

# 平均环流的诊断与预报

陈英仪 佟建平

(国家海洋环境预报中心, 北京, 100081)

## 提 要

本文采用实际的大气资料分析了一个正压平均环流距平模式各项的相对重要性。结果表明, 单纯考虑初始场的惯性预报的准确率随所取平均时间的增加而迅速下降, 并以长波和超长波段最为显著。

加上气候平均风场及地球球面效应等动力因子后的修正的惯性预报, 其结果不如纯惯性预报好。而且, 所取的平均时间越长, 效果越差。加进散度订正因子后, 对长波和超长波的预报起明显改进作用。

对平均环流的预报起重要作用的因子是未知的强迫作用项。根据分析, 本文提出了提高平均环流预报准确率的可能途径。

**关键词:** 平均环流; 诊断; 预报。

## 一、引 言

众所周知, 数值预报的主要困难是长期预报。目前, 不仅预报两周后某一天的天气不可能, 就是报好这一时段的平均天气也较困难。

我国曾发展过具有特色的长期数值预报模式, 如距平滤波模式<sup>[1,2]</sup>和统计-动力模式<sup>[3]</sup>, 它们在实际预报试验中都表明有一定的准确率。但由于它们的第一步要报好下垫面的温度, 而下垫面温度的预报除了受大气本身的影响之外, 还受海洋及土壤等各种物理过程的制约。资料也比较缺乏, 因此对下垫面温度的预报较为困难。最近, 陈英仪等<sup>[4]</sup>曾用 GCM 模式的资料分析了各种因子对平均大气环流距平的相对贡献, 发现地面温度的强迫在长到1个月的平均预报中并不是很重要的, 它可以和其它未知强迫作用力一起作参数化处理。这一结论在实际大气中是否适用? 是本文将要讨论的。

平均环流距平所满足的方程将在下一节中推导; 第三节描述所采用的资料; 各种因子对平均环流的相对贡献在第四节论述; 最后一节是结论和讨论。

## 二、模 式

大气的非绝热准地转正压位涡方程为:

1990年4月22日收到, 1991年3月28日收到再改稿。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - \lambda^2) \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi + \sin \varphi + h) + K_h \nabla^6 \psi = F. \quad (1)$$

上式已用  $(2\Omega)^{-1}$  和地球半径  $a$  做时间和长度尺度无量纲化了.  $\lambda^2$  为散度订正因子,  $h$  为地形的无量纲高度,  $K_h$  为水平耗散系数,  $F$  表示热力强迫以及非地转效应对涡度的贡献.

把(1)式各量分成气候平均及其距平值两部分, 可得到距平位涡方程为

$$\frac{\partial \psi'}{\partial t} = (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} (F'_a - L\psi'), \quad (2)$$

其中  $L$  为一线性算子, 即

$$L = J(\bar{\psi}, \nabla^2) + J(\bar{\psi}, \nabla^2 \bar{\psi} + \sin \varphi + h) + K_h \nabla^6, \quad (3)$$

$F'_a$  为总的未知强迫项, 它是非绝热及非地转作用  $F'$  减去瞬变涡旋距平  $J'$  项, 即

$$F'_a = F' - J'(\psi', \nabla^2 \psi'), \quad (4)$$

而

$$F' = F - \bar{F}, \quad (5)$$

$$J'(\psi', \nabla^2 \psi') = J(\psi', \nabla^2 \psi') - \overline{J(\psi', \nabla^2 \psi')}. \quad (6)$$

容易得到(2)式的积分解为

$$\psi'(t_1) = \psi'(0) - (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} \int_0^{t_1} (L\psi' - F'_a) dt. \quad (7)$$

$T_2$  时段的平均距平流函数  $\hat{\psi}$  可对上式积分得到,

$$\hat{\psi} = \psi'(0) - \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} \int_0^{t_1} (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} (L\psi' - F'_a) dt dt_1. \quad (8)$$

为推导平均环流距平满足的方程, 我们再定义另一个距平量  $\psi''$ :

$$\psi'' = \psi' - \hat{\psi}. \quad (9)$$

(9) 式代入(8)式后, 得  $\hat{\psi}$  的隐式解为

$$\left[ 1 + \frac{T_2}{2} (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L \right] \hat{\psi} = \psi'(0) - \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} \int_0^{t_1} (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} (L\psi'' - F'_a) dt dt_1. \quad (10)$$

可见, 平均环流距平基本上受线性算子  $L$ 、初始状态  $\psi'(0)$ 、强迫项  $F'_a$  以及由它们所导致的对平均环流的偏差值  $\psi''$  的影响.

如果用有限差分表示时间的导数和积分, 则(2)式的前差近似的显式解为

$$\begin{aligned} \left[ 1 + \frac{1}{2} \Delta t (Q-1) (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L \right] \hat{\psi} = & [1 - \Delta t (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L] \psi'(0) + \\ & \Delta t (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} F'_a(0) + \frac{\Delta t}{Q} (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} \sum_{n=1}^{Q-1} (Q-n) [F'_a(n\Delta t) - L\psi''(n\Delta t)]. \end{aligned} \quad (11)$$

这就是本文要讨论的平均环流距平模式, 其中  $\Delta t$  为时间步长,  $Q$  为要达到预报的平均天数的步数.

### 三、资 料

本文所采用的资料来源于 Speth 和 Kirk<sup>[5]</sup>. 资料为 10 年 (1967—1976) 1 月份每日两次平均的北半球 500hPa 位势高度并在波数 15 处作三角截断的球谐函数的系数. 网格点上的高度场  $G$  展为球函数的关系为

$$G(\varphi, \theta) = \sum_{k=1}^K C_k Y_k(\varphi, \theta), \quad (12)$$

其中  $\varphi$  和  $\theta$  分别为纬度和经度, 而

$$Y_k(\varphi, \theta) = P_n^m(\sin \varphi) \begin{cases} 1, & m=0, \\ \sqrt{2} \sin(m\theta), & m>0, \\ \sqrt{2} \cos(m\theta), & m>0. \end{cases}$$

$K$  为要截取的波数.

$$P_n^m(\mu) = (2n+1)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} [-(1-\mu^2)^{\frac{1}{2}}]^m \tilde{P}_n^m(\mu),$$

$$\tilde{P}_n^m(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{m+n}}{d\mu^{m+n}} (\mu^2 - 1)^n.$$

流函数用下面的平衡关系由位势高度场转换得到

$$\nabla^2 G = \nabla \cdot \sin \varphi \nabla \psi. \quad (13)$$

Lorenz<sup>[6]</sup> 和 Roads<sup>[7]</sup> 已很好地描述了对赤道对称的位势高度和反对称的流函数谱系数之间相互转换的递推关系.

根据资料算出的  $\bar{\psi}$  和  $\psi'$  作为实测值. 地形高度  $h$  的分布如 Roads<sup>[8]</sup> 所述. 当参数  $\lambda^2$  和  $K_k$  选定后, 总的未知强迫项  $F_a'$  可由 (2) 式并对时间导数作前差近似求得, 瞬变涡旋距平  $J'$  由 (6) 式算出,  $F'$  可由 (4) 式得到.

### 四、平均环流的诊断和预报

#### 1. 诊断的方法

本节将分析几种因子对平均环流的相对贡献, 为此先作一些必要的定义.

1) 初始场的作用.

令  $L = F_a = 0$ , 则 (11) 式变成

$$\hat{\psi} = \psi'(0), \quad (14)$$

这是通常所谓的“惯性预报”。

## 2) 动力算子 $L$ 的作用

令  $F_a' = \psi'' = 0$ , (11)式变成,

$$\hat{\psi} = \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2} (Q-1)(\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L \right]^{-1} \{ 1 - \Delta t (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L \} \psi'(0) \quad (15)$$

比较(15)与(14)式,可分析出动力算子  $L$  的作用。由(3)式看出,  $L$  包括平均风场对距平涡度的平流,距平风场对平均涡度的平流、地球的球面效应、地形及耗散作用等。由于气候平均流函数是事先可知的,故(15)式可称为“修正了的惯性预报”模式。

## 3) 总强迫项的作用

只令  $\psi'' = 0$ , (11)式可写成,

$$\begin{aligned} \hat{\psi} = & \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2} (Q-1)(\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L \right]^{-1} \left\{ [1 - \Delta t (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} L] \psi'(0) \right. \\ & \left. + \frac{\Delta t}{Q} (\nabla^2 - \lambda^2)^{-1} \sum_{n=0}^{Q-1} (Q-n) F_a'(n\Delta t) \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

与(15)式的预报结果相比,可知道总强迫项  $F_a'$  所起的作用。但在实际预报时,  $F_a$  是不知道的,故可把(16)式称为“总强迫作用的诊断”模式。

## 4) $\psi''$ 的作用

(11)式每一项均保留,并把它与(16)式的结果比较,可分析  $\psi''$  的相对重要性,称之为“理想的诊断”模式。

本文的运算均在球谐空间进行,(14)–(16)式以及(11)式中的  $\psi$  和  $F_a$  均是谱复系数,并略去了上下标  $n$  和  $m$ 。算子  $L$  主要是两个 Jacobi 的运算,用 Machenhauer<sup>[9]</sup> 描述的谱变换方法进行。根据伴随勒让德函数的正交性质,可把  $L$  排成一个带状矩阵,故求解(11)、(15)和(16)式时只要求一个逆矩阵并作适当的矩阵乘法运算即可。

预报或诊断的好坏标准主要采用流型相关系数  $\rho$  衡量,它在谱空间中的定义是

$$\rho = \frac{\sum X_n^m Y_n^m f - X_0^0 Y_0^0 / 2}{(\sum Y_n^m f - Y_0^0 / 2)^{1/2} (\sum X_n^m f - X_0^0 / 2)^{1/2}}, \quad (17)$$

其中

$$f = \begin{cases} \frac{1}{2}, & m=0, \\ 1, & m>0. \end{cases}$$

$X_n^m$  和  $Y_n^m$  分别为观测的与预报(或诊断)的流函数之球谱系数,  $X_0^0$  和  $Y_0^0$  为它们在北半球上的平均值。

## 2. $\lambda = K_s = k = 0$ 的结果

先不考虑散度订正因子、耗散及地形的作用,对 1 至 30 天平均的各种预报和诊断的

平均相关系数见图 1, 其中 1、5、10、15 和 30 天的平均预报分别为 300、60、30、20 和 10 个例子的平均。图中的曲线“ $P$ ”、“ $M_0$ ”、“ $F_0$ ”和“ $I$ ”分别为惯性预报、修正了的惯性预报、总强迫作用诊断和理想诊断的结果。

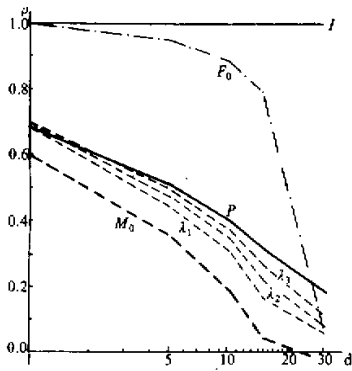


图 1 平均环流预报和诊断结果与观测的流函数之间的平均相关系数与所取平均天数之关系

时间越长,  $\hat{\psi}$  越小,  $\psi''$  就越接近  $\psi'$ , 因此也就越不可忽略。

### 3. 参数 $\lambda^2$ 、 $K_a$ 以及地形的影响

$\lambda^2$  取 40、80 和 120 所作的修正惯性预报以细虚线“ $\lambda_1$ ”、“ $\lambda_2$ ”和“ $\lambda_3$ ”表示在图 1 中。可见,  $\lambda^2$  越大, 修正的惯性预报效果越好。随着  $\lambda^2$  的加大, 一天的预报最先达到并超过纯惯性预报, 但当  $\lambda^2$  继续加大时, 一天的预报已无太大改善, 但对 5 天以上的预报改善却很显著。因此, 订正因子对改进预报起了一定的作用, 这与 Wiin-Nvensen<sup>[10]</sup> 和 Egger 等<sup>[11]</sup> 指出在正压涡度方程中取  $\lambda^2=0$  对行星波不是一个好的预报模式的结论是一致的。至于  $\lambda^2$  的选取, Haltiner<sup>[12]</sup> 认为应用实际预报与观测资料之间的统计检定来决定。Egger 等的文章中取  $\tilde{\lambda}^2=1 \times 10^{-12}/\text{m}^2$ 。若把我们的  $\lambda^2$  化为有量纲时 ( $\tilde{\lambda}^2=\lambda^2/a^2$ ),  $\lambda^2$  取 40、80 和 120 相当于用 1、2 和 3 乘以 Egger 的值。

试验表明,  $K_a$  取  $3 \times 10^{-7} - 3 \times 10^{-6}$  时, 加不加耗散对修正的惯性预报无太大影响; 同时, 加不加地形对结果也无太大影响。

不同波数对各种预报的相对贡献见图 2。纵坐标为流型相关系数  $\rho$ , 横坐标为波数  $n$ 。由 (17) 式可知, 若不对  $m$  和  $n$  求和,  $\rho$  是  $m$  和  $n$  的函数, 若只对  $m$  (或  $n$ ) 求和,  $\rho$  为  $n$  (或  $m$ ) 的函数。这样的处理可看出相关系数的谱分布。图 2a—d 分别是 1、5、10 和 30 天平均预报的结果。其它符号与图 1 同。

由图 2a 可见, 一天惯性预报最大的相关在  $n=4$  和 6 波处,  $n>10$  的短波相关最小。 $\lambda^2=0$  的修正惯性预报所有的波的相关都比纯惯性预报小, 尤以  $n=2$  波降得最厉害。 $\lambda^2=40$  时, 修正惯性预报有明显的改善 (由于  $\lambda^2$  取 40 和 120 的曲线很靠近, 图 2a 只用  $\lambda_3$  表示),  $n<6$  以及  $n \geq 10$  的波已达到并超过纯惯性预报。

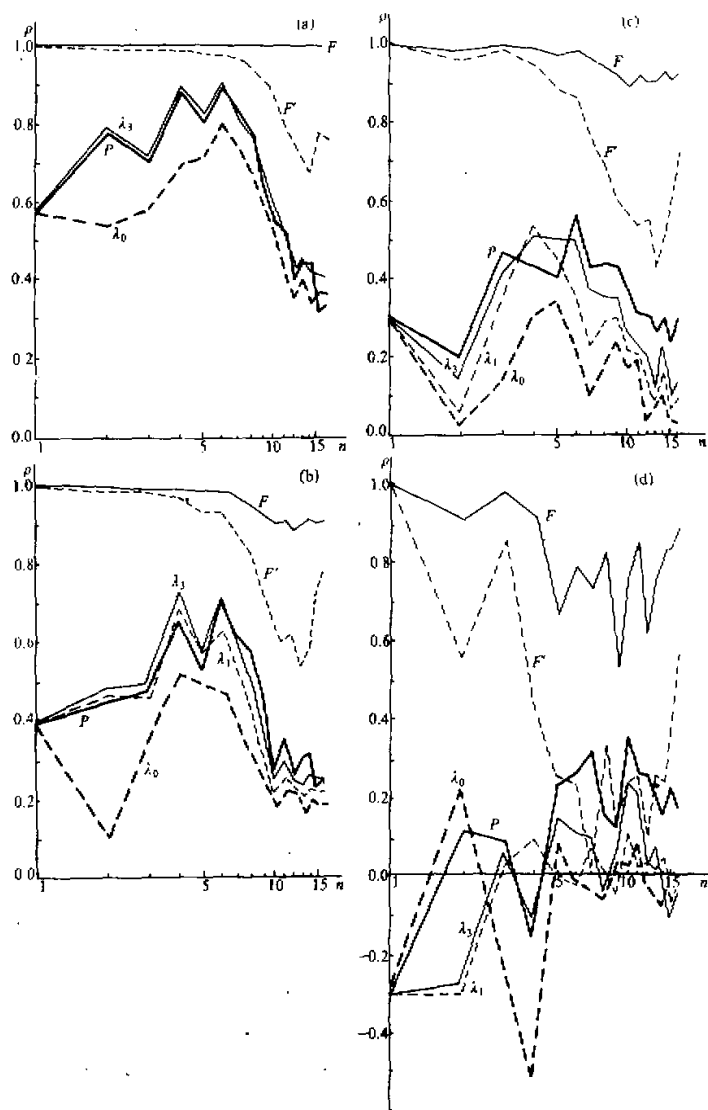


图2 1天(a)、5天(b)、10天(c)和30天(d)平均环流预报和诊断结果与实测流函数之间的相关系数的谱分布

5天的预报见图2b, 各波数的纯惯性预报相关普遍低于1天的预报, 降得最厉害的是  $n=2$  波, 从1天的0.78降至0.45. 与一天的惯性预报一样,  $n=4$  和6波的相关最大,  $n \geq 10$  的短波相关最小,  $\lambda^2=0$  的修正惯性预报的相关全都低于纯惯性, 也以  $n=2$  波

降得最甚,  $\lambda^2 = 40$  对  $n < 5$  的长波预报效果大为改善, 已超过纯惯性预报,  $n \geq 6$  波虽超过  $\lambda^2 = 0$  的预报, 但比纯惯性预报低,  $\lambda^2 = 120$  对  $n \leq 6$  的波的预报仍有改进, 但短波段仍比纯惯性预报差。

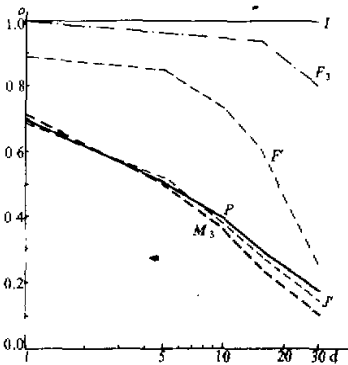
10 天(图 2c)纯惯性预报在  $n \geq 9$  的短波的相关不比 5 天的预报低, 但长波的相关下降, 仍以  $n = 2$  波为甚, 使  $n = 2$  波的惯性相关成了最低点, 修正的惯性预报随着  $\lambda^2$  的加大, 相关逐渐提高, 提高最显著的是  $n = 4$  和 5 的波, 但其它波的相关仍比不上纯惯性预报。

30 天(图 2d)的纯惯性预报的相关一般短波高于长波, 以  $n = 10$  波相关最大,  $n = 4$  波最小,  $\lambda^2 = 0$  的修正惯性预报对  $n = 2$  的波有改善, 但  $\lambda^2 > 0$  又使它降下来,  $\lambda^2$  的贡献主要在  $n = 3 - 5$  波。

总的看来,  $\lambda^2$  对于小于 5 天的短期预报主要是改善  $n < 6$  的长波和超长波, 对旬和月预报主要是改善  $n = 4 - 6$  波。

#### 4. 瞬变涡旋的作用

现在我们把参数  $\lambda^2$  取成 120,  $K_b = h = 0$ , 重新计算  $F_a$  并进行各种预报及诊断。



结果表示在图 3 中, 图 3 与图 1 的最大不同在总强迫作用诊断结果上, 长于 1 天预报的总强迫作用诊断结果比  $\lambda^2 = 0$  时好得多, 尤其 30 天平均预报的改善最大。

从(4)式可知, 总强迫项  $F_a'$  是由  $F'$  和  $J'$  组成的, 为分析它们两者的相对重要性, 分别用  $F'$  和  $(-J')$  代替(16)式中的  $F_a$ , 诊断结果见图 3 的曲线  $F'$  和  $J'$ 。可见, 在总的未知强迫项中, 未知的非绝热及非地转强迫  $F'$  起比较关键的作用, 而瞬变涡旋距平的作用主要表现在较长时间的预报中。值得注意的是, 当  $F_a'$  只取  $F'$  或  $(-J')$

图 3 除  $\lambda^2 = 120$  外, 其余与图 1 相同 中的任一个时, 诊断结果都不理想, 但两者合起来后(见曲线“ $F_3$ ”), 结果相当理想, 小于 15 天平均诊断的相关大于 0.94, 30 天平均也达到 0.80, 说明虽然未知的非绝热及非地转强迫作用较重要, 但瞬变涡旋的作用也不能忽视, 而且, 时间越长, 它就越重要。

总强迫项  $F_a'$  和部份强迫  $F'$  的诊断相关系数的谱分布见图 2 的曲线“ $F$ ”和“ $F'$ ”, 由图 2 可见, 对短于 10 天预报而言, 非绝热及非地转强迫在长波和超长波起主要作用, 而瞬变涡旋距平对短波的影响较大。

### 五、结论与讨论

本文推导了一个平均环流距平模式, 并采用 1967—1976 年 1 月份实测的大气资料分析了各项对平均环流的相对贡献。结果表明, 单纯考虑初始场的惯性预报的准确

率随着所取平均时间的加长而迅速下降, 预报和观测之间的相关系数从 1 天的 0.69 降到月预报的 0.18, 而且这种下降主要出现在  $n < 10$  的较长波段中。

加上气候平均风场对距平涡度的平流、距平风场对平均涡度的平流以及  $\beta$  效应等动力因子后的修正惯性预报结果不比纯惯性预报好, 而且时间越长, 效果越差, 相关系数的下降出现在所有波段中, 其主要原因可能有两个: 一是本文所用资料的时间步长为 24 小时, 这造成 Jacobi 项计算有误差; 其次可能是本文所用的正压和准地转假定带来的缺陷。

对修正的惯性预报起明显改善作用的动力参数是散度订正因子, 只要该参数不取零值, 修正的一天惯性预报可达到并超过纯惯性预报, 而且这种改善主要表现在长波和超长波段。从物理意义上说, 这种订正可减慢行星波快速的向后倒退, 散度订正因子对长于 5 天的预报也有明显的改善, 可能也是出于同样的道理。

对平均环流起关键作用的是未知的强迫项, 其中又以未知的非绝热及非地转作用为主, 但瞬变涡旋的作用也不能忽视, 时间越长, 它的作用越显著, 而且其作用主要是改善短波段的预报。

每日的流函数距平与所取时间平均距平之差值  $\psi''$  的作用对时间较短的预报是可以忽略的。对 30 天平均预报影响较大是由于本文所取的实况资料的时间序列较短, 若加长资料的时间序列, 可以肯定,  $\psi''$  对 30 天的预报也是可以忽略的。

通过本文的分析可以看到, 要提高平均环流预报的准确率可以有两途径。一是设法模拟未知作用力, 陈英仪等<sup>[4, 13]</sup>提出的参数化方法是可能的途径之一。他们采用 3600 天的模式资料以及 10 年 (1967—1976) 1 月份的实际观测资料对未知强迫力作参数化的结果表明, 环流预报的准确率的确可以大大提高。二是改进修正的惯性预报, 它反映了大气的动力作用。正如前面所述, 过大的时间步长会造成 Jacobi 项计算的不准确。因此本文中的未知强迫作用  $F'$  应包括由于时间步长的过分粗糙而造成 Jacobi 项的计算误差, 但我们目前还无法估计这误差有多大。看来, 继续用大量的资料作平均环流预报和诊断试验是有益的。

### 参 考 文 献

- [1] Group of Long-Range Numerical Weather Forecasting, 1977, On the physical basis of a model of long-range numerical weather forecasting, *Scientia Sinica*, **20**, 377—390.
- [2] Group of Long-Range Numerical Weather Forecasting, 1979, A filtering method for long-range numerical forecasting, *Scientia Sinica*, **22**, 661—674.
- [3] 卮纪范, 1986, 长期数值天气预报, 气象出版社, 190—247.
- [4] Chen Y. Y., Chen S. C. and Roads, J. O., 1991, Linear prediction and diagnosis of time averages in a two-level model, *Tellus*, **43A**, 81—96.
- [5] Speth, P. and Kirk, E., 1981, Representation of meteorological fields by spherical harmonics, *Meteor. Rundsch.*, **34**, 5—10.
- [6] Lorenz, E. N., 1977, An experiment in nonlinear statistical weather forecasting, *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 590—602.
- [7] Roads, J. O., 1986, Forecasts of time averages with a numerical weather prediction model, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 871—892.

- [ 8 ] Roads, J. O., 1987, Predictability in the extended range, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 3495 — 3527.
- [ 9 ] Machenhauer, B., 1974, Numerical methods used in atmospheric models, GARP Publication Series, **17**, 121 — 274.
- [ 10 ] Wiin-Nielsen, A., 1959, On barotropical and baroclinic models, with special emphasis on ultralong waves, *Mon. Wea. Rev.*, **87**, 171 — 183.
- [ 11 ] Egger, J. and Schilling, H. D., 1983, On the theory of the long term variability of the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1073 — 1085.
- [ 12 ] Haltiner, G. J., 1971, *Numerical Weather Prediction*, John Wiley & Sons, Inc., 135 — 148.
- [ 13 ] 陈英仪、佟建平, 1992, 平均环流参数化预报的初步试验, *大气科学*, **16**, 第 4 期, 444 — 451.

## Diagnoses and Predictions of Time-averaged Circulations

Chen Yingyi    Tong Jianping

(National Research Center for Marine Environment Forecasts, Beijing, 100081)

### Abstract

A barotropic linear model is developed for time-averaged circulation forecasts. The relative contribution from each factor is analysed using observation data. It is shown that the accuracy of the persistence scheme in which the initial state alone is included drops rapidly with the increase of the mean time, especially for the planetary waves.

The modified persistence scheme in which the dynamical processes of the advection and the spherical effect of the earth are taken into account of is not better than the pure persistence. The longer the mean time, the worse the results. The decrease of pattern correlations occur at almost all wave numbers. When the divergence correction is taken into account, the results are considerably improved for the planetary and long waves.

The crucial factor for improving the prediction is the unknown forcing. The possible approaches of improving time-averaged circulation forecasts are also proposed in this paper.

**Key words:** Time-averaged circulations; Diagnoses; Predictions.