)$$

后, (3) 式成为

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{\lambda}{T} \nabla^2 T - \frac{1}{T} \sum_{\alpha, \beta} \left[\frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\frac{\pi_{\alpha, \beta}}{\rho_{\alpha}} \right) - \frac{1}{\rho_{\alpha}} \frac{\partial \pi_{\alpha, \beta}}{\partial x_{\beta}} \right] - \nabla \cdot \vec{J}_s + \sigma, \quad (4)$$

其中 $\vec{J}_s = -\sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{T} \vec{J}_k$ 为熵流, $\sigma = -\sum_{k=1}^n \vec{J}_k \cdot \nabla \left(\frac{\mu_k}{T} \right) + \sum_{\theta=1}^r \omega_{\theta} \frac{A_{\theta}}{T}$ 为熵产生,

$A_\theta = -\sum_{k=1}^n \gamma_{k\theta} \mu_k$ 是第 θ 个反应的化学亲和势, $\pi_{\alpha,\beta}/\rho_\alpha$ 为压力能.

对流体而言, 压强张量成为静流体标量 p , 在(4)式中,

$$\sum_{\alpha,\beta} -\frac{1}{\rho_\alpha} \frac{\partial \pi_{\alpha,\beta}}{\partial x_\beta} = -\frac{1}{\rho} \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial p}{\partial x_\beta} \approx g, \quad (5)$$

这里 $\sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_\beta} \equiv \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$. 利用湿空气的总位能守恒方程

$$p/\rho + c_v T + gz + v^2/2 + Lq_i = \text{常数}, \quad (6)$$

得

$$\sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{p}{\rho} \right) = -\sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_\beta} (c_v T + gz + v^2/2 + Lq_i). \quad (7)$$

把(4)式右边第二项写成如下形式

$$-\frac{1}{T} \sum_{\alpha,\beta} \left[\frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{\pi_{\alpha,\beta}}{\rho_\alpha} \right) - \frac{1}{\rho_\alpha} \frac{\partial \pi_{\alpha,\beta}}{\partial x_\beta} \right] = \frac{c_v}{T} \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_\sigma}{\partial x_\beta} - \frac{g}{T}, \quad (8)$$

其中

$$T_\sigma = T + gz/c_v + Lq_i/c_v + v^2/2c_v, \quad (9)$$

也称 T_σ 为定容等熵温度.

选取局域大气作为研究的系统. 大气可看作由于空气、水汽、液态水和固态水四种组份构成^[2], 系统内干空气密度的变化由其散度所决定, 而水汽密度的变化不但决定于散度, 而且液态水和固态水的形成也使其发生变化. 在饱和大气下, 由液态水或固态水蒸发成水汽的速度比之于由水汽凝结成液态或固态水的速度相对较小. 因此, 我们只考虑凝结这一不可逆过程. 此外, 我们还认为水汽一旦凝结成液态或固态水就立即下落, 即凝结水脱离开系统. 这样, 在我们的系统内只考虑干空气和水汽的存在. 熵产生 σ 中的第一项可写成

$$-\sum_{k=1}^n \vec{J}_k \cdot \nabla \left(\frac{\mu_k}{T} \right) = -\vec{J}_d \cdot \nabla \left(\frac{\mu_d}{T} \right) - \vec{J}_v \cdot \nabla \left(\frac{\mu_v}{T} \right), \quad (10)$$

式中下标 d, v 分别表示干空气和水汽.

我们将凝结形成的液态水和固态水统称为凝结水. 这样, 凝结水的亲和势 $A_v = -\gamma_v \mu_v$, γ_v 为水汽在凝结中的计量系数, $\mu_v = -c_{pv} \ln T + R_v \ln e < 0$ (c_{pv} 、 R_v 分别为水汽的定压比热和气体常数, e 为水汽压) 为水汽的化学势^[1]. 由单位体积中的水汽凝结率 ω_v 和 γ_v , 就有

$$\gamma_v \omega_v = -\frac{d\rho_v}{dt}, \quad (11)$$

即凝结的结果使系统内的水汽密度减小. 所以熵产生 σ 中的第二项为

$$\sum_{\theta=1}^r \omega_\theta \frac{A_\theta}{T} = \omega_v \frac{A_v}{T} = \frac{\mu_v}{T} \frac{d\rho_v}{dt}. \quad (12)$$

在湿饱和大气系统中, 当有上升 ($w > 0$) 运动时, $d\rho_v/dt < 0$, 即有凝结水产生. 而在下沉 ($w \leq 0$) 时不考虑蒸发, 则 $d\rho_v/dt = 0$.

由(10)和(12)式及 $\vec{J}_k = D_k \nabla \rho_k$, 熵产生可写成

1) 林杏奇, 1984, 耗散结构理论在气象学中的应用, 湖北气象研究文集(四), 1—2.

$$\sigma = - \left[D_d \nabla \rho_d \cdot \nabla \left(\frac{\mu_d}{T} \right) + D_v \nabla \rho_v \cdot \nabla \left(\frac{\mu_v}{T} \right) \right] + \begin{cases} \frac{\mu_v}{T} \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_v}{\partial y} + w \frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right), & w > 0 \\ 0, & w \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中 ρ_d 、 ρ_v 分别为干空气和水汽密度, D_d 、 D_v 分别为干空气和水汽的扩散系数, μ_d 、 μ_v 为它们的化学势. 上式中右边第一大项为扩散项, 第二大项为水汽密度变化项. 前项有算符 $\nabla(\cdot) \cdot \nabla(\cdot)$, 而后项只有 $\nabla(\cdot)$, 由于 $\nabla \sim \partial/\partial x \sim 1/L$, $\nabla^2 \sim 1/L^2$, $L \gg 1$ 为系统的尺度, 此外, 扩散系数 (D_d , D_v) $\sim 10^{-3}$, 速度 (u, v) $\gg (D_d, D_v)$. 因此, 前项远小于后项, 故可将第一大项略去. 另外, 在有限区域的潮湿大气中 $\partial \rho_v / \partial t$, $\partial \rho_v / \partial x$ 及 $\partial \rho_v / \partial y$ 比 $\partial \rho_v / \partial z$ 要小. 这样, 上式可简化写成

$$\sigma = \begin{cases} \frac{\mu_v}{T} w \frac{\partial \rho_v}{\partial z}, & w > 0; \\ 0, & w \leq 0. \end{cases} \quad (14)$$

实际大气中 $\partial \rho_v / \partial z < 0$, 又水汽化学势 $\mu_v < 0$, 故 σ 在有上升运动时大于零, 否则等于零.

只考虑大气系统中的干空气和水汽, (4) 式中第三项在 (x, y, z) 坐标下的展开形式为

$$-\nabla \cdot \vec{J}_s = \nabla \cdot \left[\frac{\mu_d}{T} \rho_d (\vec{v}_d - \vec{v}) \right] + \nabla \cdot \left[\frac{\mu_v}{T} \rho_v (\vec{v}_v - \vec{v}) \right], \quad (15)$$

由 $\rho_k (\vec{v}_k - \vec{v}) = D_k \nabla \rho_k$ 的关系, 这项是由干空气和水汽的密度分布不均匀引起的.

将 (8)、(14) 和 (15) 式的结果代入 (4) 式得

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{\lambda}{T} \nabla^2 T + \left[\frac{c_v}{T} \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_\sigma}{\partial x_\beta} - \frac{g}{T} \right] + \left\{ \nabla \cdot \left[\frac{\mu_d}{T} \rho_d (\vec{v}_d - \vec{v}) \right] + \nabla \cdot \left[\frac{\mu_v}{T} \rho_v (\vec{v}_v - \vec{v}) \right] \right\} + \begin{cases} \frac{\mu_v}{T} w \frac{\partial \rho_v}{\partial z}, & w > 0; \\ 0, & w \leq 0. \end{cases} \quad (16)$$

这就是经简化后所得到的大气系统中的熵平衡方程.

四、大气中的对流和降水

由熵平衡方程 (16) 看出, 熵的变化取决于温度、定容等熵温度 (也即压能 p/ρ) 的分布; 干空气和水汽密度的分布; 以及大气的垂直 (对流) 运动. 而垂直运动总是被动的, 是来调整熵不平衡的. 下面分别讨论熵变的主动因素, 即 (16) 式中前三项对熵平衡的逐一贡献.

1. 温度的分布

在暖中心处 $\lambda \nabla^2 T / T < 0$, 冷中心处 $\lambda \nabla^2 T / T > 0$. 如果我们考察一个局地热对流, 也就是在 (16) 式中假定系统内 ρ_d 、 ρ_v 、 T 、 q 、及 v 的分布均匀, 相当于对一个理想

的定态大气加热, 则描写这一热对流的熵平衡方程可写成

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{\lambda}{T} \nabla^2 T + \begin{cases} \frac{\mu_v}{T} w \frac{\partial \rho_v}{\partial z}, & w > 0; \\ 0, & w \leq 0. \end{cases} \quad (17)$$

起初暖中心逐渐增强, 有 $\lambda \nabla^2 T / T < 0$, 而此时 $w = 0$, 熵不平衡, 有 $\rho dS/dt < 0$. 在不平衡的状态下必有熵产生出现, 即 $(\mu_v w / T) \partial \rho_v / \partial z > 0$, 也就有 $w > 0$, 此时对流出现, 如若空气饱和, 则积云就可发展. 因此, $\lambda \nabla^2 T / T < 0$ 可作为对流发展的判据.

2. 定容等熵温度分布

(16)式右边第二项可展开成

$$\frac{c_v}{T} \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_\sigma}{\partial x_\beta} - \frac{g}{T} = \frac{c_v}{T} \left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right) + \frac{c_v}{T} \frac{\partial T_\sigma}{\partial z} - \frac{g}{T}, \quad (18)$$

式中 $\left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right)$ 为定容等熵温度的水平梯度, $\frac{\partial T_\sigma}{\partial z}$ 为其铅直梯度, g/T 为浮

力参数. 当 $\frac{c_v}{T} \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_\sigma}{\partial x_\beta} - g/T < 0$ 时表示此项对熵变有负的贡献. 在水平面上,

只有 T_σ 高值区的北侧、东侧和东北侧的等 T_σ 线密集区上小于零. 在 $v^2/2c_v$ 作为小项略去的情况下, 比较能量天气学中的湿静力温度 $T_\sigma = T + gz/c_p + Lq/c_p$ 可见, T_σ 与 T_σ 的差异仅是 c_v 与 c_p . 因此, T_σ 与 T_σ 的分布形态应该是一样的. 这就难怪能量天气学中分析出的降水和对流天气往往发生在能量锋上^[5]. 但这里指出, 不是所有的能量锋上都可发生降水, 而是局限在高能区的某些方位上. 事实上文献[5]中的一些例子也证实了这一点. 由此可见, 能量天气学已隐用了熵平衡的关系. 作者在文献[6]中用简化的熵平衡方程

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{c_v}{T} \left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right) + \begin{cases} \frac{\mu_v}{T} w \frac{\partial \rho_v}{\partial z}, & w > 0 \\ 0, & w \leq 0 \end{cases} \quad (19)$$

诊断一次暴雪过程, 得到在 $\left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right) < 0$ 的区域内 24 小时后可出现降雪, 降

雪发生后, $\left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right) \rightarrow 0$. 这就反映出, 降雪之前 $\left(\frac{\partial T_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial T_\sigma}{\partial y} \right) < 0$, 有

$\frac{dS}{dt} < 0$, 熵不平衡. 使熵达到平衡的机制是 $\frac{\mu_v}{T} w \frac{\partial \rho_v}{\partial z} > 0$, 即有 $w > 0$, 在湿饱和和大气下就有降水发生. 因此湿饱和和大气下降水的发生可标志着熵由不平衡向平衡的过渡, 在此过程中只是有降水发生, 而不一定出现新的天气系统.

3. 干空气和水汽密度的分布

在系统的温度均匀、压强均匀, 而只有密度不均匀的情况下, 利用 $\rho_k = (\vec{v}_k - \vec{v}) = D_k \nabla \rho_k$ 的关系, 熵平衡方程成为

$$\rho \frac{dS}{dt} = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_d}{T} D_d \nabla \rho_d \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mu_v}{T} D_v \nabla \rho_v \right) + \begin{cases} \frac{\mu_e}{T} w \frac{\partial \rho_e}{\partial z}, & w > 0 \\ 0, & w \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

我们还是关心使右端项小于零的条件. 展开 $\nabla \cdot (\mu_d D_d \nabla \rho_d / T)$ 和 $\nabla \cdot (\mu_v D_v \nabla \rho_v / T)$ 不难发现, 在干空气和水汽的高密度中心处, 这两项的结果小于零. 大气中的湿中心在汛期是常见的. 因此, 降水会首先发生在高湿区中.

综合上述三方面的分析, 我们得到在暖中心处, 在高能区的北侧、东侧和东北侧的能量锋上, 以及高湿区中是未来有可能发生降水的地方. 分析(16)式右边看出, 第一项和第三项有算符 $\nabla^2(\)$ 或 $\nabla(\) \cdot \nabla(\)$, 而第二项只有 $\nabla(\)$. 由量级分析看出, 定容等熵温度分布对熵平衡的贡献要比温度和密度的贡献大.

五、大气中的耗散结构

只有当系统远离平衡时才有可能出现有序结构, 本节将在非线性热力学理论中寻找大气出现有序结构的条件.

根据李亚普诺夫的研究, 如果能够找到一个与所讨论的微分方程组相联系的函数 $V = V(t, x_1, \dots, x_n)$, 那么, 我们只要考虑 V 和 dV/dt 两者符号的异同, 就能直接推断出系统的稳定性结论. 现在我们寻找适合于大气的这种函数形式.

由于外部扰动或内部涨落的作用, 必将导致系统的 $\{\rho_i\}$ 对其定态值 $\{\rho_{i0}\}$ 的偏差, 这里 ρ_i 为第 i 个状态变量, 假定 $\{\delta \rho_i\}$ 仍是小量, 则有

$$\delta S = \sum_i \left(\frac{\partial S_{e,i}}{\partial \rho_i} \right)_0 \delta \rho_i = - \frac{1}{T} \sum_i \mu_{i0} \delta \rho_i, \quad (21)$$

$$\delta^2 S = - \frac{1}{T} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \rho_j} \right)_0 \delta \rho_i \delta \rho_j, \quad (22)$$

其中 $\delta^2 S$ 为熵的二阶变分, $S_{e,i}$ 表示组分 i 单位体积 v 的熵, μ_{i0} 表示单位质量组分 i 定态时的化学势. 由局域平衡条件得到 $\delta^2 S$ 应该是负定的, 即 $\delta^2 S \leq 0$.

对大气来说, 其主要成份是干空气, 其次是水汽等. 我们可将(22)式写成干空气(下标 d)与其它气体之和的形式

$$\delta^2 S = - \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial \mu_d}{\partial \rho_d} \right) (\delta \rho_d)^2 + \sum_{i,j} \frac{\partial \mu_i}{\partial \rho_j} \delta \rho_i \delta \rho_j \right], \quad (i, j \neq d) \quad (23)$$

取初值比焓和比熵为零, 则干空气的化学势¹⁾

$$\mu_d = -c_{pd} \ln T + R_d \ln p, \quad (24)$$

其中 c_{pd} 、 R_d 分别为干空气的定压比热和气体常数.

将状态方程 $p = \rho_d R_d T$ 取自然对数, 且对 ρ_d 求导数得

$$\frac{\partial \ln p}{\partial \rho_d} = \frac{1}{\rho_d} + \frac{\partial \ln T}{\partial \rho_d}. \quad (25)$$

将(24)、(25)式代入(23)式, 再利用关系式 $\delta \rho = \frac{\partial \rho}{\partial T} \delta T + \frac{\partial \rho}{\partial p} \delta p$ 可得下式

1) 林杏奇, 1984, 耗散结构理论在气象学中的应用, 湖北气象研究文集(四), 1—2.

$$\delta^2 S = -\frac{1}{T} \left\{ \frac{c_p \alpha}{T} (\delta T)^2 + \frac{R}{\rho} \alpha^2 (\delta T)^2 + \left(\frac{R}{\rho} + \frac{c_p}{\alpha T} \right) [\beta^2 (\delta p)^2 - 2 \alpha \beta \delta T \delta p] + \sum_{i,j} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \rho_j} \right) \delta \rho_i \delta \rho_j \right\}, \quad (26)$$

其中 $\alpha = -\partial \rho / \partial T$ 为热膨胀系数, $\beta = \partial \rho / \partial p$, 式中已不再记下标 d . 由于 $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $c_p > 0$ 及在大气中 δT 与 δp 呈负相关. 因此, 式中各项都是大于或等于零的 (只有当所有涨落为零时才为零), 它们对 $\delta^2 S$ 都有自身独立的贡献, 这就为我们讨论每一项对熵的二阶变分的贡献提供了方便. 我们暂不考虑气压涨落和其它气体密度涨落的贡献, 即在上式中令 δp , $\delta \rho_i$ 和 $\delta \rho_j$ 为零, 则 (26) 式有

$$\delta^2 S = -\frac{1}{T} \left(\frac{\alpha c_p}{T} + \frac{\alpha^2 R}{\rho} \right) (\delta T)^2, \quad (27)$$

可将 $t_0 + \Delta t$ ($\Delta t > 0$) 时刻的温度涨落 $\delta T(x, y, z, t_0 + \Delta t)$ 分解成空间上的和时间上的两部分, 即 $\delta T = \delta \bar{T} + \delta T'$. $\delta \bar{T} = \delta \bar{T}(x, y, z, t_0)$ 为 t_0 时刻空间上的涨落, 反映了当前 (t_0 时刻) 空间状态偏离定态 $\bar{T}(x, y, z)$ (可取气候平均) 的程度, 如已出现的暖舌与冷槽; 而 $\delta T' = \delta T'(x, y, z, \Delta t)$ 为时间上的涨落, 反映“瞬时” ($t = t_0 + \Delta t$) 状态相对当前 (t_0 时刻) 空间状态的偏离. 且满足 $\delta \bar{T} \gg \delta T'$, 则 (27) 式可展开成

$$\delta^2 S = -\frac{1}{T} \left(\frac{\alpha c_p}{T} + \frac{\alpha^2 R}{\rho} \right) [(\delta \bar{T})^2 + 2 \delta \bar{T} \delta T'], \quad (28)$$

显见, (28) 式方括号内第一项为空间上的涨落, 第二项取决于时间与空间涨落的相关. 对我们来说, 关心的不是当前空间上的涨落, 而是时间上的涨落. 因此, 我们求 $\delta^2 S$ 对时间 t 的导数, 并近似取用 $\bar{T}$ 代替 T , 得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \delta^2 S \right) = -\frac{1}{\bar{T}} \left(\frac{\alpha c_p}{\bar{T}} + \frac{\alpha^2 R}{\rho} \right) \delta \bar{T} \frac{\partial}{\partial t} (\delta T'), \quad (29)$$

这样, 我们找到了一个李亚普诺夫函数 $\delta^2 S$. 文献 [4] 推证的结果得到, 对 $\delta^2 S/2$ 的时间导数正好等于超熵产生 $\delta_x p$. 由于 $\delta_x p$ 可正、可负或为零, 因此 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t$ 也有各种可能的符号, 大于零、小于零或等于零分别对应于系统稳定、不稳定和边界稳定, 即

$$\delta_x p \begin{cases} > 0, & \text{稳定;} \\ = 0, & \text{边界稳定;} \\ < 0, & \text{不稳定.} \end{cases} \quad (30)$$

根据 (30) 式, 大气中 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t < 0$ 的地区只能是在下列两种情况下: 一是暖舌处 ($\delta \bar{T} > 0$) 有增强的暖平流 [$\partial(\delta T')/\partial t > 0$]; 二是在冷槽处 ($\delta \bar{T} < 0$) 有增强的冷平流 [$\partial(\delta T')/\partial t < 0$]. 前者对应地面上低压发展加深, 后者对应地面上高压增强. 作者曾用此原理分析了江淮气旋的生成发展^[7].

六、结束语

大气系统所处的状态大致可分为三种: 一是平衡态, 二是线性非平衡态, 三是非

线性非平衡态。大气由于非绝热加热作用和热的不均匀分布,总是使其偏离平衡态。根据大气偏离平衡态的程度而将其分成非平衡线性区和非平衡非线性区。在非平衡的线性区,系统向平衡态的过渡是连续的,不可能出现非线性区中出现的大规模宏观定向运动。

当系统处于非平衡非线性区时,系统的演变可用熵平衡方程来描述。温度场、压能场和密度场的不均匀分布可引起熵变,而以压能场(或等熵温度场)的贡献尤为明显。熵变小于零,即为熵不平衡,熵产生是由熵不平衡引起的。在饱和大气下,降水发生的过程就是熵产生的作用。因此,我们可用熵平衡方程诊断未来时段内的降水和预告降水结束。

当系统进入非平衡非线性区时,系统是极不稳定的,系统向平衡过渡的过程中要出现大规模的宏观定向运动,即要有天气系统的发生发展。由于 $\delta^2 S \leq 0$,因此可计算大气中 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t$ 的分布,在 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t < 0$ 的地方是未来有可能产生天气系统的区域。在天气图上,暖脊处如有增强的暖平流,则此处未来可能会有气旋发生或加深。在冷槽处,如有增强的冷平流,则此处未来可能会有高压增强。

参 考 文 献

- [1] 仪垂祥, 1989, 大气系统中的熵, 大气科学, 第13卷3期, 367—372.
- [2] 章国材, 1986, 大气中的耗散结构, 大气科学, 第10卷1期, 107—112.
- [3] Glansdorff, P. and Prigogin, I., 1971, *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*, Wiley-Interscience, New York, 300—306.
- [4] 严绍瑾、彭永清, 1989, 非平衡态理论与大气科学, 学苑出版社, 54—59, 42—45, 63—69.
- [5] 雷雨顺, 1986, 能量天气学, 气象出版社, 65—124.
- [6] 钱维宏、王肖成, 1990, 一次间断暴雪过程的熵诊断分析, 空军气象学院学报, 第11卷2期, 67—72.
- [7] 钱维宏, 1987, 超熵产生与江淮气旋的生成和发展, 空军气象学院学报, 第8卷1期, 39—46.

The Dissipative Structures and Convective Motions in Atmosphere

Qian Weihong

(Yancheng Meteorological Observatory, Jiangsu Province, 224001)

Abstract

This paper proves that the entropy equilibrium equation can be used to diagnose the generation of the convection and precipitation in the atmosphere, and that the excess entropy production in the non-linear thermodynamical theory can be used to diagnose the generation of weather systems.

Key words: Dissipative structure; Entropy equilibrium equation; Excess entropy production; Convective motion.