

用非线性模型研究环境温度场和涡度场 对台风发生、发展的影响

杨成彬 郑祖光 王 雨

(北京气象学院, 北京 100081)

提 要

本文采用二维板对称高截断谱模式研究了环境温度场和涡度场对台风发生、发展的影响, 指出整层平均的环境温度场的水平梯度和涡度场是影响台风重要因子。较强的环境温度场梯度的作用类似于水平方向不均匀加热场的作用, 能造成暖区上升、冷区下沉的热力直接环流, 并且温度场的梯度越大, 环流越强。对于整层平均的绝对涡度场而言, 只有弱的正的平均绝对涡度才有利于台风的维持。

关键词: 非线性模型; 温度; 涡度; 台风。

一、引 言

在台风动力学研究中, Charney 首先提出台风发生的线性理论 (CISK)。后来 Gray 又提出积云动量输送理论。这两个理论相结合, 可以解释台风发生、发展阶段径向环流的生成和维持^[1]。诚然, 线性理论较好地揭示了台风发展的物理机制, 事实上, 台风强度的变化过程包含着很多非线性的相互作用, 因此, 为了更深入地了解台风发展的机制, 有必要进行非线性理论的研究。1963 年 Lorenz^[2] 用一个非线性模式研究 Barnard 对流, 发现了非周期解。后来一些研究者推广了 Lorenz 模式, 讨论湿对流过程的稳定性和分岔现象^[3-5]。杨大升、丁敏芳^[6]应用非线性理论研究了 Veronis 的二维板对称的截谱模式, 指出静力稳定度参数和加热对台风发生、发展的作用。徐祥德^[7]采用较简单的非线性模型分析了影响轴对称涡旋运动的平衡态失稳和突变现象的因子, 指出外界热量和动量的非线性平流、感热和潜热的输送、对流加热以及耗散等都是台风强度变化的影响因子。

本文采用类似文献[6]的二维板对称高截断谱模式, 着重研究了存在非线性相互作用时, 平均风场的绝对涡度和平均温度梯度对台风强度变化的影响, 以期找到相应的物理判据。

二、模 式

模式采用静力近似的 P 坐标下的柱面坐标系方程。取 γ 为切向坐标, x 为径向坐标。

1993 年 2 月 23 日收到, 1993 年 9 月 1 日收到再改稿。

首先设各气象要素不随 y 变化, 仅是 x, p, t 的函数, 给出如下基本方程组:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial p} + f u = K_H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + K_p \frac{\partial^2 v}{\partial p^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial p} - f v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + K_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_p \frac{\partial^2 u}{\partial p^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{RT}{pc_p} \omega = K_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{Tp} \frac{\partial^2 T}{\partial p^2} + \frac{Q}{c_p}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (5)$$

其中 u, v 分别表示径向和切向的速度分量, Q 为单位质量空气的加热率, K_H, K_T 分别表示动量、热量在水平方向的扩散系数, 单位为 $m^2 s^{-1}$, K_p, K_{Tp} 表示这些量在垂直坐标中的垂直扩散系数, 单位为 $10^{-4} hPa^2 s^{-1}$, 对于大气取 $K_T = K_H$, $K_{Tp} = K_p$ 。

然后对方程(1)–(5)作如下的变化:

(1) 对温度场 T 采用标准层结近似, 由静力平衡关系(3), 必有对应的平均位势场, 即:

$$\left. \begin{aligned} T &= \bar{T}(x, p) + T'(x, p, t), \\ \phi &= \bar{\phi}(x, p) + \phi'(x, p, t). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在热力学方程中各项系数里的 T 可采用 $\bar{T}(x, p)$ 代替, 这样引起的误差在 10% 以内。

(2) 由连续方程引入 (x, p) 平面的流函数 Ψ , 设:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial p}, \quad w = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (7)$$

(3) 设

$$\left. \begin{aligned} v &= \bar{v}(x, p) + v'(x, p, t), \\ u &= u'(x, p, t), \\ \omega &= \omega'(x, p, t). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将(6)–(8)式代入(1), (2), (4)式, 进行展开, 化简。其中对环境场 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{T}$ 有以下关系成立:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{\omega} = 0, \\ -f\bar{v} &= -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x}, \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} &= -\frac{R}{p} \bar{T}. \end{aligned}$$

因此, 本文中以后所称的环境场是指台风环流中满足静力平衡和地转平衡的那部分。

(4) 取 L 为径向长度尺度, P 为气压尺度, f_0^{-1} 为时间尺度, 设右上角带*的量为无量纲量, 则:

$$\left. \begin{aligned} x &= Lx^*, \quad p = Pp^*, \quad t = f_0^{-1}t^*, \quad f = f_0 f^*, \\ (\bar{v}, v') &= f_0 L(\bar{v}^*, v'^*), \quad \Psi = f_0 P L \Psi^*, \\ \phi' &= f_0^2 L^2 \phi^*. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将(9)式代入前一步得到的方程中, 设:

$$\left. \begin{aligned} K_H^* &= K_H \cdot \frac{1}{f_0 L^2}, \quad K_p^* = K_p \cdot \frac{1}{f_0 p^2}, \quad \eta^* = f^* + \frac{\partial v^*}{\partial x}, \\ \hat{B}^* &= \frac{P}{f_0 L} \hat{B}, \quad S^* = \frac{P}{f_0 L^2} S, \quad f^* \sim 1, \\ Q^* &= \frac{P}{f_0 L^2} \cdot \frac{R}{c_p} \cdot \frac{Q}{p}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中, $\hat{B} = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)$, 表示环境温度场水平梯度。当台风为暖心时, $\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} < 0$, 即 $\hat{B} > 0$; 相反, 当它成为冷心时 $\hat{B} < 0$ 。 $\eta = f + \frac{\partial v}{\partial x}$ 相当于环境切向风场绝对涡度的垂直分量。 $S = -\frac{RT}{p} \frac{\partial \ln \theta}{\partial \phi}$ 为静力稳定度参数, θ 为对应于环境温度场的位置 ($S < 0$ 为不稳定)。

引入算子 $J(u, v) = \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial p}$, 略去方程中所有右上角表示无量纲量的*号, 得下面一组无量纲方程:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + J(\Psi, v) - \frac{\hat{B}}{f} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \eta \frac{\partial \Psi}{\partial p} = K_H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + K_p \frac{\partial v^2}{\partial p^2}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial p^2} \right) + J \left(\Psi, \frac{\partial^2 \Psi}{\partial p^2} \right) - f \frac{\partial v}{\partial p} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + K_H \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial p^2} \right) \\ &+ K_p \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial p^2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + J \left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \hat{B} \frac{\partial \Psi}{\partial p} - S \frac{\partial \Psi}{\partial x} = K_H \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial p} \right) + K_p \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} - Q. \quad (13)$$

(5) 将模式建立在有限区域范围内, $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq p \leq \pi$, 设 Ψ 、 ϕ 和 v 满足如下边条件:

$$\left. \begin{aligned} x=0, \pi, \quad \Psi=0, \quad v=0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) &= 0, \\ p=0, \pi, \quad \frac{\partial v}{\partial p} &= 0, \quad \Psi=0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

根据边条件(14)的特点, 对 Ψ 、 v 、 $\frac{\partial \phi}{\partial p}$ 进行如下谱展开:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{4}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} \Psi_{m,n}(t) \sin mx \sin np, \\ v &= \frac{4}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} v_{m,n}(t) \sin mx \cos np + \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} v_{m,0}(t) \sin mx, \\ \frac{\partial \phi}{\partial p} &= \frac{4}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} \phi_{m,n}(t) \cos mx \sin np + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{0,n}(t) \sin np, \\ Q &= \frac{4}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} Q_{m,n} \cos mx \sin np + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{0,n} \sin np. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

选择三个最基本的模 $\psi_{m,n}$, $\phi_{m,n}$, $v_{m,n}$ 及由它们的非线性作用产生的 $\phi_{0,2n}$ 及 $v_{2m,0}$ 这两个模, 用这 5 个模得到组成本文以后用到的最简模式。设 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, Q_1, Q_2$ 分别代表 $\phi_{m,n}, \phi_{m,n}, \phi_{0,2n}, v_{m,n}, v_{2m,0}, Q_{m,n}, Q_{0,m}$, 上述表达式成为:

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \frac{4}{\pi^2} x_1(t) \sin mx \sin np, \\ v &= \frac{4}{\pi^2} x_4(t) \sin mx \cos np + \frac{2}{\pi^2} x_5(t) \sin 2mx, \\ \frac{\partial \phi}{\partial p} &= \frac{4}{\pi^2} x_2(t) \cos mx \sin np + \frac{2}{\pi^2} x_3(t) \sin 2np, \\ Q &= \frac{4}{\pi^2} Q_1 \cos mx \sin np + \frac{2}{\pi^2} Q_2 \sin 2np. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

在作谱展开之前, 对环境温度场的梯度和涡度场作以下假设, 设:

$$\eta = a_1 + b_1 p, \quad \hat{B} = a_2 + b_2 p, \quad (17)$$

其中 a_1, b_1, a_2, b_2 均为常数, 它们可以用 $\eta, \hat{B}$ 的上下边界条件给出。(17)式即相当于设环境温度场的梯度和绝对涡度在水平方向上不变化, 垂直方向上只是 p 的线性函数。作这样的假定, 一方面是因为便于以后的处理, 另一方面是因为设它们为 p 的高次函数后并不影响下面的结论。

将(16)、(17)式代入(11)–(13)式, 利用三角函数的正交性对方程进行 (x, p) 平面积分, 可得如下常微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} n^2 \dot{x}_1 &= fnx_4 - mx_2 - K(m^2 + \mu n^2)n^2 x_1, \\ \dot{x}_2 &= -\beta_1 mn x_1 x_3 + m S x_1 - K(m^2 + \mu n^2)x_2 - Q_1, \\ \dot{x}_3 &= 2\beta_1 mn x_1 x_2 - \beta_2 \cdot \frac{1}{m} B_0 x_1 - 4K\mu n^2 x_3 - Q_2, \\ \dot{x}_4 &= \beta_1 mn x_1 x_5 - \eta_0 n x_1 - K(m^2 + \mu n^2)x_4, \\ \dot{x}_5 &= -2\beta_1 mn x_1 x_4 - 4Km^2 x_5 + \frac{\beta_2 B_0}{fn} x_1, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中 $K = K_H$, $\mu = K_p/K_H$, $\beta_1 = 2/\pi^2$, $\beta_2 = 32/3\pi^2$, $\eta_0 = \left(a_1 + \frac{b_1}{2}\pi\right)$, $B_0 = \left(a_2 + \frac{b_2}{2}\pi\right)$, 由于积分时 m, n 必须为奇数才有非线性项, 所有文中的 m, n 均为奇数, 以便考查模式中描述的非线性行为。

三、非线性平衡态

首先令(18)式中对时间微商项为零, 得到决定非线性平衡态的代数方程组:

$$\left. \begin{aligned} fn\bar{x}_4 - m\bar{x}_2 - K(m^2 + \mu n^2) \cdot n^2 \bar{x}_1 &= 0, \\ -\beta_1 mn \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + m S \bar{x}_1 - K(m^2 + \mu n^2) \bar{x}_2 - Q_1 &= 0, \\ 2\beta_1 mn \bar{x}_1 \bar{x}_2 - \beta_2 (B_0/m) \bar{x}_1 - 4K\mu n^2 \bar{x}_3 - Q_2 &= 0, \\ \beta_1 mn \bar{x}_1 \bar{x}_5 - \eta_0 n \bar{x}_1 - K(m^2 + \mu n^2) \bar{x}_4 &= 0, \\ -2\beta_1 mn \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_4 + \beta_2 (B_0/fn) \bar{x}_1 - 4Km^2 \bar{x}_5 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由(19)式中的后4个式子解出用 $\bar{x}_1$ 表示的 $\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5$, 然后代入第一式中, 可得到 $\bar{x}_1$ 的五次代数方程:

$$g_0 \bar{x}_1^5 + g_1 \bar{x}_1^4 + g_2 \bar{x}_1^3 + g_3 \bar{x}_1^2 + g_4 \bar{x}_1 + g_5 = 0. \quad (20)$$

其中,

$$\begin{cases} g_0 = -4K\beta_1^2 m^4 n^6 (m^2 + \mu n^2), \\ g_1 = 0, \\ g_2 = -2\beta_1^2 m^2 n^2 [4K^2 m^2 (\mu n^2 S - m^2 S_c) + 4K^3 n^4 \mu (m^2 + \mu^2 n^2)^2 + m^2 n \beta_1 Q_2], \\ g_3 = 4K^2 m n \beta_1 \beta_2 B_0 (m^2 + \mu n^2) (\mu n^2 - m^2) + 8K m^3 n^4 \beta_1^2 \mu Q_1, \\ g_4 = -4K^2 m^4 n (m^2 + \mu n^2) [4K \mu n (S - S_c) + \beta_1 Q_2], \\ g_5 = 16K^3 m^3 n^2 (m^2 + \mu n^2) Q_1 \mu. \end{cases} \quad (21)$$

$S_c = [-n^2 K^2 (m^2 + \mu n^2) + \eta_0 f n^2] / m^2$, 是线性扰动不稳定的临界值^[6].

方程(20)用实系数的牛顿-下山法^[8]求解。只要给定系数中参数值以后, 可用(20)式得 $\bar{x}_1$ 的值。再利用以下的(22)式, 将 $\bar{x}_1$ 代入可得相应的平衡态解 $\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5$:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_2 &= \frac{4K\mu m n^2 S \bar{x}_1 - 4K\mu n^2 Q_1 + \beta_1 \beta_2 B_0 n \bar{x}_1^2 + \beta m n Q_2 \bar{x}_1}{4K^2 \mu n^2 (m^2 + \mu n^2) + 2\beta_1^2 m^2 n^2 \bar{x}_1^2}, \\ \bar{x}_3 &= \frac{2\beta_1 m n \bar{x}_1 (m S \bar{x}_1 - Q_1) - K(m^2 + \mu n^2) (\beta_2 B_0 \bar{x}_1 / m + Q_2)}{4K^2 \mu n^2 (m^2 + \mu n^2) + 2\beta_1^2 m^2 n^2 \bar{x}_1^2}, \\ \bar{x}_4 &= \frac{\beta_1 \beta_2 B_0 n \bar{x}_1^2 / f - 4K m^2 n \eta_0 \bar{x}_1}{4K^2 m^2 (m^2 + \mu n^2) + 2\beta_1^2 m^2 n^2 \bar{x}_1^2}, \\ \bar{x}_5 &= \frac{K \beta_1 B_0 \bar{x}_1^2 (m^2 + \mu n^2) / f n + 2\beta_1 \eta_0 m n^2 \bar{x}_1^2}{4K^2 m^2 (m^2 + \mu n^2) + 2\beta_1^2 m^2 n^2 \bar{x}_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

四、非线性平衡态的稳定性

设(19)式中非线性平衡态的解为 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5$, 叠加在其上的小扰动分别为 $x'_1, x'_2, x'_3, x'_4, x'_5$, 代入(18)式, 与平衡态方程相减, 并略去高阶扰动量, 得:

$$\left. \begin{aligned} n^2 x'_1 &= f n x'_4 - m x'_2 - K(m^2 + \mu n^2) n^2 x'_1, \\ x'_2 &= (-\beta_1 m n \bar{x}_3 + m S) x'_1 - \beta_1 m n \bar{x}_1 x'_3 - K(m^2 + \mu n^2) x'_2, \\ x'_3 &= (2\beta_1 m n \bar{x}_2 - \beta_2 B_0 / m) x'_1 + 2\beta_1 m n \bar{x}_1 \cdot x'_2 - 4K \mu n^2 x'_3, \\ x'_4 &= (\beta_1 m n \bar{x}_5 - \eta_0 n) x'_1 + \beta_1 m n \bar{x}_1 x'_5 - K(m^2 + \mu n^2) x'_4, \\ x'_5 &= (-2\beta_1 m n \bar{x}_4 + \beta_2 B_0 / f n) x'_1 - 2\beta_1 m n \bar{x}_1 x'_4 - 4K m^2 x'_5. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(19)式解得的平衡态解的稳定性由(23)式左边扰动量的系数组成的特征矩阵的特征值决定。当所有特征值的实部小于等于零时, 解是稳定的, 否则解是不稳定的。文中求解特征值所用程序是刘德贵等编的求一般实矩阵的特征值和特征向量的程序^[9]。

五、结果分析

取水平距离尺度 $L \simeq 300\text{km}$, 垂直尺度 $P \simeq 300\text{hPa}$, 当有量纲水平扩散系数为

$K_H = 10^4 \text{ m}^2/\text{s}$ 时, 无量纲量 $K = \frac{1}{2.532 \times 9} \approx 0.043917$ 。给不同的 μ 值, 由换算关系可得相应的垂直系数 K_p 值。科里奥利参数为 10°N 的值, 对应无量纲量 f 为 1。对于台风这样的较大的中尺度或天气尺度环流, 在计算较多模的谱模式中发现 $m = 1$ 的扰动振幅最大, 故以下均取 $m = n = 1$ 。下面讨论主要的计算结果。

1. 静力稳定度参数和加热的影响

首先取 $Q_1 = Q_2 = B_0 = 0$, $\eta_0 = f = 1$, $\mu = 10$, 计算了平衡态 $\bar{x}_1$ 随 S 的变化曲线, 即考察只有静力稳定度参数变化时, 平衡态 $\bar{x}_1$ 的分布。所得到的结论与文献[6]相似。接着取 $Q_1 = B_0 = 0$, $\eta_0 = f = 1$, $\mu = 10$, $S = S_c$ (S_c 为临界不稳定的静力稳定度参数, $S_c = -1.233$), 计算了 $\bar{x}_1$ 随 Q_2 变化的分布图。得到了文献[6]中相似的结果。

接下来讨论 Q_1 的作用。取 $Q_2 = B_0 = 0$, $\eta_0 = f = 1$, $\mu = 10.0$, $S = S_c$, 然后计算 $\bar{x}_1$ 随 Q_1 的分布图。见图 1。图中实线表示稳定平衡态, 虚线表示不稳定平衡态。由图可知, 当 $|Q_1| \geq 1.8$ 时, $\bar{x}_1$ 只有一个重根; 当 $|Q_1| < 1.8$ 时, $\bar{x}_1$ 有三个解, 其中两个稳定, 一个不稳定。当 Q_1 从负变到正时, $\bar{x}_1$ 最初只有一个负根, 当 $Q_1 > -1.8$ 后, $\bar{x}_1$ 继续保持在负值解上, 直到 $Q_1 > 1.8$ 后, 负根失稳, 流型发生突变, $\bar{x}_1$ 成为正的。这时 Q_1 如果减少, $\bar{x}_1$ 并不立即回到负根上, 而是保持在正根上, 直到 $Q_1 < -1.8$, 才失稳跳到负根上。这就是非线性系统的延滞性。

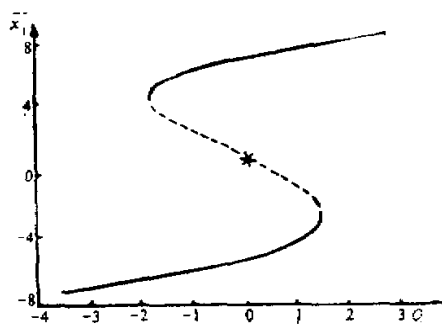


图 1 平衡态 $\bar{x}_1$ 随 Q_1 分布图
 $Q_2 = B_0 = 0$, $S = \eta_0 = 1$, $S = S_c$, $\mu = 10$

由(16)式可知, $Q_1 > 0$, 代表一种 $x = 0$, $p = \frac{\pi}{2}$ 处为正加热中心, $x = \pi$, $p = \frac{\pi}{2}$ 处为负加热中心的热源分布。同样可知, $\bar{x}_1 > 0$ 代表 $x = 0$ 处上升, $x = \pi$ 处下沉的闭合环流圈。图 1 表明, 当 $|Q_1| > 1.8$ 时, 本模型中是加热中心处上升、冷却中心下沉的热力直接环流, 并且环流的强度随外源增强而加大。但是当 $|Q_1| < 1.8$ 时, 台风环流就不一定是热力直接环流。如当 Q_1 从正向负变化时, 在 $Q_1 > 1.8$ 时, 只有 $x_1 > 0$ 一个解, 环流为热力直接环流。当 $0 < Q_1 < 1.8$ 时, 非线性方程组(18)式的定态解继续保持在 $x_1 > 0$ 的解上, 环流为热力直接环流。当 $0 > Q_1 > -1.8$ 后, x_1 将继续为正, 环流恰好是加热区下沉、冷却区上升的非热力直接环流。并且随着 Q_1 的负值的增大, x_1 是下降的。 Q_1 由大变小的这种情形相当于台风的消亡阶段。

下面着重讨论环境场对台风发生、发展的影响。

2. 环境水平温度梯度场的作用

由前面介绍可知, 参数 $\hat{B}$ 代表了环境温度场的水平梯度对台风的影响。在截谱模式

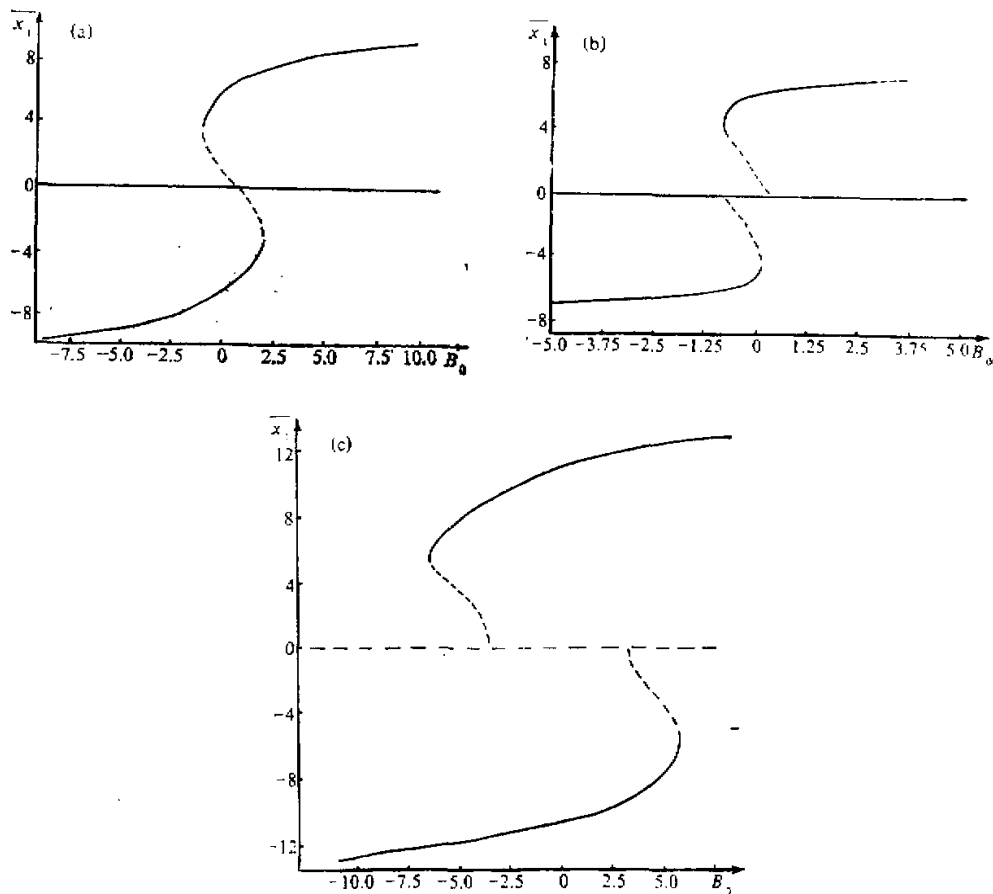


图 2 流函数平衡态 $\bar{x}_1$ 随 B_0 变化, $\mu = 10.0, Q_1 = Q_2 = 0, \eta_0 = f = 1, K_H = 0.043917$

(a) $s = -1.233$, (b) $s = -0.633$, (c) $s = -2.233$

中它用 B_0 代表。

取 $Q_1 = Q_2 = 0, f = \eta_0 = 1, \mu = 10, S = S_c$, 计算了 $\bar{x}_1$ 随 B_0 的分布图。这相当于隔离了外源和相对涡度的影响之后单独讨论环境温度梯度的作用。计算结果见图 2a。将图 2a 和图 1 比较可看出两者非常相似。除了图中 $\bar{x}_1 = 0$ 的稳定解外, 其他解的分布类似于图 1。如 $|B_0| > 2$ 时, 只有一个稳定解; $|B_0| < 2$ 时, 有三个解, 其中两个是稳定的, 一个是不稳定的。

前面已设 $\hat{B} = a_2 + b_2 p$, 且推得 $B_0 = a_2 + \frac{b_2}{2} \pi_0$ 。取下面的定解条件:

$$p = 0 \text{ 时 } \hat{B} = T_{x_1}, \quad p = \pi \text{ 时 } \hat{B} = T_{x_2}, \quad (24)$$

可定出,

$$a_1 = T_{x_1}, \quad b_1 = \frac{T_{x_1} - T_{x_2}}{\pi}, \quad B_0 = \frac{1}{2}(T_{x_1} + T_{x_2}). \quad (25)$$

由于已设 $\hat{B}$ 随气压作线性分布, 因此(25)式中 B_0 的表达式说明 B_0 代表了整层平均的环境温度梯度。由 $\hat{B}$ 的表达式可知, $\hat{B} > 0$ 代表原点附近暖、原点以外冷的环境温度场。 $B_0 > 0$ 就表示整层平均的环境温度场是原点附近暖、原点以外冷。当 $B_0 > 2$ 时, $x_1 > 0$, 它是暖区上升、冷区下沉的热力直接环流。同理 $B_0 < -2$ 时, 这时的环流也是热力直接环流。但当 $-2 < B_0 < 2$ 时, 台风环流有可能不是热力直接环流。所以 B_0 的作用非常类似于热力参数 Q_1 对台风环流的作用。并且从图 2a 中还可看出, B_0 愈大, 热力直接环流愈强。因此, 对台风而言, 内部上下同号的环境温度梯度场较之上下异号的环境温度梯度场更有利于台风发展。这与涡度场对台风的影响大不一样。这点下面将会看到。

顺便指出的一点是, B_0 与 Q_1 的作用有相似之处, 但也是有差别的。它反映在突变点 $B_0 = \pm 2$ 上。经数值试验证实, 在 $|B_0| = 2$ 时, 原来的不为零的稳定解将分叉到稳定的零解上, 而不是到另一个稳定的非零解上。

我们还计算了不同的稳定度参数 (S) 下 $\bar{x}_1$ 随 B_0 的分布, 见图 2b, c。其中图 2b 中 $S = -0.633$, 图 2c 中 $S = -2.233$ 。图 2b 是层结较稳定的情形, 其中的稳定零解很突出。与图 2a 相比, 突变点附近的图形发生了变化, 此时 $\bar{x}_1 \approx 0$ 的解的重叠部分缩小。另外一点差别是, 在 B_0 相同时, $S = S_c$ 的 $|\bar{x}_1|$ 要大于 $S = -0.633$ 的 $\bar{x}_1$, 即层结愈不稳定, 台风强度愈强。当 $S > 0.767$ 以后, $\bar{x}_1 \neq 0$ 的解完全消失, 只剩下 $\bar{x}_1 = 0$ 的解。

图 2c 是一个层结很不稳定的例子。这时零解已经失稳; 并且 B_0 相同时, $|\bar{x}_1|$ 超出了图 2a 和 2b。当 B_0 从负变到正时, $\bar{x}_1$ 首先取负值, 并保持到 $B_0 > 5.0$ 。以后 $\bar{x}_1 < 0$ 的解会失稳, 从负值跳到正值。另外一方面, 当 B_0 从正变到负时, 只有当 $B_0 < -5.0$ 以后, 解才会从正变到负。

在实际过程中, 台风一般是生成在一个较深厚的暖性环境中, 上下层的温度梯度基本上是同号的, 从前面的讨论可知, 这非常有利于台风的发生和发展。另外一方面, 发展期间的台风一般都是热力直接环流, 即 B_0 和 $\bar{x}_0$ 同号。从前面的讨论可知, 随着 B_0 加大, $\bar{x}_0$ 将增加, 即台风环流会增强。由于 B_0 相当于台风区域中整层平均的温度梯度, 因此可以用对流层中下层上某一层温度梯度来代替 B_0 。这与预报员用特性层作台风预报的经验是一致的。另外, 预报员通常要考虑外界冷空气侵入台风环流所产生的对台风的影响。他们的经验是, 如果冷空气较弱, 不能侵入台风中心, 会引起台风发展, 如果冷空气较强且侵入了台风中心, 则会使台风减弱。用我们前面的结果很容易解释这一事实。因为较弱的冷空气只侵入了台风外围的话, 会使台风附近的正温度梯度加大, 即 B_0 会增加, 因此, 台风强度会加大。反之, 若较强的冷空气侵入了台风中心的话, 则会减小温度梯度, 相应地台风也会减弱。如果台风中的负温度梯度很大的话, 台风环流就会发生大的调整, 台风将在新的暖区中生成。

综上所述可看出: (1) 整层平均的环境温度梯度场是影响台风发生、发展的一个因子。(2) 整层平均的环境温度梯度场越大, 台风越强。因此一个上下同号的环境温度梯度场较之上下异号的环境温度梯度场更有助于台风生成和发展。

3. 环境涡度对台风的作用

由前面的表达式可知, η 代表了环境的绝对涡度场对台风的影响, 由于 f 是固定的, 因此 η 的变化代表了相对涡度的变化。前面计算中取 $\eta = f = 1$, 相当于忽略了相对涡度的变化。在截谱模式中 η_0 代表了 η 的作用。

与前面的作法相似, 我们取

$$P = 0, \eta = \eta_1; P = \pi, \eta = \eta_2, \quad (26)$$

可定出(17)式中的

$$a_1 = \eta_1, \quad b_1 = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\pi}. \quad (27)$$

因而,

$$\eta_0 = \frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2). \quad (28)$$

由于已设 η 在垂直方向上作线性分布, 因此 η_0 代表了整层平均的绝对涡度。

取 $B_0 = Q_1 = Q_2 = 0, f = 1, \mu = 10.0, S = -1.233$, 计算了 $\bar{x}_1$ 随 η_0 的分布

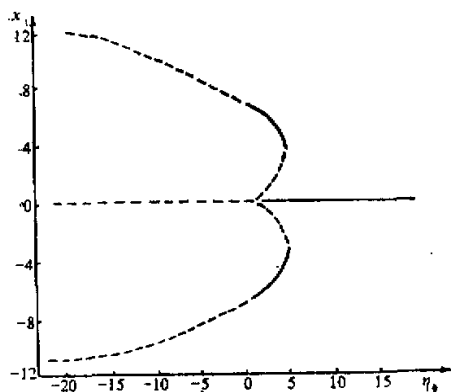


图3 平衡态解 $\bar{x}_1$ 随 η_0 分布图

$B_0 = Q_1 = Q_2 = 0, f = 1, \mu = 10.0, S = -1.233$

$\bar{x}_1$ 随 η_0 的分布。发现 $S > 0$ 以后, 无论 η_0 为何值都不存在非零的稳定平衡态。对于 $S < 0$ 的情况, 层结越不稳定, 越易在 $\eta_0 > 0$ 的范围中产生稳定的非零平衡解, 且具有非零平衡解的 η_0 值的范围随 S 减小而增大。因此, 静力稳定度也是一个影响台风发生发展的因素。

总而言之, 整层平均的绝对涡度也是一个影响台风发生、发展的因素。从图3来看, 整层平均的绝对涡度过大或过小都将破坏台风环流, 只有当它为一较小正值时才有利于台风生长。因此, 对于成熟的台风, 可把整层平均的绝对涡度作为监视台风衰亡的指标。

六、结论及讨论

通过以上讨论可看出, 除了静力稳定度和加热外, 整层平均的环境温度场的水平梯度

图, 见图3。由图可见, 只在 $0 < \eta_0 < 4.9$ 的范围内存在稳定的非零平衡解, 除此之外, 所有的非零解都不稳定。因此, 整层平均的绝对涡度有较小的正值时才利于台风维持。这一点与温度的水平梯度的作用明显不同。对温度的水平梯度而言, 是温度的水平梯度越大, 越有利于台风维持。对整层平均的绝对涡度而言, 它为一个较小的正值时才有利于台风维持。因此, 对台风的环境涡度场而言, 上下异号的环境涡度场更有利于台风维持。

同样研究了 S 取不同值的情况下, $\bar{x}_1$ 随 η_0 的分布。发现 $S > 0$ 以后, 无论

和整层平均的绝对涡度也是影响台风发生、发展的重要因子。其中较强的环境温度场的梯度的作用类似于水平方向不均匀的加热场的作用,它能造成热力直接环流,并且环境温度场的梯度越大,热力直接环流越强。绝对涡度的作用不同于温度梯度,只有弱的整层平均的正涡度场才更有利于台风维持。

参 考 文 献

- [1] 丁一汇,1991,高等天气学,气象出版社。
- [2] Lorenz, E. N., 1963, Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, **20**, 130—141.
- [3] Shirts, H. N. and Dutton, J. A., 1979, The branching hierarchy of multiple solution in a model of moist convection, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1705--1721.
- [4] Shirts, H. N., 1980, Bifurcation and stability in a model of moist convection in a shearing environment, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1586—1602.
- [5] Shirts, H. N. and Wells, R., 1982, Improving spectral models by unfolding their singularities, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 610—621.
- [6] 杨大升、丁敏芳,1985,台风发生非线性动力机制,台风会议文集,气象出版社。
- [7] 徐祥德,1991,轴对称涡旋非线性运动平衡态失稳和突变现象影响因子的研究,大气科学,**15**, No. 2, 63—73.
- [8] 张志德,1980,牛顿下山法, Fortran 算法汇编,(第一分册),国防工业出版社。
- [9] 刘德贵等,1990,求一般实矩阵的特征值和特征向量,新编工程实用算法与 Fortran 程序,国防工业出版社。

The Studies of Impact of Environment and Vorticity on Formation and Development of Typhoon

Yang Chengbin, Zhen Zhugun and Wang Yu

(Beijing Institute of Meteorology, Beijing 100081)

Abstract

In this paper, the impact of ambient temperature and absolute vorticity field on the formation and development of typhoon was studied with a two-dimensional slab symmetric and highly-truncated spectral model. It is pointed out that vertically averaged absolute vorticity and temperature gradient are two important factors to influence typhoon. The effect of stronger ambient temperature gradient, like horizontally non-uniform heating, can induce direct thermal circulation which rise in the warmer area and subside in the cooler area. The stronger the temperature gradient, the stronger the circulation will be. With regard to vertically averaged absolute vorticity field, only weak positive absolute vorticity is favorable for the maintenance of typhoon.

Key words: nonlinear model; ambient temperature; vorticity; typhoon; formation; development.