

锋面形成和维持的动力机制研究*

何财福 朱光宇

(江西省气象台, 南昌 330046)

提 要

β 近似下, 在等压面上的锋区可变换成孤立子, 因此, 为了了解锋面形成和维持的动力机制, 本文从锋面方程组出发, 设基态流场定常, 利用地转动量假定及在平衡态附近按 Taylor 级数展开的方法, 最后导出 KdV 方程。通过讨论, 我们得出, 锋面是由于非线性过程与扩散过程共同作用并达到平衡而形成的, 其中形变场对锋面形成是至关重要的。在线性情况下形成不了锋面。锋面移速与锋区强度、基态流场及非绝热加热等有关, 而等压面上锋区宽度与锋面强度、切变场等有关, 与形变场无直接关系。斜压性对锋面形成是必须的, 而凝结加热也具有重要的辅助作用。

关键词: 锋面; KdV 方程; 孤立子; 形变场; 切变场。

一、引 言

不少学者对锋生及锋面维持机制进行了讨论, 其方法是对锋生方程进行诊断计算^[1]或是通过数值模拟方法^[2]分析形变场、切变场等的作用及相应物理过程, 但是对锋面形成及维持的动力机制没有进行深入讨论。我们知道, 在等压面上锋区常常表现为要素等值线(如等温线)的密集区, 如图 1(a)所示。沿 y 方向取一剖面并以该剖面为横坐标, 沿剖线的要素梯度为纵坐标, 则可绘出要素梯度在 y 方向的分布图。在 β 平面近似下, 设远离锋区处的梯度值为常数, 理想情况下的分布如图 1(b)所示, 可见这是一典型的孤立波, 同样, 沿 x 方向和垂直方向可以得到类似孤立波。因此, 锋面在空间上可以看成是三维孤立波。

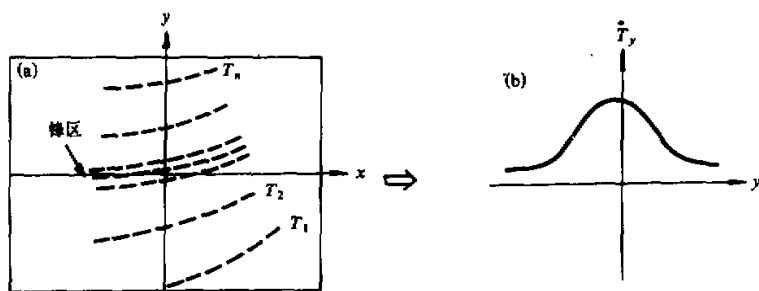


图1 等压面上的锋区(a) 及对应孤立波(b)

1990年5月13日收到, 1991年6月25日收到修改稿。

* 本文由“长江中下游连阴连晴天气研究”课题及国家气象局“高原基金”联合资助。

孤立波是椭圆余弦波在模数 $m \rightarrow 1$ 情形下的极限形式。有关大气孤立波理论自从 Long^[3] 提出以来, 学者们进行了一系列研究, 讨论了各种情形下的孤立波解^[4, 5]。但是, 关于非线性孤立波的应用, 还有待进行探索。本文试图应用该理论解释锋面形成和维持的机制。我们从 Hoskins 的锋面方程组出发, 设基态流场定常并利用地转动量假定及将非线性项在平衡态附近作 Taylor 级数展开的方法^[6], 最后导出锋面 KdV 方程, 然后通过求解该方程, 分析讨论了锋面形成和维持的动力机制。

二、基本锋面方程组

不计摩擦、静力近似的 Boussinesq 方程组为^[7]

$$\frac{du}{dt} - fv + v_x = 0, \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu + \phi_x = 0, \quad (2)$$

$$\phi_x = \frac{g}{\theta_0} \theta, \quad (3)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{c_p}, \quad (5)$$

其中 θ_0 为参考位温(取常数), h 为非绝热加热, $z = [1 - c_p(p/p_0)^{c_p}]c_p\theta_0/g$ 为垂直坐标, 它相当于把约 30km 高度处看成是大气层顶($p=0$)。在对流层, z 近似等于物理高度, 详见文献[7, 8]。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}, \\ w &= -\frac{\theta_0}{g} \frac{R}{p_0} (p_0/p)^{c_p} \frac{dp}{dt}. \end{aligned} \quad (6)$$

设

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u} + u' \\ \bar{v} + v' \\ w' \\ \bar{\phi} + \phi' \\ \bar{\theta} + \theta' \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 $(\bar{\quad})$ 为基态流场, $(\quad)'$ 为相对基态场的偏差。

有关锋生(高空锋及低空极锋)研究的基态一般可分为两类, 一类考虑形变场的正压基态, 一类是考虑沿锋面存在温度梯度的斜压基态^[9]。为简便起见, 这里我们考虑正压基态, 并设其满足

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} &= \alpha, & \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= -\eta/2, & \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} &= \eta/2, & \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= -\alpha, & \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} &= \gamma,
 \end{aligned} \quad (8)$$

其中 α 代表形变场, η 代表切变场. 这里假定基态场是定常的. 在短期天气过程中, 考虑到基态场比偏差场变化缓慢, 因而在第一近似下这种假定是合理的. 这样基态流场为一个与高度无关的双曲形变场叠加着切变场, 当 $\alpha > 0$ 时形变场的伸展轴平行于 x 轴, 它在 $\eta = 0$ 时为纯形变场, 而在 $\alpha = 0$ 时为纯切变场. 其图像如图 2 所示. 早期的一些工作如 Eliassen^[10] 曾使用过这种基态流场, Buzzi^[11] 在研究半地转坐标中的锋生时使用的基态流场也与此相似.



图 2 基态流场示意图

(a) 形变场 ($\eta=0, \alpha \neq 0$), (b) 切变场 ($\alpha=0, \eta \neq 0$).

把 (7)、(8) 两式代入 (1) — (5) 式有

$$\frac{Du'}{Dt} + \alpha u' - \frac{\eta}{2} v' - f v' = -\frac{\partial \rho'}{\partial x}, \quad (9)$$

$$\frac{Dv'}{Dt} + \frac{\eta}{2} u' - \alpha v' + f u' = -\frac{\partial \rho'}{\partial y}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \theta', \quad (11)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{D\theta'}{Dt} + \gamma w' = h/c_p, \quad (13)$$

其中

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{u}' \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v}' \frac{\partial}{\partial y}. \quad (14)$$

把 (9)、(10) 两式化成涡度方程有

$$\frac{D\xi'}{Dt} - (\eta + f) \frac{\partial w'}{\partial z} - \beta_1 u' + \beta_2 v' = 0, \quad (15)$$

其中

$$\beta_1 = \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \quad \beta_2 = \beta - \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{df}{dy} - \frac{\partial \alpha}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}. \quad (16)$$

(15) 式中已假定 η 为参变量, ζ 为涡度。由于地转动量近似保留了倾斜效应, 它使得水平涡度分量向垂直方向扭转, 垂直位温梯度向水平倾斜^[3], 同时它不仅保留了全部非线性, 而且可以滤去快波, 由此求得的非线性波具有充分的非线性特征^[4], 而在数学处理上却要简便得多, 因而我们将采用地转动量假定。将(11)式代入(13)式, 同时平流量用实际场而被平流量用地转量代替, 用上标“O”表示地转量, 有

$$\frac{D_s^{(O)}}{Dt} - (\eta + f_0) \frac{\partial w'}{\partial z} - \beta_1 u'^{(O)} + \beta_2 v'^{(O)} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) + N_d^2 w' = - \frac{\theta}{c_p} w', \quad (18)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \quad (19)$$

其中

$$N_d^2 = \frac{g}{\theta_0} \gamma = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}. \quad (20)$$

(18) 式中已假定加热为如下的参数化形式:

$$h = -Qw'. \quad (21)$$

(17) — (19) 式即为描写锋面运动的方程组, 如再加上(9)或(10)式即可构成闭合方程组。下面我们将从(17) — (19)式出发导出 KdV 方程。

三、KdV 方程的导出

设

$$\begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \\ \phi' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U(\varphi) \\ V(\varphi) \\ W(\varphi) \\ \Phi(\varphi) \end{Bmatrix}, \quad \varphi = kx + ly + nz - \sigma t, \quad (22)$$

代入(17) — (19)式有

$$K_h^2(-\sigma + k\bar{u} + l\bar{v} + kU + lV)\Phi''' + (\beta_2 k + \beta_1 l)\Phi' - (\eta + f_0)f_0 n W' = 0, \quad (23)$$

$$n(-\sigma + k\bar{u} + l\bar{v} + kU + lV)\Phi'' + (N_d^2 + Q/c_p)W = 0, \quad (24)$$

$$(kU + lV + nW)' = 0, \quad (25)$$

其中()'代表对 φ 求导, $K_h^2 = k^2 + l^2$ 。对(25)式积分一次并取积分常数为 0, 有

$$kU + lV + nW = 0. \quad (26)$$

记

$$\begin{aligned} \Omega &= -\sigma + k\bar{u} + l\bar{v}, \quad N^2 = N_d^2 + Q/c_p, \\ \pi &= -(\eta + f_0)f_0 n, \end{aligned} \quad (27)$$

把(26)、(27)式代入(23)、(24)式有

$$K_h^2 (\Omega - nW) \Phi''' + (\beta_z k + \beta_1 l) \Phi' + \pi W' = 0, \quad (28)$$

$$n (\Omega - nW) \Phi'' + N^2 W = 0. \quad (29)$$

从(29)式解出 W 并代入(28)式有

$$\frac{K_h^2 N^2 \Omega (N^2 - n^2 \Phi'') - \pi N^2 n \Omega}{(N^2 - n^2 \Phi'')^2} \Phi''' + (\beta_z k + \beta_1 l) \Phi' = 0. \quad (30)$$

令 $I = \Phi'$, $J = I'$, (31)

则(30)式变为 $I'' + Q(I, J) = 0$, (32)

其中 $Q(I, J) = \frac{(\beta_z k + \beta_1 l) \left(1 - \frac{n^2}{N^2} J\right)^2 I}{\Omega \left[K_h^2 \left(1 - \frac{n^2}{N^2} J\right) - \frac{\pi n}{N^2} \right]}$ (33)

利用文献[6]的方法, 将 $Q(I, J)$ 在 $(I, J) = (0, 0)$ 处作 Taylor 级数展开有

$$Q(I, J) = \frac{\beta_z k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} I + \frac{(\beta_z k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2} IJ + \dots \quad (34)$$

$Q(I, J)$ 取线性项, (32)式为

$$\Phi''' + \frac{\beta_z k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \Phi' = 0. \quad (35)$$

上式积分一次并取积分常数为 0, 有

$$\Phi'' + \frac{\beta_z k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \Phi = 0. \quad (36)$$

(36) 式描述的是 Rossby 波, 这时形成不了锋面. $Q(I, J)$ 取非线性项, (32)式为

$$\Phi''' + \frac{\beta_z k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \Phi' + \frac{(\beta_z k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2} \Phi' \Phi'' = 0. \quad (37)$$

考虑弱非线性, (36) 式代入(37)式有

$$\Phi''' - \frac{(\beta_z k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3} \Phi' \Phi' + \frac{\beta_z k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \Phi' = 0, \quad (38)$$

此即为与锋面相联系的 KdV 方程, 其解为椭圆余弦波, 在一定条件下形成孤立子. (38) 式中左边第一项代表频散作用, 第二项代表非线性作用. 根据对非线性项的研究表明¹⁾, 非线性的作用使方程的解出现不连续 (即出现弱解), 从而导致激波的出现, 这种

1) 刘式适, 刘式达, 1987, 非线性波动, 北京大学地球物理系, 1987 年 5 月 (讲义).

非线性作用使波变陡, 对频散项的研究表明, 频散的作用使波变宽, 当两种作用达到平衡时, 即形成孤立波。在推导(38)式时, 我们是从锋面方程组出发的。同时, 从引言叙述我们知道, 锋面可以看作是孤立子, 由此可见, 锋面形成是由于非线性作用的结果, 即非线性过程与频散过程共同作用并达到平衡而形成的。在线性情况下, 由于描写线性 Rossby 波动的(35)式只受到频散项的作用, 能量向四周频散, 这时形成不了锋面。

下面我们从(38)式出发通过求解锋面孤立波来进一步讨论锋面形成和维持的机制。

四、KdV方程的求解及各参数作用的讨论

KdV方程求解法可见文献[6]及刘式适等的讲义¹⁾。先设 β_1, β_2 不同时为 0, (38) 式对 φ 积分一次有

$$\varphi'' = \frac{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{2\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3} \varphi^2 - \frac{\beta_2 k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \varphi + A, \quad (39)$$

A 为积分常数。上式乘 $2\varphi'$ 再对 φ 积分有

$$\varphi'^2 = \frac{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{3\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3} \varphi^3 - \frac{\beta_2 k + \beta_1 l}{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \varphi^2 - 2A\varphi + B, \quad (40)$$

其中 B 为另一积分常数, 上式即

$$\varphi'^2 = \frac{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{3\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3} R(\varphi), \quad (41)$$

其中

$$R(\varphi) = \varphi^3 - \frac{3\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \varphi^2 - A \cdot \frac{6\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3}{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \varphi + B \cdot \frac{3\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3}{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}. \quad (42)$$

为保证(41)式的解是有界的周期函数, 三次方程 $R(\varphi) = 0$ 须是三个分立的单实根¹⁾。即

$$R(\varphi) = (\varphi - \varphi_1)(\varphi - \varphi_2)(\varphi - \varphi_3), \quad \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3, \quad (43)$$

1) 刘式适、刘式达, 1987, 非线性波动, 北京大学地球物理系, 1987年5月(讲义)。

对相对基态流场南移的冷锋系统, 设 y 方向相速为 c_y , 有 $c_y < \bar{v}$, 即 $\Omega > 0$. 不妨设 $\phi_3 > \phi_2 > \phi_1$ (如 ϕ_1 对应低压, ϕ_3 对应高压). 这样 (41) 式的解可用 Jacobi 椭圆余弦波表示为

$$\phi(\varphi) = \phi_2 + (\phi_3 - \phi_1) C_n^2 \sqrt{\frac{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{12\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3}} (\phi_3 - \phi_1) \varphi, \quad (44)$$

此即有辐散的 Rossby 椭圆余弦波, 其波长为

$$L = 2 \sqrt{\frac{12\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)}{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right) (\phi_3 - \phi_1)}} k(m), \quad (45)$$

式中

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{dt}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 t}} \quad (46)$$

为第一类 Legendre 完全椭圆积分, 模数 m 满足

$$m^2 = (\phi_2 - \phi_1) / (\phi_3 - \phi_1). \quad (47)$$

当 $m \rightarrow 0$ 时, $\phi_1 = \phi_2$, $k(0) = \pi/2$. 这时椭圆余弦函数退化为余弦函数, (38) 式描述的是线性波动. 当 $m \rightarrow 1$ 时, $\phi_2 \rightarrow \phi_3$, 这时椭圆余弦函数转化成双曲正割函数, (38) 式描述的是孤立波解:

$$\phi(\varphi) = \phi_2 + (\phi_3 - \phi_1) \text{Sech}^2 \sqrt{\frac{(\beta_2 k + \beta_1 l)^2 \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{12\Omega^2 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3}} (\phi_3 - \phi_1) \varphi. \quad (48)$$

为求得 ϕ_1 、 ϕ_2 , 设 $A=0$, 且由孤立波定义有

$$\text{当 } \varphi \rightarrow \infty \text{ 时, } \phi \rightarrow \phi_0, \varphi' \rightarrow 0, \phi'' \rightarrow 0. \quad (49)$$

由 (39)、(41) 式有

$$\phi_0 = \frac{2\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}, \quad B = \frac{4\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^3}{3(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^4}{N^4} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)^2}, \quad (50)$$

这样有

$$R(\phi) = \phi^3 - \frac{3\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \phi^2 + \frac{4\Omega^3 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^6}{(\beta_2 k + \beta_1 l)^3 \frac{n^6}{N^6} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)^5}$$

$$= \left(\Phi - \frac{2\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \right)^2 \left(\Phi + \frac{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \right), \quad (51)$$

于是, $R(\Phi)=0$ 的三个实根为

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= - \frac{\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}, \\ \Phi_2 &= \Phi_3 = \frac{2\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}, \end{aligned} \quad (52)$$

因此, (48) 式可写为

$$\begin{aligned} \Phi(\varphi) &= \frac{2\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \\ &\quad + \frac{3\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)^2}{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)} \operatorname{Sech}^2 \sqrt{\frac{\beta_2 k + \beta_1 l}{4\Omega \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)}} (kx + ly + nz - \sigma t). \end{aligned} \quad (53)$$

这是 β_1 、 β_2 不同时为 0 的情形. 当不存在形变场时, 即 $\alpha \equiv 0$, 在 f 近似下, 则 $\beta_1=0$, $\beta_2=0$, 这时 (38) 式变成

$$\Phi''' = 0, \quad (54)$$

其解为二次函数, 因而形成不了锋面. 可见在 f 近似下, 形变场对锋面形成是必须的. 对近乎东西走向的锋面, 其南北方向尺度比东西方向小得多, 因而 f 可近似看作不变, 这时形变场对锋面的维持是必不可少的. 这和实况分析结果¹⁾是一致的. 在 β 平面近似下, 当不存在形变场时, $\beta_1=0$, $\beta_2 \neq 0$, 这时 (38) 式的孤立波解 (53) 式仍成立. 一般情况下, 形变场和 β 效应对锋面共同起作用, 但在实际大气中, 中纬锋面在南北方向尺度常较小, 而风速在锋面两侧变化常较大, 而高纬地区 β 本身就较小, 因此对锋面而言 β 作用相对较形变场作用小. 由此可见, 形变场对锋面的形成和维持是至关重要的. 反过来, 当不存在切变场时 ($\eta=0$), $\pi = -f_0^2 n$, 这时孤立波解 (53) 式仍成立, 可见切变场对锋面而言不是必须的. 这样从 (53) 式可以得到, 形变场及 β 效应 (尤其是形变场) 对锋面形成与维持具有重要作用, 若无 β 效应, 则形变场的空间分布不均匀对锋面的形成是必须的; 水平切变场由于只起修正作用, 因而不是必须的, 其作用和科里奥利效应 f 相类似. 实际的数值计算表明¹⁾, 形变项对锋生及锋面维持是最主要的, 这与上述分析结果是一

1) 朱光宇, 吴宝俊, 1989, 我国南方春季双层锋区成因分析 (待发表).

致的, 另外, 数值模拟也有类似结论^[1].

从(29)式和(53)式还可以看到, 当不存在非绝热加热时, 若 $N_h^2=0$, 即 $\gamma=0$ 时, 则锋面孤立波不可能存在, 这说明基态流场的层结性或是加热导致的斜压性也是锋面形成所必须的. 可见加热对锋面形成和维持也具有非常重要的作用. 作者的数值计算结果表明^[1], 凝结加热的锋生作用尽管比形变场的锋生作用要小, 但量值却可以和形变场的相比拟而达到切变场的锋生大小, 因而对锋面形成和维持是重要的. 本文的结论从另一方面说明了这点.

从图 1 可以看到, 锋面孤立波的振幅反映着等压面锋区的强度, 振幅越大, 表示锋区越强. 若把(53)式中的孤立波振幅记为 $\hat{\varphi}$, 则有色散关系

$$\sigma = k\bar{u} + l\bar{v} - \frac{(\beta_2 k + \beta_1 l) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{3 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \hat{\varphi}, \quad (55)$$

y 方向相速为

$$c_y = \frac{\sigma}{l} = \frac{k}{l} \bar{u} + \bar{v} - \frac{\left(\beta_2 \frac{k}{l} + \beta_1 \right) \frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{3 \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)} \hat{\varphi}, \quad (56)$$

由此可见, 锋面移速与基态流场、锋面强度及非绝热加热场等有关. 一般来说, 基态流向南风速分量越大, 锋面南移越快. 另外, 锋面移速还与纬度有关, 对此将另作研究.

从(53)式可知, 孤立波波宽为

$$d = \sqrt{\frac{4Q \left(K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2} \right)}{\beta_2 k + \beta_1 l}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\frac{n^2}{N^2} \left(\frac{2\pi n}{N^2} - K_h^2 \right)}{K_h^2 - \frac{\pi n}{N^2}}} \hat{\varphi}. \quad (57)$$

从图 1 知, 等压面上锋区宽度和孤立波波宽相对应. 因此, 锋区宽度与基态流场的层结、锋面强度、非绝热加热等有关. 一般来说, 锋面强度越强, 锋区宽度越宽. 另外, 从(57)式可以看到, d 与 β_1 、 β_2 无显式关系, 因而锋区宽度与基态流场的水平切变有关, 与形变场无直接关系.

五、结 语

通过简单变换, 我们发现锋面可以看作是一种孤立波, 同时我们还从锋面方程组出发推出了 KdV 方程, 其解在一定条件下为孤立波, 因此证实锋面可以看作是孤立波. 这样, 根据孤立波的性质与各参数在解中的位置, 我们分析得到:

(1) 锋面形成是由于斜压大气中非线性过程与频散过程共同作用并达到平衡而形成的. 在线性情况下形成不了锋面.

(2) 形变场和 β 效应对锋面形成和维持具有重要作用, 其中尤其是形变场的存在对锋面至关重要, 而水平切变的作用类似于科里奥利效应, 它只起修正作用, 因而不是必须的. 另外, 加热场也具有辅助作用.

1) 何财福, 吴宝骏, 彭治班, 1989, 连阴雨锋面加热场特征及其对锋面维持的作用(待发).

- (3) 锋面移速和锋区强度、基态流场、非绝热加热等有关。在一定条件下, 锋面准静止。
- (4) 等压面上锋区宽度与锋区强度、基态流场的水平切变有关, 与水平形变场无直接关系。
- 至于锋面移速与锋面强度、形变场的详细关系以及锋区宽度与锋面强度、切变场等的关系有待进一步研究分析。

参 考 文 献

- [1] Ogura, Y. and D. Portis. 1982, Structure of the cold front observed in SESAME-AVEIII and its comparison with the Hoskins-Bretherton frontogenesis model, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2773—2792.
- [2] Williams, R. T., 1967, Atmospheric frontogenesis: A numerical experiment, *J. Atmos. Sci.*, **24**, 162—174.
- [3] Long, R. R., 1964, Solitary in the westeris, *J. Atmos. Sci.*, **21**, 197—200.
- [4] Redekopp, L. G., 1977, On solitary Rossby wave, *J. Fluid. Mech.*, **82**, 725—745.
- [5] 李麦村, 薛纪善, 1984, 热带大气运动的 Rossby 孤波, *气象学报*, **42**, 259—268.
- [6] 刘式适, 刘式达, 1987, 半地转近似下的非线性波动, *气象学报*, **45**, 257—260.
- [7] Hoskins, B. J. and West N. V., 1979, Baroclinic wave and frontogenesis, Part II: Uniform potential vorticity jet flows—cold and warm fronts, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1663—1680.
- [8] Hoskins, B. J. and Bretherton, F. P., 1972, Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulation and solution, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 11—37.
- [9] Reeder, M. J. and Keyser D., 1988, Balanced and unbalanced upper-level frontogenesis, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 3366—3386.
- [10] Eliassen, A., 1962, On the vertical circulation in frontal zones, *Geophys. Publ.*, No. 24, 147—160.
- [11] Buzzi, A. T., et al., 1981, Internal frontogenesis: A two-dimensional model in isentropic, semi-geostrophic coordinates, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 1053—1060.
- [12] Keyser, D. and Pecnik M. J., 1987, The effect of along-front temperature variation in a two-dimensional primitive equation model of surface frontogenesis, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 577—604.

A Study of the Dynamic Mechanism of Frontogenesis and of Frontal Maintenance

He Caifu Zhu Guangyu

(Jiangxi Meteorological Observatory, Nanchang 330046)

Abstract

By β -approximation, the frontal zone on an isobaric chart can be changed into a soliton. In order to study the mechanism of frontogenesis and frontal maintenance, the frictionless equations are utilized with the hypothesis that the basic flow field is independent of time. We finally get a frontal KdV equation of the semi-geostrophic flow using the method to expand the nonlinear term near the equilibrium into the Taylor series. It can be concluded that the genesis of front results from the reaction and equilibrium between nonlinear process and dispersional course, and that the deformation field is the key factor to it. Under linear conditions frontal genesis is impossible. The velocity of a front is related to the frontal intensity, the deformation field, and the diabatic heat etc.; and the width of the front with the intensity and shearing field, and it has not direct relation with deformation flow. Baroclinicity is necessary to frontogenesis and the maintenance of fronts.

Key words: Front; KdV-equation; Soliton; Deformation field; Shearing field.