大气中动能的双向转化和单向转化*

吴国雄

(中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室，北京 100080)

提 要

根据绝热无耗散大气总动能和总位涡拟能守恒的特性，本文讨论了二维平面上动能谱分布随时间变化的规律。结果表明，大气谱动能变化必然涉及至少三种不同的空间尺度；或遵从双向转化原则，或遵从单向转化原则。在讨论能量的双向转化和单向转化条件的基础上，本文还分别研究斜压大气和正压大气中能量转化的一般状况。

关键词：特征变形波数；特征变形半径；广义特征尺度。

一、引 言

在二维、均匀、无粘性的无辐散正压流体中，总动能和总涡度平方守恒。由此，Fjørtoft 证明，正压无辐散流体中动能的转化必须有至少三种尺度以上的波动参与，且当动能向较小尺度串级时，必同时向较大尺度串级[1]。本文的目的是把 Fjørtoft 的理论延拓到更一般的，有辐散的斜压流体中。第二节首先讨论这种流体中能量转化的一般方程及能量转化的多尺度波动参与原理。大气运动谱动能的双向转化和单向转化规律在第三节中进行研究。第四和第五节分别讨论简单的斜压和正压模式中的能量串级问题。若干讨论和结论在第六节给出。

二、能量转化的多尺度参与

为简单起见，我们讨论绝热无耗散的二维均匀准地转流体。在这种流体中，总动能 K 守恒，即

$$K=\frac{1}{2}\int_S(\nabla\psi)^2\,\mathrm{d}s=\text{常数}. \tag{1}$$

由位涡守恒方程

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla Q=0,$$

其中位势涡度

1993 年 4 月 6 日收到；5 月 19 日收到修改稿。

* 本研究工作得到国际基础性研究重大关键项目"气候动力学和气候预测理论研究"的支持。

$$Q = q + f,$$

相对位涡

$$q = \nabla^2\psi - \nu^2\psi. \tag{2}$$

可证明相对位涡拟能 E 守恒（见附录），即

$$E = \frac{1}{2}\int_S q^2\,\mathrm{d}s = \frac{1}{2}\int_S [(\nabla^2 - \nu^2)\psi]^2\,\mathrm{d}s = 常数. \tag{3}$$

上述各式中 S 为全球面面积；风矢 $\vec{v} = \vec{k} \times \nabla\psi$；$\gamma$ 为变形曲率；由流体的辐散度或斜压性决定（参见第四、第五节）。其他变量为气象常用。

引入球谐展开

$$\Psi = \sum_{n=1}^{\infty}\psi_n, \tag{4}$$

其中 ψ_n 满足特征方程

$$\nabla^2\psi_n + A_n\psi_n = 0, \tag{5}$$

A_n 为特征值。令 a 为地球半径，定义特征尺度 L_n，

$$L_n = a[n(n+1)]^{-1/2} = A_n^{-1/2} \tag{6}$$

及特征值 B_n

$$B_n = A_n + \nu^2. \tag{7}$$

把 (4) 至 (7) 式代入动能守恒关系 (1) 式及相对位涡拟能守恒关系 (3) 式，可得

$$K = \sum_{n=1}^{\infty}K_n = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}A_n\int_S\psi_n^2\,\mathrm{d}s = 常数, \tag{8}$$

$$E = \sum_{n=1}^{\infty}E_n = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}B_n\int_S\psi_n^2\,\mathrm{d}s = 常数. \tag{9}$$

引入振幅平方积分变量，

$$\Phi_n = \int_S\psi_n^2\,\mathrm{d}s. \tag{10}$$

则有谱动能和谱拟能分别为

$$K_n = \frac{1}{2}A_n\Phi_n, \qquad E_n = \frac{1}{2}B_n^2\Phi_n. \tag{11}$$

于是，由 (8)、(9) 二式动能和位涡拟能守恒分别为

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n\Phi_n = 常数, \tag{12}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}B_n^2\Phi_n = 常数. \tag{13}$$

设 Φ_n 在时段 $\delta t = t - t_0$ 内的变化为

$$\delta\Phi_n = \Phi_n(t) - \Phi_n(t_0). \tag{14}$$

并令 n=s,m,l 分别为较小尺度，中间尺度及较大尺度的扰动的波数，于是

$$\begin{cases} A_s > A_m > A_l, & L_s < L_m < L_l \\ B_s^2 > B_m^2 > B_l^2. \end{cases} \tag{15}$$

则从（12）和（13）式可得

$$\begin{cases} A_s\delta\Phi_s + A_l\delta\Phi_l = -A_m\delta\Phi_m, \\ B_s^2\delta\Phi_s + B_l^2\delta\Phi_l = -B_m^2\delta\Phi_m. \end{cases} \tag{16}$$

上述方程组的系数行列式 $\Delta=(A_sB_l^2 - A_lB_s^2)$经整理可表为

$$\Delta = (A_l - A_s)(A_sA_l - \gamma^4). \tag{17}$$

通常$A_sA_l \neq \gamma^4$，$A_l < A_s$，因此 $\Delta\neq 0$。

首先，设（16）式为齐次方程组，$\delta\Phi_m \equiv 0$。换言之，设只有两种尺度的波动进行能量交换。这对由于 $\Delta\neq 0$，根据达朗贝尔法则，必有

$$\delta\Phi_s \equiv \delta\Phi_l \equiv 0$$

或者，根据（11）式有

$$\text{当 } \delta K_m = \delta E_m = 0 \text{ 时，} \quad \delta K_s \equiv \delta K_l \equiv 0, \quad \delta E_s \equiv \delta E_l \equiv 0, \tag{18}$$

于是我们证得如下多尺度能量转化定律：**大气中的能量转化至少必须有三种尺度的波动参与。**

在有三种尺度参与的情况下，由（11）及（16）式可解得各种尺度的能量转化关系如下：

$$\begin{cases} \delta K_l = -\dfrac{A_s - A_m}{A_s - A_l}\dfrac{A_s - \gamma^4 A_m^{-1}}{A_s - \gamma^4 A_l^{-1}}\delta K_m, \\ \delta K_s = -\dfrac{A_m - A_l}{A_s - A_l}\dfrac{A_l - \gamma^4 A_m^{-1}}{A_l - \gamma^4 A_s^{-1}}\delta K_m, \\ \dfrac{\delta K_l}{\delta K_s} = \dfrac{A_l}{A_s}\dfrac{A_s - A_m}{A_m - A_l}\dfrac{A_s - \gamma^4 A_m^{-1}}{A_l - \gamma^4 A_m^{-1}}. \end{cases} \tag{19}$$

由（15）式得知，上式中$\dfrac{A_s - A_m}{A_s - A_l}$，$\dfrac{A_m - A_l}{A_s - A_l}$及$\dfrac{A_s - A_m}{A_m - A_l}$均为正数。因此，动能转化的方向和大小由流场性质($\gamma^4$)和波动的尺度共同决定。下面将根据（19）式研究不同性质的流场中的能量转化。由于拟能转化与动能转化相似，文中将只讨论动能转化问题。

三、动能的双向转化和单向转化

1. 动能的双向转化

由（19）式知，当

$$\gamma^4 > A_s A_m > A_s A_1 > A_m A_1 \tag{20a}$$

有

$$\begin{cases} \delta K_1 \cdot \delta K_m < 0, \\ \delta K_s \cdot \delta K_m < 0, \\ 0 < \dfrac{\delta K_1}{\delta K_s} < R, \end{cases} \tag{20b}$$

其中

$$R = \frac{1 - L_s^2 / L_m^2}{L_1^2 / L_m^2 - 1} = \frac{1 - A_m / A_s}{A_m / A_1 - 1}, \tag{20c}$$

或者，当

$$A_s A_m > A_s A_1 > A_m A_1 \gg \gamma^4, \tag{21a}$$

有

$$\begin{cases} \delta K_1 \cdot \delta K_m < 0, \\ \delta K_s \cdot \delta K_m < 0, \\ \dfrac{\delta K_1}{\delta K_s} \approx R', \end{cases} \tag{21b}$$

其中，

$$R' = \frac{L_m^2 / L_s^2 - 1}{1 - L_m^2 / L_1^2} = \frac{A_s / A_m - 1}{1 - A_1 / A_m}, \tag{21c}$$

(20b) 及 (21b) 均表示，中间尺度的波动或同时向较小尺度和较大尺度的波动转化能量，或同时从这两种极端尺度的波动获得能量。在这种场合，能量既有向大尺度的串级 (upscale cascade)，也有向较小尺度的串级 (downscale cascade)，为一种双向的能量转化，它可图象地表示为

$$(K_s \rightarrow K_m \leftarrow K_1), \quad \text{或} \quad (K_s \leftarrow K_m \rightarrow K_1).$$

为便于讨论，首先由下式定义流场的变形特征值A_γ，特征变形波数N_γ和特征变形半径L_γ，

$$A_\gamma = \gamma^2 = \frac{N_\gamma (N_\gamma + 1)}{a^2} = \frac{1}{L_\gamma^2} \tag{22}$$

则上述的能量双向转化关系可用如下定律表述。

能量双向转化定律 I

当流场的特征变形波数 (N_γ) 的平方大于参与能量转化的任意两波动的特征波数的积，或者当流场的特征变形半径的平方小于参与能量转化的任意两波的特征尺度的积

时，即当

$$N_\gamma^2 > N_p N_q \quad 或 \quad L_\gamma^2 < L_p L_q \qquad (p, q = \mathrm{s, m, l};\ p \neq q)时, \tag{23}$$

波动的能量转化是双向进行的。这时，向大尺度和小尺度的能量转化满足下述比例

$$\frac{\delta K_\mathrm{l}}{\delta K_\mathrm{s}} < \frac{1 - L_\mathrm{s}^2 / L_\mathrm{m}^2}{L_\mathrm{l}^2 / L_\mathrm{m}^2 - 1} = \frac{1 - A_\mathrm{m} / A_\mathrm{s}}{A_\mathrm{m} / A_\mathrm{l} - 1}.$$

能量双向转化定律 II

当流场的特征变形波数（N_γ）平方远小于参与能量转化的任意两波的特征波数的积，或者当流场的特征变形半径的平方远大于参与能量转化的任意两波动的特征尺度的积时，即当

$$N_\gamma^2 \ll N_p N_q, \quad 或 \quad L_\gamma^2 \gg L_p L_q \qquad (p, q = \mathrm{s, m, l};\ p \neq q)时, \tag{24}$$

波动的能量转化是双向进行的。这时，向大尺度和向小尺度的能量转化满足下述比例：

$$\frac{\delta K_\mathrm{l}}{\delta K_\mathrm{s}} \approx \frac{L_\mathrm{m}^2 / L_\mathrm{s}^2 - 1}{1 - L_\mathrm{m}^2 / L_\mathrm{l}^2} = \frac{As_\mathrm{s} / A_m - 1}{1 - A_\mathrm{l} / A_\mathrm{m}} \quad (>1),$$

2. 能量的单向转化

在（19）式中，当

$$A_\mathrm{s} A_\mathrm{m} > \gamma^4 > A_\mathrm{s} A_\mathrm{l} > A_\mathrm{m} A_\mathrm{l}时, \tag{25a}$$

有

$$\begin{cases} \delta K_\mathrm{l} \cdot \delta K_\mathrm{m} > 0, \\ \delta K_\mathrm{s} \cdot \delta K_\mathrm{m} < 0, \\ \dfrac{\delta K_\mathrm{l}}{\delta K_\mathrm{s}} < 0. \end{cases} \tag{25b}$$

这时，能量转化单向进行，较大和中等尺度系统的能量同时增加或减少，与较小尺度的系统交换能量。这可图象地表示为

$$K_s \begin{matrix} \nearrow K_\mathrm{l} \\ \searrow K_\mathrm{m} \end{matrix} \quad 或 \quad K_s \begin{matrix} \swarrow K_\mathrm{l} \\ \nwarrow K_\mathrm{m} \end{matrix}.$$

类似地，当

$$A_\mathrm{s} A_\mathrm{m} > A_\mathrm{s} A_\mathrm{l} > \gamma^4 > A_\mathrm{m} A_\mathrm{l}时, \tag{26a}$$

有

$$\begin{cases} \delta K_\mathrm{l} \cdot \delta K_\mathrm{m} < 0, \\ \delta K_\mathrm{s} \cdot \delta K_\mathrm{m} > 0, \\ \dfrac{\delta K_\mathrm{l}}{\delta K_\mathrm{s}} < 0. \end{cases} \tag{26b}$$

能量的转化也单向进行。不过这时，中等尺度和较小尺度系统的能量同时增加或减少，与较大尺度的系统交换能量。它可图象地表示为，

$$\begin{matrix} K_s \\ K_m \end{matrix} \searrow\nearrow \; K_l \quad 或 \quad \begin{matrix} K_l \\ K_m \end{matrix} \nwarrow\swarrow \; K_l .$$

综上所述，并利用定义（22）式我们得到：

能量单向转化定律

当流场的特征变形波数（或特征变形半径）的平方处于参与能量转化的任意两波动的特征波数（或特征尺度）乘积的最大和最小值之间时，即当

$$N_m N_l < N_\gamma^2 < N_s N_m$$

或当

$$L_m L_l > L_\gamma^2 > L_s L_m$$

时，波动的能量转化是单向的。这时，或者较大和中等尺度波动的能量同时增加或减少，与较小尺度的波动进行能量交换；或者较小和中等尺度波动的能量同时增加或减少，与较大尺度的波动进行能量交换。

四、斜压大气中的动能转化

（1）由一般斜压大气的涡度方程和热量方程，

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla(\nabla^2 \psi + f) = f\frac{\partial \omega}{\partial p}, \tag{27}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial p}\right) + \vec{V} \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial p}\right) + \frac{C_\alpha^2}{p^2}\omega = 0, \tag{28}$$

其中，$C_\alpha^2 = \alpha RT$，$\alpha = R(r_d - r)/g$，r_d为干绝热递减率，r为温度层结。利用关系式$\psi = \varphi / f$可得如下位涡守恒关系：

$$\nabla^2 \psi + f + \frac{f^2}{C_\alpha^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial (\ln p)^2} = 常数, \tag{29}$$

令流体的特征深度参数

$$I = \frac{p}{\Delta p} > 0,$$

则有

$$\gamma^2 = \frac{f^2}{C_\alpha^2} I^2. \tag{30}$$

取$r = 6 \times 10^{-3}$ K m^{-1}，$T = 250$ K，则当取$1 \leqslant I \leqslant 2$时，流场的特征变形半径$L_\gamma$为 450 至 900 km，特征变形波数$N_\gamma$为 6 至 12。对于多尺度大气，这时条件（25a）式或

(26a) 式容易满足。因此斜压大气中能量的转化一般可依单向转化定律进行。

(2) 但当斜压性很强（如 $I>2$），且参与能量转化的波动尺度很大（如为超长波）时，这时条件 (20a) 可以满足。在这种场合，能量按双向转化定律 I 转化。例如取波数 s, m 和 l 分别为 4、3 和 2，则由 (20c) 式有 $\delta K_l / \delta K_s < 2/5$，70%以上的能量将向较小尺度转化。

(3) z 坐标中的位涡守恒关系可表述为

$$\nabla^2\psi + f + \frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 常数, \tag{31}$$

式中，N 为 Brunt–Vaisala 频率。如取特征深度为 D，则有

$$\gamma^2 = \frac{f_0^2}{N^2}\left(\frac{1}{D}^2\right). \tag{32}$$

当 D 取 5 km 时，则特征变形半径为 500 km，特征变形波数为 12。与上一小节讨论一致。

五、正压大气中的动能转化

取浅水模式

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\right)\nabla^2\psi + f\nabla\cdot\vec{V} = 0, \\ \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\right)h + D\nabla\cdot\vec{V} = 0. \end{cases} \tag{33}$$

在地转场合，$\psi = \dfrac{g}{f}h$。代入 (33) 式得。

$$\begin{cases} \nabla^2\psi - \dfrac{f^2}{C^2}\psi = 常数, \\ C^2 = gD. \end{cases} \tag{34}$$

由此得

$$\gamma^2 = \frac{f^2}{C^2}. \tag{35}$$

当 D 取不同的深度时，特征变形波数 N_γ 和特征变形半径 L_γ 将取不同的值如表 1 所示。

表 1 D 取不同的深度时特征变形波数 N_γ 和特征变形半径 L_γ 的值

D (km)	N_γ	L_γ (km)
9	1—2	3×10^3
4	2—3	2×10^3
1	5—6	1×10^3

(1) 在强辐散大气中，即 D 取 1 km 的场合，N_γ 为 5—6。对若干波长的波动，条件 (25a) 式或 (26a) 式可被满足。因此，强辐散大气中能量的转化可以是单向的。

(2) 在弱辐散大气中，当 D 取 9 km

时，条件（24）式满足。因此，弱辐散正压大气中的能量转化一般按双向转化定律 II 进行。如取

$$L_m / L_s = 2, \qquad L_1 / L_m = 2, \tag{36}$$

则由（21c），得

$$\delta K_1 / \delta K_s = 4, \tag{37}$$

这意味着，中间尺度系统的能量变化有 80%是由于与较大尺度的波动交换能量所致。

(3) 在无辐散大气中，$D \to \infty$，$L_\gamma \to \infty$，$N_\gamma \to 0$。这时$\gamma^2 = 0$，(2)式中的位涡 q 蜕化为相对涡度。积分不变量（3）式与相对涡度平方守恒等价。因此，所讨论的系统蜕化为 Fjortoft[1]的动力系统。这时条件（24）式成立，能量转化完全按双向转化定律 II 进行。还由于$\gamma^2 = 0$，这时，(21b) 最后的近似式变成等式，即$\delta K_1 / \delta K_s = R'$。它与 Fjortoft 的（20）式相同。因此，Fjortoft 所研究的是一种无辐散大气的特例。

(4) 在阻塞高压研究中，时间平均阻塞高压是空间尺度较大的系统。其形成与天气尺度系统的发展演变有关。1980 年 7 月上中旬，东北亚有一次阻高的发展形成过程[2]。图 1 是 1980 年 7 月 7 日—15 日 50°N 附近 300 hPa 高度的逐日演变。可以看出，从欧洲及西亚有三次天气系统东移。每个系统在东移过程中，尺度均减少为原来的一半左右。由于 300 hPa 为相当正压层，那里辐散也很小。根据本节 (2) 中的讨论，能量转化形式将按双向转化定律 II 进行。又由于时间平均阻高的尺度（参见图 2）约为起始天气系统尺度的一倍。根据（36）式和（37）式，80%的天气系统的能量K_e将向较大尺度的时间平均阻高系统转化。为检验这种转化，在文献[2]中用下式计算了天气尺度系统向较大尺度的时间平均系统的能量转化，

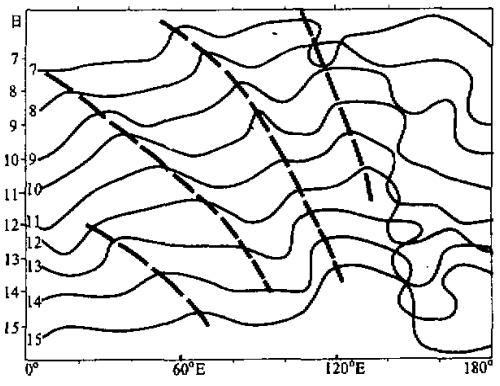

图 1　1980 年 7 月 7 日—15 日 300 hPa 高空 50°N 附近 9360 位势米等高线逐日演变图
粗断线表示脊线

$$C(\bar{K} \to K_e) = \frac{\overline{u'v'}}{a}\left[\cos\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\bar{u}}{\cos\varphi}\right) + \frac{1}{\cos\varphi}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda}\right] - \frac{1}{a}\left[\overline{(v')^2} - \overline{(u')^2}\right]\left[\frac{1}{\cos\varphi}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} - \mathrm{tg}\varphi \cdot \bar{v}\right]. \tag{38}$$

其空间分布如图 2 所示。沿着时间平均西风急流及阻塞高压区域，均有天气尺度系统的动能K_e向时间平均的、较大尺度系统的动能$\bar{K}$的转化。综合图 1 和图 2 表明，天气尺度系统在从欧洲向东亚移动中，能量发生双向转化。东北亚阻高的形成当与此种天气尺

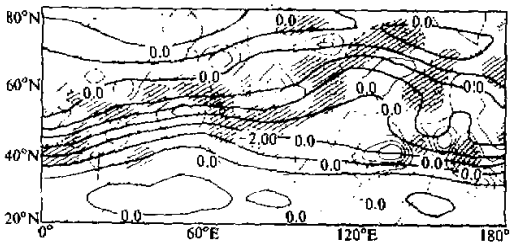

图2 1980年7月7日至15日300 hPa高空时间平均动能$\bar{K}$向天气尺度时变动能K_e的转化（$C(\bar{K}\rightarrow K_e)$）的空间分布
实线和虚线分别表示正、负值区；等值线间隔为$1\times10^{-4}\ m^2s^{-3}$
粗实线为等高线，斜线区表示小于$-1\times10^{-4}\ m^2s^{-3}$的区域

度系统能量的双向串级过程有关。

六、讨论和结论

本文从一般封闭系统中动能和位涡拟能守恒的原理出发，去研究大气扰动的动能变化的规律。结果表明，大气中扰动的能量变化必须至少有三种尺度以上的扰动参与。而能量转化的形式可以是只向尺度增加（或减少）的扰动单向进行，也可以与尺度较大和尺度较小的扰动双向同时进行交换。具体的转化形式由流场的特性及运动的尺度决定。

实际大气的运动是多尺度的。因此，能量的转化形式主要是由流场的特征所决定。在斜压大气中，或者在强辐散的正压大气中，流体的变形半径小，变形波数大，能量转化可取单向形式，按能量单向转化定律进行。但当参与转化的扰动均为超长波时，也可存在能量的双向转化。这时能量依双向转化定律I进行转化。

在弱辐散正压大气中，变形波数N_y小于2，变形半径很大。在这种场合，能量变化以双向转化形式出现，依能量双向转化定律II进行。双向转化的能量大小由扰动的尺度决定，依一定的比例分配$\left(\dfrac{\delta K_1}{\delta K_s}=\dfrac{L_m^2/L_s^2-1}{1-L_m^2/L_1^2}\right)$。当参与能量转化的波动尺度差异较大时，向尺度增长方向转化的能量（upscale cascade）可以远大于向尺度减少方向转化的能量（downscale cascade）。这对阻高的形成和急流的维持具有十分重要的意义。

本文只简单讨论了不同尺度波动的能量交换的最基本特征。通常参与能量转化的波动不只是单波，而是连续的波段。但正如Fjørtoft在讨论无辐散正压大气时所指出的，在这种场合，上述的基本特征仍然适用。

值得注意的是，大气中的能量转化不可能按单一方向无限进行下去。这是因为，由大气动能守恒关系（12）式和相对位涡拟能守恒关系（13）式并利用定义（7）、（11）、（6）和（22）各式，可导得

$$\frac{1}{2}\int_s q^2 \mathrm{d}s \Big/ \frac{1}{2}\int_s |\nabla\psi|^2 \mathrm{d}s$$
$$= \lambda\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left\langle\left[\frac{1}{L_n}\left(1+\frac{A_\gamma}{A_n}\right)\right]^2\int_s K_n \mathrm{d}s\right\rangle \Big/ \sum_{n=1}^{\infty}\int_s K_n \mathrm{d}s\right\}$$
$$= \lambda\left(\frac{1}{L_\mathrm{m}}\right)^2 = 常数, \tag{39}$$

式中 λ 为比例系数。注意到特征值 $(1/L_n)$ 由总波数 n 决定[(6) 式]，如把 $\left[\frac{1}{L_n}\left(1+\frac{A_\gamma}{A_n}\right)\right]$ 定义为"广义波数"，它实际上是由总波数 (A_n) 和流体的性质 (A_γ) 所共同修正的波数。因此，(39)式中$(1/L_\mathrm{m})^2$实质上是广义波数的平方以积分动能为权重的加权平均。L_m 则表示流体的广义特征尺度。从 (39) 式我们得到

$$L_\mathrm{m} = 常数. \tag{40}$$

(40) 式表明，在绝热无耗散流体中，广义特征尺度是守恒的。这一守恒特性对动能转化是一个强有力的限制，它遏制了能量向一定方向无限转化。因此，本文所证得的能量转化定律仅适于描述大气能量转化的短期规律。对于更长时期的能量转化，在应用本文的转化定律时，一方面要考虑孤立系统的尺度守恒特征 (40) 式，另一方面更应考虑大气中能量的源汇分布。

参 考 文 献

[1] Fjørtoft, R., 1953, On the changes in the spectral distributon of kinetic energy for twodimensional, nondivergent flow, *Tellus*, **5**, No.3, 225—230.

[2] 吴国雄、刘　辉、陈　飞、赵宇澄、卢　莹，1994，时变涡动输送和阻高形成—1980 年夏我国的持续异常天气，气象学报，**52**，No.3，308—320。

Two Directional and One Directional Transfer of Atmospheric Kinetic Energy

Wu Guoxing

(State Key Laboratory of Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics (LASG), Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

Based upon the properties of conservation of total kinetic energy and potential vorticity enstrophy, the temporal change of spectral kinetic energy in an adiabatic and non-dissipation atmosphere was studied. Results show that in such a general atmosphere when kinetic energy transfer occurs, there must be at least three wave components of different scales involved in the transfer. Such transfer takes the form of either two direction or one direction, depending on the fluid characteristic and the scales of waves involved in the transfer. Some features of kinetic energy transfer in general baroclinic and barotropic at-

mosphere are slao investigated.

Key words: characteristic deformation wave number; characteristic deformation wave radium; generalised characteristic scale.

附录：相对位涡拟能的守恒性

由位涡守恒关系

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\right)Q=0, \tag{A1}$$

得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\right)q+\beta\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}=0.$$

用 q 乘上式得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\right)\frac{1}{2}q^2+\frac{2\Omega}{a^2}q\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}=0. \tag{A2}$$

对上式进行全球积分，由于

$$\int_s q\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}\mathrm{d}s=-\int_s\psi\frac{\partial}{\partial\lambda}(\nabla\cdot\nabla\psi-\gamma^2\psi)\mathrm{d}s=\int_s\nabla\psi\cdot\frac{\partial}{\partial\lambda}\nabla\psi\mathrm{d}s,$$

于是有

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_s\frac{1}{2}q^2\mathrm{d}s=0. \tag{A3}$$

由此得到相对位涡拟能守恒关系（3）式。