

谱模式中半隐式时间积分格式 稳定性的试验和分析*

陈嘉滨

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

江 野

(陕西省农业遥感信息中心, 西安 710015)

提 要

本文研究了具有参考大气的谱模式半隐式时间差分格式的计算稳定性问题. 通过试验与分析, 找到了影响这种半隐式格式计算稳定性的关键因子. 另外本文还进一步试验了第一作者过去提出的修改的半隐式时间差分格式, 这种格式采用了修改半隐式项而不改变重力波性状的作法, 取得了稳定的计算结果.

关键词: 谱模式; 半隐式格式; 稳定性.

一、前 言

谱模式在天气预报和气候模拟方面之所以得到广泛的应用, 除了由于引入转换法计算非线性项外, 很重要使用了半隐式时间差分格式. 后者不但使时间步长远比显式格式的大, 而且求解 Helmholtz 方程像显式格式那样十分方便, 不需要任何迭代. 因此, 在谱模式中都采用了半隐式时间差分格式, 无一例外.

半隐式时间差分格式, 首先由曾庆存^[1]提出, 7年后 A. J. Robert^[2]也提出类似的格式, 并为文献 [3—6] 做出了进一步的发展. 这种格式将重力波项对参考温度线性化, 并作隐式处理. 允许的时间步长远比显式时间差分格式大得多.

文献 [7] 指出, 实际温度剖面与参考剖面的偏差过大, 半隐式时间差分格式仍会出现计算不稳定. 文献 [8] 进一步分析了此问题, 并得出只要将参考温度剖面修改为等温大气剖面, 就可得到稳定的计算结果.

在具有参考大气的谱模式计算格式^[9—12]中, 由于参考温度剖面是气压的函数, 半隐式时间差分格式的计算不稳定问题又会出现. 因此, 如何在这种计算格式中, 克服半隐式时间差分的不稳定性, 是这种格式进一步发展的关键问题. 关于这方面问题, 在文献 [9—11] 中都有过一些讨论.

为了进一步搞清问题, 本文再次试验和分析了具有参考大气谱模式中半隐式时间差分格式的计算稳定性.

二、半隐式时间积分格式

对于具有参考大气谱模式的控制方程^[9,11], 采用 σ -坐标并经垂直差分后, 小振幅

1990年10月11日收到, 1991年6月25日收到修改稿.

* “七五”攻关项目, 中期数模天气预报和国家自然科学基金资助项目.

重力波扰动方程可写为如下的谱形式,

$$\frac{\partial D_{\downarrow}}{\partial t} = C_n R (\overline{T}_0 \ln p_{\downarrow} I_{\downarrow} + \underline{\underline{B}} T'_{\downarrow}) , \quad (1)$$

$$\frac{\partial T'_{\downarrow}}{\partial t} = - \frac{\overline{C}^2}{R} \underline{\underline{C}} D_{\downarrow} , \quad (2)$$

$$\frac{\partial \ln p_{\downarrow}}{\partial t} = - \overline{v} D_{\downarrow} , \quad (3)$$

这里我们略去变量的下角码 nm (n 是球函数的阶, m 是纬向波数); $C_n = n(n+1)/a^2$, a 是地球半径, T' 是温度与参考温度的偏差; $\ln p_{\downarrow}$ 是地面气压 $p_{\downarrow}$ 的对数, $\overline{C}$ 是静力稳定参数的一个参考值, 它是一个可调参数, R 是气体常数. 符号 $\downarrow$ 表示列向量, $\rightarrow$ 表示行向量, 而 $I_{\downarrow}$ 是单位列向量. $\underline{\underline{B}}$ 和 $\underline{\underline{C}}$ 是常数矩阵, 它们均由垂直分层参数决定. 这些符号的意义, 可参看文献 [9]. 方程 (1) — (3) 的半隐式时间差分格式, 是对其右端项中的变量 $D_{\downarrow}$, $T'_{\downarrow}$ 和 $\ln p_{\downarrow}$ 作如下时间平均^[7] 构造出来的,

$$\overline{X'} = \frac{1}{2} \beta (X(t+\Delta t) + X(t-\Delta t)) + (1-\beta) X(t). \quad (4)$$

当 $\beta=1$ 时, 则为通常的半隐式格式.

方程组 (1) — (3) 的右端项, 可看作为实际大气对参考大气的重力扰动项. 此方程组与文献 [8] 所分析的系统的不同在于散度方程中的系数 $\overline{T}_0$ 是一个常数, 而在文献 [8] 中是坐标的函数. 另外方程 (2) 右端的系数, 除矩阵 $\underline{\underline{C}}$ 是常数外, $\overline{C}^2$ 也是一个常数, 在文献 [8] 中, 相应的地方为 $\overline{T}_r$, 且 $\overline{T}_r$ 是坐标的函数.

现在我们假定基本状态仅是气压的函数, 考虑此时模式大气中产生的小扰动重力波. 它仍可用方程 (1) — (3) 来描写. 这时 T' 是由于重力扰动产生的温度对基本状态的扰动温度, 并且 $\overline{C}^2$ 表示这种基本状态的一个层结稳定参数. 在具有参考大气谱模式计算格式中, 其参考温度为 $\overline{T}_e = \overline{T}_e(p)$, 并与这种基本状态下的温度 $\overline{T}$ 有一偏差 $\overline{T}_r$, 即有

$$\overline{T} = \overline{T}_r + \overline{T}_e. \quad (5)$$

这时大气的温度为

$$T = (\overline{T}_r + \overline{T}_e) + T', \quad (6)$$

把 (6) 式代入热力学方程后, 描写重力波产生的热力学扰动方程为

$$\frac{\partial T'_{\downarrow}}{\partial t} = - \frac{C_r^2 + C_e^2}{R} \underline{\underline{C}} D_{\downarrow} . \quad (7)$$

而散度和倾向方程仍为 (1) 和 (3) 式, 这里 C_r (或 C_e) 为

$$C_i^2 = \frac{R^2}{g} \overline{T}_i \left(\frac{g}{C_p} + \frac{d}{dz} \overline{T}_i \right), \quad (i=r \text{ 或 } e) \quad (8)$$

如此, 半隐式格式就写为

$$\delta_t D_{\downarrow} = C_n R (\overline{T}_0 \overline{\ln p_{\downarrow}}' I_{\downarrow} + \underline{\underline{B}} \overline{T'}'), \quad (9)$$

$$\delta_t T'_{\downarrow} = - \frac{C_r^2}{R} \underline{\underline{C}} \overline{D}_{\downarrow}' - \frac{C_e^2}{R} \underline{\underline{C}} D_{\downarrow} , \quad (10)$$

$$\delta_t \ln p_{\downarrow} = - \overline{v} \overline{D}_{\downarrow}' . \quad (11)$$

符号 δ_i 定义为

$$\delta_i X = (X(t + \Delta t) - X(t - \Delta t)) / 2\Delta t. \quad (12)$$

方程(10)右端第二项取显式格式计算是十分自然的. 我们采用了类似文献[8]中所作的分析, 要指出的是, 这里我们假定基本状态和参考状态都是气压的函数, 因此导出的方程与文献[8]略有不同.

热力学方程(10)右端的散度项, 其中一部分是作隐式处理; 另一部分, 即参考态与实际基本态的偏差, 取显式计算. 一般说来, 这种格式的稳定性决定于这两部分之比. 若 C_0 为零, 则时间积分格式是稳定的. 然而, 若 C_0 不为零, 该格式有可能出现计算不稳定. 假定变量的时间变化为 $\exp(i\omega t)$, 我们得到类似于文献[8]的圆频率方程

$$|I \sin^2 \omega \Delta t - C_0 \Delta t^2 \underline{\underline{B}} \underline{\underline{C}} (C_0^2 \cos^2 \omega \Delta t + C_0^2 \cos \omega \Delta t) + \bar{T}_0 \downarrow \bar{v} \cos^2 \omega \Delta t| = 0. \quad (13)$$

显然, 由于出现了项 $C_0^2 \cos \omega \Delta t$, 圆频率 ω 有可能为复数, 从而导致计算不稳定. 若 C_0 增大, 则 $C_0^2 \cos \omega \Delta t$ 相对可略去, 这时 ω 是实数, 计算是稳定的.

综合以上分析, 我们看到具有参考大气的谱模式半隐式差分格式可构造为(1)~(4)式形式. 为使此种计算格式保持计算稳定, 可以通过适当调节参数 $\bar{C}$ 来实现.

三、计算稳定性对参考大气的敏感性试验

在文献[9]中, 热力学方程的半隐式项, 是从能量转化项中求得的, 即

$$\left(\left(\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right) \frac{\omega}{p} \right)_i = \left[\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right] (I - \underline{\underline{C}}) (\bar{V} \cdot \nabla \ln p_i) - \frac{R}{c_p} [T'] \underline{\underline{C}} D_i - \frac{C_0^2}{R} \underline{\underline{C}} D_i, \quad (14)$$

表1 稳定性参数 c_0 与半隐式时间差分格式稳定性的关系

c_0	计算溢出时间(h)
80.0	21
82.63543	24
85.0	30
87.0	42
88.0	72
89.0	ST
90.0	ST
95.0	ST
100.0	ST
120.0	ST
140.0	ST
157.0	ST
160.0	ST
180.0	ST
200.0	ST

式中符号 $[\]$ 表示对角矩阵, 右端最后一项作半隐式处理. 另外参数 C_0 就是按公式(8)定义的稳定性参数, 它完全确定参考大气的温度垂直分布. 因此改变参数 C_0 , 参考大气的稳定性也就相应地发生变化. 在文献[9]中, 我们取 $C_0 = 87.8 \text{ m/s}$. 由此参数确定的参考大气的温度分布, 在对流层中与标准大气的分布基本相同, 但在对流层以上与标准大气的相差很大. 在我们初期工作^[9]中, 没有发现计算稳定性与此参数有什么关系. 当模式垂直分层由2层和5层增加到9层以上时, 发现计算稳定性与此参数 C_0 有着密切的关系. 于是我们试验了参数 C_0 和计算稳定性的关系. 我们以水平分解为21截断波数, 垂直分层为9层的谱模式进行试验. 表1给出了确定参考大气特征的参数 C_0 为常数

时和半隐式计算稳定性的关系. 表中第二列的数值代表计算溢出时预报模式已积分了多少(模式)小时, 我们简称之为计算溢出时间; 而 ST 代表预报模式所作的 5 天积分计算是稳定的. 从表中我们可以看到当稳定参数 C_0 由 80 增到 88.0 m/s 时, 计算稳定性也增加. 当 C_0 由 89 增加到 200.0 m/s, 计算一直是稳定的. 因此, 半隐式时间差分的计算稳定性与确定参考大气特性的参数 C_0 有着密切关系; 随着它的增加, 计算稳定性也在增加. 图 1 给出了几种典型的参考大气的温度分布. 可看到随着 C_0 的增大, 温度递减率在变小. 当 $C_0 = 153.705582$ m/s 时, 变为等温大气; 再增大, 参考大气变为逆温层结. 另外在 200 hPa 以上与标准大气相差很明显. 因此, 把 C_0 假定为常数, 对流层顶以上的大气温度分布描写的很差.

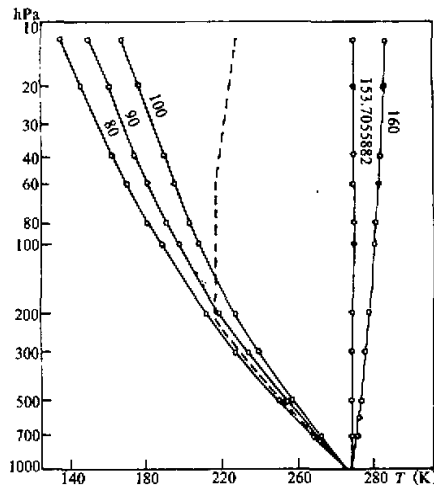


图 1 几种典型参考大气温度分布
图中各实线右边注的数字是 C_0 的取值 (m/s);
虚线表示标准大气的温度分布

四、计算稳定性对参数 $\bar{C}$ 的敏感性试验

我们知道, 在热力学方程中产生快波主要是能量转化项. 最好的办法是把此项都作隐式处理, 但实际上是做不到. 它是非线性项, 只能从中分出部分线性项作隐式处理. 这部分分量所占的比例越大, 就越能达到计算稳定. 另外, 在能量转化项(14)式中, 如果假定参数 $C_0 = C_0(p)$, 即是气压的函数, 则就不按公式(14)来处理. 这时我们可把(14)式改写为

$$\left[\left(\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right) \frac{\omega}{p} \right]_i = \left\{ \left[\left(\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right) \frac{\omega}{p} \right]_i - \frac{\bar{C}^2}{R} \underline{C} D_i \right\} + \frac{\bar{C}^2}{R} \underline{C} D_i, \quad (15)$$

将上式右端最后一项按公式(4)作半隐式处理, 则(15)式又可改写为

$$\left[\left(\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right) \frac{\omega}{p} \right]_i \simeq \left[\left(\frac{C_0^2}{R} + \frac{R}{c_p} T' \right) \frac{\omega}{p} \right]_i + \frac{\beta}{2} \frac{\bar{C}^2}{R} \underline{C} \Delta_{ii} D_i, \quad (16)$$

这里 Δ_{ii} 定义^[12]为

$$\Delta_{ii} X = X(t \Delta t) + X(t - \Delta t) - 2X(t), \quad (17)$$

参数 $\bar{C}$ 可定义为垂直坐标的函数, 本文定义为一常数. 参数 β 取为 0.75 或 1^[13]. (16)式右端第一项的计算可按一般方法进行, 例如按公式(14).

在实验的初期,我们取 $\bar{C}=87.8\text{ m/s}$,以水平分解为21波、垂直分解为9层模式作计算时,数值积分到约22小时就计算溢出。这就使得我们进一步研究半隐式计算稳定性和参数 $\bar{C}$ 的关系。表2给出了计算稳定性与 $\bar{C}$ 的关系。我们可以看到, $\bar{C}$ 在60到94 m/s的范围内,计算是不稳定的;当 $\bar{C}$ 大于95 m/s时,在5天的数值积分计算中是稳定的。另外,我们看到在计算不稳定的 $\bar{C}$ 值范围内,随着 $\bar{C}$ 的增大,计算溢出的时间逐渐增大。这表明计算稳定性是随 $\bar{C}$ 的增大而增大的。

表2 热力学方程中可调参数 $\bar{C}$ 与半隐式时间差分格式稳定性的关系

$\bar{C}$	计算溢出时间(h)
60	9
80	15
85.0	18
87.0	21
90.0	30
88.0	24
89.0	27
92.0	42
93.0	72
94.0	120
95.0	ST
100.0	ST
120.0	ST
140.0	ST
157.0	ST
160.0	ST
180.0	ST
200.0	ST

(15)式右端的系数 $\bar{C}^2/R$ 是与一般谱模式^[13](称为EC方案)的热力学方程中系数 RT_0/C_p 相对应。若 $\bar{C}$ 取为87.8 m/s,这相当于EC方案的参考温度 T_0 取为94K。若在EC方案中用此参数,则积分到9(模式)小时就计算溢出了。在EC方案中, T_0 取定为300 K,这相当于 $\bar{C}=157\text{ m/s}$ 。从表2可见,用此参数计算是稳定的。

为了证明参数 $\bar{C}$ 仅与半隐式计算稳定性有关,采用同样的水平分解和垂直分解,以 $C_0=60\text{ m/s}$ 作显式积分,时间步长 Δt 取为90 s,积分了48(模式)小时。其动能变化率以图2中的星号曲线表示。为了比较,以 $C_0=60\text{ m/s}$ 的半隐式积分得到的动能变化率以实线来表示在同一图中,我们可以看到半隐式积分只能计算到9(模式)小时就计算溢出,而显式积分在48(模式)小时内无任何不稳定迹象出现。

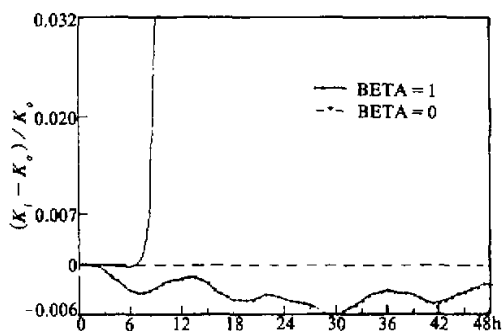


图2 当 $\bar{C}$ 取60 m/s时,显式格式(BETA=1)和半隐式格式(BETA=0)的动能相对变化率 $[(k_t - k_0)/k_0]$ 随时间的变化

五、修改的半隐式计算格式的试验

这里,我们采用与前面各节稍不同的办法,使半隐式计算格式达到计算稳定。这种

计算格式与文献 [11, 12] 中扼要提出的格式是相同的. 在那里是针对混合坐标而设计, 这里我们是对 σ 坐标的谱模式而设计. 基本原理简述如下.

根据一般谱模式, 小振幅重力波方程可写为^[8]

$$\frac{\partial D_+}{\partial t} = -\nabla^2 (R \underline{\underline{B}} \tilde{T} + R T_r \ln \tilde{p}_+), \quad (18)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_+}{\partial t} = -\frac{R}{c_p} T_r \underline{\underline{C}} D_+, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \ln \tilde{p}_+}{\partial t} = -\tilde{v} D_+. \quad (20)$$

其中“ $\sim$ ”表示相对于具有定常地面气压 P_r (更确切地说是 $\ln P_r$) 的绝热基本态产生的重力扰动. 因此, 把温度 T 和场面气压 $\ln p_+$ 分裂为两部分之和, 即

$$T = \tilde{T} + T_r,$$

$$\ln p_+ = \ln \tilde{p}_+ + \ln P_r.$$

文献 [8] 证明了当 T_r 取为 300 K, 方程组 (18) — (20) 的半隐式时间差分是计算稳定的. 这种半隐式计算格式一直在 ECMWF 业务预报模式^[13] 中和其它一些国家的谱模式业务预报模式中使用.

为了得到稳定的半隐式时间积分格式, 我们按如下办法模拟 ECMWF 预报模式的半隐式时间差分格式.

引入参考温度

$$\overline{T}(p) = T_0 + T_1 \left(\frac{p}{P_0} \right)^{R/c_p}, \quad (21)$$

其中 P_0 , T_0 和 T_1 是常数 (T_0 和 T_1 也可作为 σ - 坐标的函数). 温度可用参考部分和偏差部分表示为

$$T = \overline{T}(p) + T', \quad (22)$$

现在让我们来建立绝热基本状态和参考大气之间的联系. 由 (20) 和 (21) 式有

$$T' = T_r + \tilde{T} - T_0 - T_1 \left(\frac{p}{P_0} \right)^{R/c_p}. \quad (23)$$

将 (23) 式右端最后一项在地面气压 $P_r = P_0$ 处展开, 就有

$$T' = T_r - T_0 - T_1 \left(\frac{P_r}{P_0} \sigma \right)^{R/c_p} + \tilde{T} - \varepsilon \ln p'_+ + \text{高次项},$$

这里 σ 是按通常 σ 坐标定义. 另外令

$$\varepsilon = \frac{R}{c_p} T_1 \left(\frac{P_r}{P_0} \sigma \right)^{R/c_p}. \quad (24)$$

因此我们有

$$\tilde{T} = T' + \varepsilon \ln p'_+ - \left[T_r - T_0 - T_1 \left(\frac{P_r}{P_0} \sigma \right)^{R/c_p} \right]. \quad (25)$$

显然, 上式右端最后一项仅是垂直坐标的函数. 将 (25) 式代入 (18) — (20) 式, 则散度和

热力学方程修改为

$$\frac{\partial D_+}{\partial t} = -\nabla^2 (R \underline{B} T' + R(T_r + \underline{B} \varepsilon_+) \ln p'_+), \quad (26)$$

$$\frac{\partial T'_+}{\partial t} = -\left(\frac{R}{c_p} T_r C - \varepsilon_+ \vec{v}\right) D_+, \quad (27)$$

ε_+ 是列向量。最后, 参考大气谱模式半隐式时间差分格式就为

$$\delta_t D_+ = PD - \nabla^2 (R \underline{B} \overline{T'} + R(T_r + \underline{B} \varepsilon_+) \overline{\ln p'_+}) \quad (28)$$

$$\delta_t D_+ = PT - \left(\frac{R}{c_p} T_r C - \varepsilon_+ \vec{v}\right) \overline{D'_+}, \quad (29)$$

$$\delta_t \ln p_+ = PP - \vec{v} \overline{D'_+}, \quad (30)$$

这里 PD , PT 和 PP 是非线性项, 而

$$\delta_t X = (X(t + \Delta t) - X(t - \Delta t)) / 2\Delta t. \quad (31)$$

显然, 这种计算格式仍然是稳定的。(28)–(30)式格式与(18)–(20)式, 尽管看起来不同, 但前者的重力波矩阵

$$R \underline{B} \left(\frac{R}{c_p} T_r C - \varepsilon_+ \vec{v} \right) + R(T_r + \underline{B} \varepsilon_+) \vec{v} = \frac{R^2}{c_p} T_r \underline{B} C + R T_r \vec{v},$$

与后者的完全相同, 表明时间差分格式作了修改, 并不影响重力波传播特征。

下面作三点补充说明。首先, 如果假定参考大气的温度分布为二次函数的分布(这能很好地描写2 hPa以下标准大气的温度分布), 即(21)式改变为

$$\overline{T}(p) = \overline{T}_c - \frac{1}{2Q_c(I)} \left(\ln \frac{p}{p_c} \right)^2, \quad (I=1, 2), \quad (32)$$

其中 $\overline{T}_c = 216.5\text{K}$, $p_c = 130\text{ hPa}$ 和

$$q_c(1) = 0.02948521\text{ K}^{-1}, \text{ 若 } p > p_c,$$

$$q_c(2) = 0.27848242\text{ K}^{-1}, \text{ 若 } p \leq p_c.$$

采用与上面相同的推导方法得到同样的半隐式时间积分格式, 但是参数 ε 改变为

$$\varepsilon = \frac{1}{q_c(2)} \ln \left(\sigma \frac{p_r}{p_c} \right). \quad (33)$$

第二, 如果将参考温度(21)式改为

$$\overline{T}(p) = T_0(p) + T_1(p) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p}, \quad (34)$$

即 T_0 和 T_1 不再是常数了, 而是气压的函数, 文献[10]中的情况可用此代表。这时, (34)式总可写为

$$\overline{T}(p) = T_0(\sigma) + T_1(\sigma) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p} + \text{高次项}. \quad (35)$$

于是按照上面方法仍可得到相同的半隐式时间积分格式。不过在这种情况下, ε 修改为

$$\varepsilon = \frac{R}{c_p} T_1(\sigma) \left(\frac{p_r}{p_0} \sigma \right)^{R/c_p}. \quad (36)$$

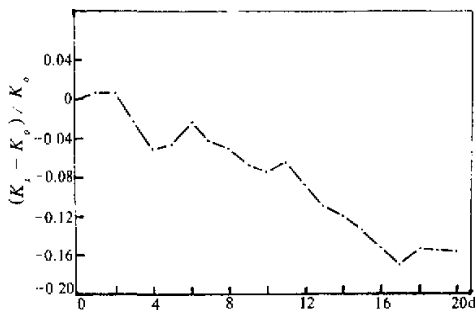


图3 修改半隐式时间差分格式的相对动能变化率 $((k_i - k_0)/k_0)$ 随时间的变化

第三, 如果参考温度是用样条函数拟合的实际分布, 仍然可以用类似上面的方法推出同样的半隐式格式, 只不过 ε 稍有不同形式罢了。

图3是用半隐式格式(28)–(30)计算的 $T_{42} L_0$ 的20天动能相对变化率, 十分清楚, 计算是稳定的。在此计算中, 我们取 $T_r = T_0 = 288 \text{ K}$ 和 $P_0 = 1013 \text{ hPa}$, 参考大气温度分布取(32)式, 而 ε 取(33)式。

六、讨论和结论

在进一步发展参考大气谱模式的工作中, 再次遇到半隐式时间积分格式的计算不稳定性问题。本文在过去的一些工作基础上, 进一步分析和讨论了此问题。通过稳定性的敏感性试验, 找到了控制计算稳定性的因子——热力学方程能量转化项中线性项部分的权重因子 $\bar{C}$ 。通过对此参数的显敏感试验, 发现 $\bar{C} \geq 95 \text{ m/s}$, 就可得到至少积分5(模式)天计算稳定的结果。在实际计算中, 为了更保险起见, 最好取 $\bar{C} = 157 \text{ m/s}$, 此参数与ECMWF业务模式相应的参数 $\bar{T}_0 = 300 \text{ K}$ 相对应。另外, 本文还进一步试验了修改半隐式格式以适应参考大气谱模式的需要。这种修改格式是采用模拟现行的ECMWF稳定的半隐式计算格式的方法, 在不改变重力波特性的情况下, 修改了原来的半隐式项。经过分解为 $T_{42} L_0$ 方案的试验, 得到了积分20天完全稳定的计算结果。

现在让我们探讨一下为什么调节参数 $\bar{C}$ 可达到计算稳定的问题。参数 $\bar{C}$ 实际上反映了它所在的线性项在热力学方程能量转化项中所占的比例。当此参数 $\bar{C}$ 取得小时, 表明在重力波中用作隐式部分所占的比例小了, 导致计算不稳定; 当此参数 $\bar{C}$ 取得大于某数值后, 表明对重力波用作隐式部分增加到某一程度足以达到计算稳定。另外, 在同一方案中, 我们作显式计算, 甚至取半隐式计算仅能积分9(模式)小时的层结参数, 也能得到稳定的计算。这说明计算稳定性, 与在大气高层参考温度与实际大气产生的偏差关系不大。

为了进一步证实此观点, 今后关于半隐式计算稳定性问题的研究可着重于如何进一步提高半隐式项在产生重力波项中所占的比例, 从而提高计算稳定性。

参 考 文 献

- [1] Цзан Цин-цунь, 1961, Применение полной Системы уравнений термо-гидродинамики к краткосрочному прогнозу погоды в двухуровневой модели, ДАН СССР, 137, Вып. 1.
- [2] Robert, A. J., 1968, The integration of a spectral model of the atmosphere by the implicit method. Proceedings of the WMO/IUGG Symposium on numerical weather prediction, Tokyo, Japan, Nov. 26 — Dec. 4, 1968, Japan Meteorological Agency, Tokyo, Mar. 1969, pp VII-19—VII-24.
- [3] Robert, A. J., J. Henderson and C. Turnbull, 1972, An implicit time integration scheme for baroclinic models of the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 329 — 335.
- [4] Bourke, W., 1974, A multi-level spectral model, I. Formulation and hemispheric integration, *Mon. Wea. Rev.*, **102**, 687 — 701.
- [5] Hoskins, B. J. and A. J. Simmons, 1975, A multi-layer spectral model and the Semi-implicit method, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **101**, 637 — 655.
- [6] Daley, R., C. Girard, J. Henderson and F. Simmonds, 1976, Short-term forecasting with multi-level spectral primitive equation model, part I and II, *Atmosphere*, **2**, 98 — 134.
- [7] Burridge, D. M., 1975, A split semi-implicit reformulation of the Bushby-Timpson 10-level model, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **101**, 777 — 792.
- [8] Simmons, A. J., B. J. Hoskins and D. M. Burridge, 1978, Stability of the semi-implicit method of time integration, *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 405 — 412.
- [9] Chen Jiabin, Ji Liren and Wu Wanli, 1986, Design and test of an improved scheme for global spectral model with reduced truncation error, Short and medium range numerical weather prediction, WMO/IUGG NWP Symposium, Tokyo, 4 — 8 Aug. 1986, 431 — 440.
- [10] Zhang Daomin, Sheng Hua and Ji Liren, 1990, Development and test of hydrostatic extraction scheme in spectral model, *Adv. Atmos. Sci.*, **7**, 142 — 153.
- [11] Chen Jiabin and A. J. Simmons, 1990, Sensitivity of medium-range weather forecasts to the use of reference atmosphere, *Adv. Atmos. Sci.*, **7**, 275 — 293.
- [12] A. J. Simmons and Chen Jiabin, 1991, The calculation of geopotential and the pressure gradient in the ECMWF atmospheric model. Influence on the simulation of the polar atmosphere and on temperature analyses, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **117**, 27 — 38.
- [13] Simmons, A. J., D. M. Burridge, M. Jarrard, C. Girard and W. Wergen, 1989, The ECMWF medium-range prediction models development of the numerical formulation and the impact of increased resolution, *Meteor. Atmos. Phys.*, **40**, 28 — 60.

Analysis and Test of Stability of Semi-implicit Scheme in Spectral Model

Chen Jiabin

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Jiang Ye

(Centre of Agricultural Remote Sensing Information of Shanxi Province, Xian 710015)

Abstract

Stability of semi-implicit time scheme in spectral model was studied. In this paper, the substantial factor to the time semi-implicit scheme has been found. Furthermore, modified semi-implicit time scheme proposed was further tested with stable computation results.

Key words: Spectral model; Semi-implicit scheme; Stability.