

非线性临界层与副热带高压的形成*

陆维松 王钦良** 彭永清

(南京气象学院, 210044)

提 要

本文用无辐散正压涡度方程模拟非线性临界层。结果表明, 在非线性临界层内, 流函数场出现“Kelvin 猫眼”现象。“猫眼”的流场呈准定常反气旋环流形势, “猫眼”的时空尺度、东移和形状变化与副热带高压有相似之处。因此, 非线性临界层产生的“Kelvin 猫眼”有可能是位于纬向东西风交界面附近的副热带高压形成的一种新的物理机制。

关键词: 临界层; 非线性; 副热带高压。

一、引 言

近年来, 副热带地区的持续异常天气越来越引起人们的重视, 特别是此地区的旱涝对我国国计民生有着重要的影响。副热带高压是副热带地区的关键系统之一, 是一个稳定而少动的暖性深厚系统, 它的维持和进退、增强和减弱对我国的雨季、暴雨、旱涝及台风路径都有很大影响。副高形成有动力和热力两种作用。过去对副高特别是西太平洋副高已有不少研究, 陶诗言、黄土松等用诊断分析取得了许多有意义的成果^[1,2]。近年来, 有人用 Charney 的多平衡态理论研究副高^[3], 得到了一些有趣的结果。但阻塞与副高成因有较大差异, 加之多平衡态理论其自身固有的局限性, 显然需要从新的角度加以研究。本文试图利用非线性临界层理论研究副高的成因。临界层是指波速与纬向基流相等时所处某一纬度的邻域, 而此纬度称为临界线, 若此邻域内考虑了非线性作用, 则称此邻域为非线性临界层。Dickinson 研究了线性 Rossby 波临界层的演变^[4]。Stewartson^[5]、Warn 和 Warn^[6] (简称 SWW) 分别提出非线性对临界层演变有着重要意义, 在无粘条件下, 得到了非线性临界层的解析解 (即 SWW 解)。此解表明, 非线性把临界层从波吸收者变为波反射者, 然后立即变为超反射者, 又返回为弱吸收者, 等等, 最终达到理想反射状态。Killworth 和 McIntyre^[7]、Haynes 和 McIntyre^[8]进一步从理论上研究了 SWW 解。但 SWW 解及其后的一系列理论研究都有弱非线性和单波解两种重要限制, 因此, 有必要去除这两种限制, 直接从一般非线性和多波解来研究非线性临界层, 这就需要用数值模式作试验。Beland^[9,10]应用正压涡度方程模式, 对非线性 Rossby 波临界层作了数值模拟, 但没有最终到达定常状态。这与 SWW 解显然不同。

1991年12月14日收到, 1992年11月1日收到再改稿。

* 国家自然科学基金和中国气象局气象科学基金联合资助项目。

** 现工作单位: 天津市气象局。

其可能的原因是 Beland 在 y 、 x 两方向的分辨率分别取得很细和很粗, 从而 y 和 x 方向的截断误差相差很大, 大大降低了 y 方向的计算精度。且迄今为止, 非线性临界层理论用于大气中副高形成的研究很少, Held 和 Phillips^[1]作球面上非线性正压衰减数值试验时已隐含了这一问题, 但没有作专门详细的研究。本文为克服 Beland 试验的缺点, 在 x 方向的分辨率取得较细, 大致可与 y 方向分辨率相协调, 并考虑了两种不同的基流和两种不同的非线性强度, 作了无辐散正压涡度方程模拟非线性临界层的数值试验, 试图提出一种副高形成的新机制。

二、非线性临界层的模式设计

取非线性临界层模式为无辐散正压涡度方程, 即

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

式中 ψ 是流函数, β 是行星涡度梯度。令

$$\psi = \bar{\psi}(y, t) + \psi'(x, y, t), \quad \bar{\psi}(y, t) = - \int_0^y \bar{u}(y, t) dy \quad (2)$$

将 (2) 式代入 (1) 式, 作无量纲化, 得无量纲形式的两个耦合非线性方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \psi + (\beta - \bar{u}_{yy}) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \varepsilon J(\psi, \nabla^2 \psi) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}v) \quad (4)$$

式中 $u = -\partial \psi / \partial y$, $v = \partial \psi / \partial x$ 。为方便, 取

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{L_x}{U} t^*, \quad (x, y) = (L_x x^*, L_y y^*), \quad \bar{u} = U \bar{u}^*, \\ \psi' &= \Psi \psi^*, \quad \beta t = \frac{U}{L_y^2} \beta^*, \quad \varepsilon = \frac{\Psi}{L_y U}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中带星号的量均为无量纲量。在 (3)、(4) 式中各量均略去了星号, $\nabla^2 = \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$+ \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\alpha^2 = \frac{L_y^2}{L_x^2}$ 。具体模式设计如下:

(1) 数值试验积分域为 $-1.5 \leq y \leq 2.5$, $0 \leq x \leq 2\pi$ 。 x 和 y 方向的网格分别为 $\Delta x = 2\pi / 80 \approx 0.08$, $\Delta y = 0.05$, x 和 y 方向分别取 81 和 71 个网格点。

(2) (3) 式中雅可比算子 J 对应的差分格式取为著名的 Arakawa 格式, 此格式保持总涡度、总动能和总涡度拟能守恒。(3)、(4) 两式所有空间导数均采用中央差格式。

(3) 时间差分采用时间过滤积分格式, 用 Euler 向后差格式起步, 然后各步均用中央差格式加上一弱时间滤波, 时间步长 $\Delta t = 0.03$, 即

$$\begin{cases} F_{*}^{n+1} = F_{*}^{n-1} + 2\Delta t F_{*}^n, \\ F^n = F_{*}^n + 0.5v(F_{*}^{n+1} + F^{n-1} - 2F_{*}^n), \end{cases} \quad (6)$$

式中 $F=\psi$, 带星号的量为第一近似, 取 $v=0.05$ 。

(4) 边界条件和初始条件

在北边界 $y=2.5$ 处加一定常边界条件:

$$\psi = 2\varepsilon \cos(kx) \quad y = 2.5 \quad (7)$$

式中诸变量均为无量纲量。 $\varepsilon \ll 1$, 其定义同 (5) 式, k 为 x 方向波数, 取 $k=1.0$ 。南边界采用辐射边界条件, 即在南边界处, $\bar{u}$ 和 $\nabla\psi$ 在最外圈格点上的值与次外一圈格点上的值相等。

ψ 的初值在北边界仍取 (7) 式, 而其它区域的初值均为零, 即

$$\psi(x, y) = 0, \quad t = 0 \quad -1.5 \leq y \leq 2.5 \quad (8)$$

(5) (3) 式的差分格式可化为泊松方程形式

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = -B. \quad (9)$$

(9) 式可采用超松弛迭代求解, 松弛系数取为 0.75。

(6) 数值模拟方案

本文作了三种不同的非线性临界层数值试验方案, 分别为方案 I、II、III。

方案 I: $\varepsilon=0.02$, 在 $t=0$ 时, 基流取为

$$\bar{u}(y, 0) = \begin{cases} y, & y \geq 0, \\ \tanh y, & y < 0 \end{cases} \quad (10)$$

方案 II: 仍取 $\varepsilon=0.02$, $t=0$, 基流取为

$$\bar{u}(y, 0) = \tanh y, \quad -1.5 \leq y \leq 2.5 \quad (11)$$

方案 III: 与方案 I、II 不同, 取 $\varepsilon=0.1$, 而 $t=0$ 时, 基流仍取 (10) 式。基流(10)、(11)式分别如图 1a、1b 所示。

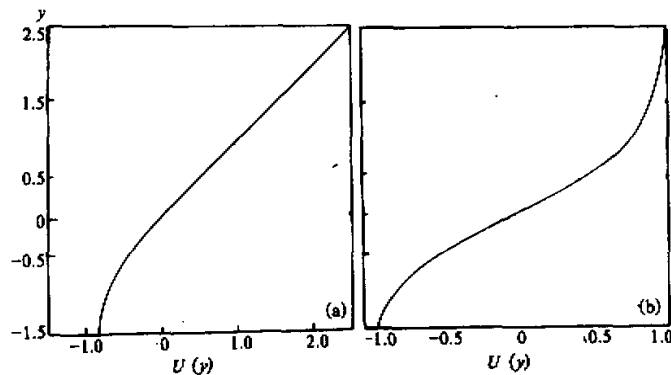


图 1 基流 (10) 式(a)和(11)式(b)

三、非线性临界层的数值模拟结果

本文用上述三种方案积分 2000 步, 对应的无量纲时间 $T=60$ 。

1. 流函数场

用三种方案积分所得流函数绘为图 2、图 3、图 4, 所绘区域为 $0 \leq x \leq 2\pi$, $-0.5 \leq y \leq 0.5$ 。由这三张图可见, 在临界线 $y=0$ 附近均产生了“Kelvin 猫眼”的闭合系统。“猫眼”中心为高值中心, 用 H 表示, 由中心向四周其流函数值逐渐减小, 据地转风原理可知, 此“Kelvin 猫眼”的流场呈反气旋性环流。此反环流气旋东西和南北方向的无量纲长度和宽度分别为 $x^* = 3\pi/2$ 和 $y^* = 1.0$ 。取 y 方向特征尺度 $L_y = 10^3$ km, 由本文中给定的 $\alpha = L_y / L_x = 0.4$, 得 x 方向的特征波长 $L_x = 2.5L_y = 2.5 \times 10^3$ km。则“Kelvin 猫眼”的有量纲南北宽度为 $y = L_y y^* = 10^3$ km, 有量纲东西长度为 $x = L_x x^* = 2.5 \times 10^3 \text{ km} \times 3\pi/2 \approx 1.2 \times 10^4$ km。再取基流特征速度 $U = 30$ m/s, 则有量纲时间 $t = L_x t^* / U = 23.1 t^*$ (h), 当积分 2000 步, 无量纲时间 $t^* = T = 60$, 则对应的有量纲时间 $t = 57.9$ d, “Kelvin 猫眼”作为一位于东西风交界面处行星尺度的反气旋闭合环流, 与副热带处的副高颇为相似。

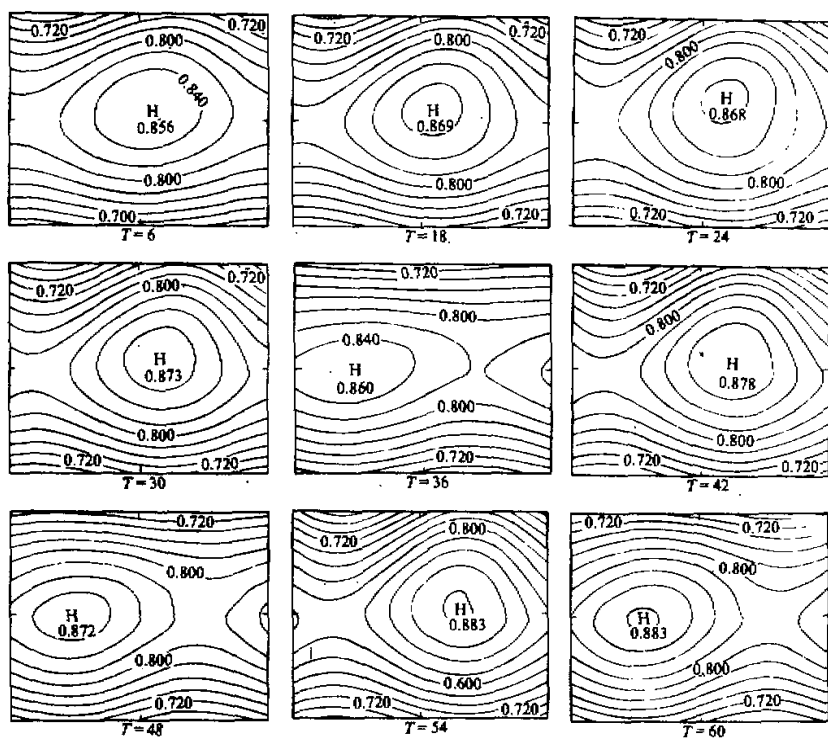


图 2 方案 I 所得到的流函数场

“Kelvin 猫眼”有强度、移动和形状等的变化。

1) “猫眼”的强度变化

由方案 I 所得图 2 可见, “猫眼”中心极大值由 $t^* = 6$ 时的 0.856 逐渐增强到 $t^* = 60$ 时的 0.883, 与 $t^* = 6$ 时的强度相比增加了 3.7%, “猫眼”强度在 $t^* = 52$ 天内变化相当小, 可视为“猫眼”强度基本上维持准定常状态。特别当 $t^* > 42$ 时, 仅增长 0.6%, 准定常状态更为明显。 $t^* = 42$ 时对应 $t \approx 40.5$ d。

由方案 II 所得的图 3 可见, “猫眼”强度由 $t^* = 6$ 时的 0.851 逐渐增强到 $t^* = 60$ 的 0.869, 与 $t^* = 6$ 时的强度相比, 增加了 2.1%。与图 2 有所不同, “猫眼”强度在 $t^* < 42$ 时逐渐增大, 而在 $t^* > 42$ 时逐渐减小, 即使 $t^* = 42$ 时强度最大值也只在 $t^* = 6$ 时增加 3.3%。同样可将图 3 中“猫眼”强度看作准定常状态

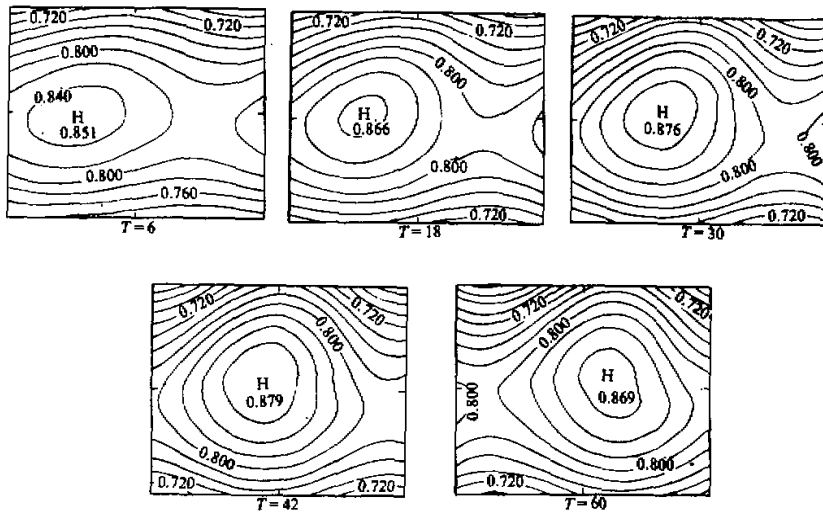


图 3 方案 II 所得到的流函数场

由方案 III 所得的图 4 可见, 当 $t^* \leq 36$ 时, “Kelvin 猫眼”强度随时间增强和减弱交替出现, 当 $t^* = 12, 24, 36$ 时, “猫眼”强度比 $t^* = 6$ 时要小, 而 $t^* = 18, 30$ 时, “猫眼”强度比 $t^* = 6$ 时要大, 与 $t^* = 6$ 时强度相比, 最大减小了 10.5%, 最大增加了 6.6%。显然, $t^* \leq 36$ 时, “猫眼”强度变化比方案 I、II 所得强度变化要大一些。当 $t^* > 36$ 时, “猫眼”由一个中心分裂为两个中心。若按两中心中较大的强度值看, 与 $t^* \leq 36$ 情况相似, 强度仍随时间交替出现增强和衰减, 但总趋势是衰减的, 即由 $t^* = 42$ 的 1.04 衰减到 $t^* = 60$ 时的 0.804, $t^* = 60$ 时的强度比 $t^* = 6$ 时衰减了 16.8%, 强度变化相当大, 此图中的“猫眼”难以再视为准定常的。“猫眼”强度出现了 $t^* = 12$ 即 $t \approx 11.6$ d 的周期性振荡。方案 III 与方案 I、II 不同, $\varepsilon = 0.1$, 比其它两个方案大一个量级, ε 是非线性作用大小的量度, 也是北边界强迫波振幅大小的量度。因此, 方案 III 的结果描述了在强非线性作用和强北边界强迫波情况下, 方案 III 的流函数场不呈准定常状态。由“Kelvin 猫眼”的强度变化可见, 方案 I、II 的“猫眼”呈准定常状态, 可持续两个

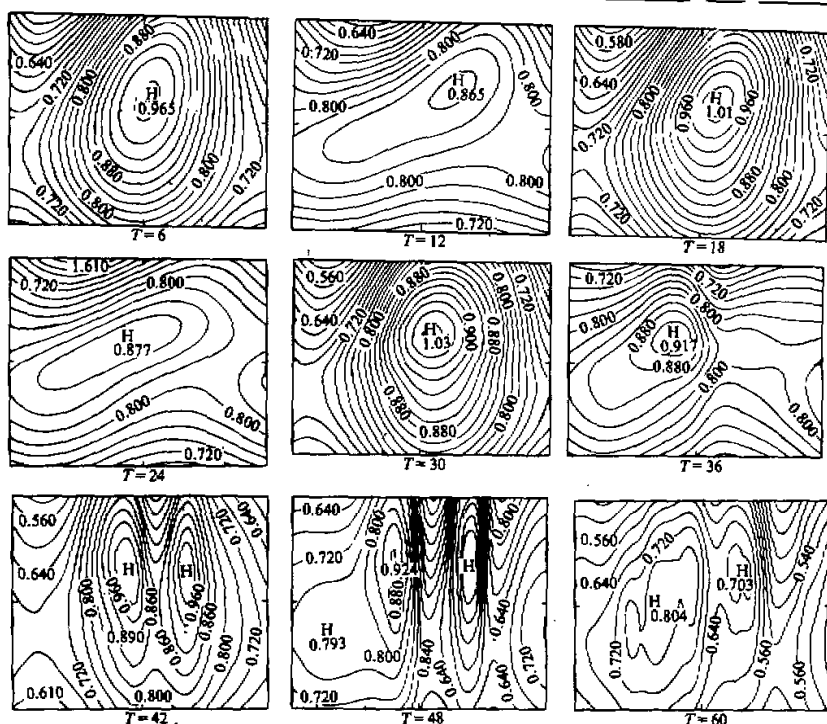


图 4 方案 III 所得的流函数场

月甚至更长时间,这也与副高的准定常状态有相似之处。而方案Ⅲ的“猫眼”强度由于非线性作用和北边界强迫出现了 $t \approx 11.6$ d 的周期振荡,与夏季副高 15—20 d 以及 10 d 左右的周期振荡相当接近^[12]。

2) “猫眼”的移动

由方案 I 所得图 2 可见,“Kelvin 猫眼”有缓慢东移的现象,无量纲移速约为 $\pi/192$, 对应有量纲移速为 0.49 m/s, 或 42.4 km/d。东移速度很小,但 $t^* = 36, 48, 60$ 时,“猫眼”出现了突变,产生了西进现象。 $t^* \geq 30$ 后,“猫眼”出现了 $t^* = 12$ 或 $t \approx 11.6$ d 的东移西进的周期振荡。

由方案 II 所得图 3 可见,“猫眼”仍有东移现象,其无量纲和有量纲移速分别约为 $\pi/81$ 和 1.16 m/s 或 100.5 km/d,比方案 I 快,但其量级仍很小。此方案未出现“猫眼”移动振荡现象。

由方案 III 所得图 4 可见,“猫眼”中心移动出现了振荡现象, $t^* = 12$ 时中心东移, $t^* = 18, 30$ 时,中心位置与 $t^* = 6$ 一致, $t^* = 24, 36$ 时均西进,因此, $t^* = 6$ 到 $t^* = 30$ 为一完整周期即 $t^* = 24$ 或 $t \approx 23$ d。“猫眼”中心围绕 $t^* = 6$ 处作 $t \approx 23$ d 的周期振荡。当 $t^* \geq 42$ 时,“猫眼”由一个中心分裂为两个中心, $t^* = 48, 60$ 时,较强的一个中心位置均西进,而 $t^* = 54$ 时,较强的一个中心东移,此东移西进周期为 $t^* = 12$ 或 $t \approx 11.6$ d。在方案 III 中,“猫眼”中心东移西退的周期振荡由 $t^* < 42$ 的 23 d 变为 $t^* \geq 42$

的 11.6 d, 与副高 15—20d 以及 10d 左右周期振荡相似。

3) “猫眼”的形状变化

由方案 I 所得图 2 可见, “猫眼”由椭圆形逐渐增强为近圆形, 当 $t^* = 24$ 时, “猫眼”最外圈闭合环流所占范围最大。当 $30 \leq t^* \leq 60$ 时, “猫眼”形状由圆形到椭圆形交替变化, 有 $t^* = 12$ 或 $t \approx 11.6$ d 的振荡周期。

由方案 II 所得图 3 可见, “猫眼”也由椭圆形逐渐增强为近圆形, 当 $t^* = 24$ 时, 已发展为准圆形, 且 $t^* > 24$, 准圆形变得越来越圆, 其最外圈流线环所占范围几乎不变, 无振荡现象。

由方案 III 所得图 4 可见, “猫眼”形状在 $t^* \leq 36$ 时出现振荡现象, 即 $t^* = 6, 18, 30$ 时, “猫眼”形状为准圆形, 而 $t^* = 12, 24, 36$ 时, “猫眼”形状呈东北—西南倾斜长轴的椭圆形。这种椭圆形流线与基流配合, 正是一种典型的正压稳定性形势。特别值得注意的是, 当 $t^* \geq 42$ 时, “猫眼”形状由一个中心分裂为两个中心, 这有些类似于副高单体由一个分裂为两个。两单体之间为低压带或长波槽。而 $t^* < 42$ 时, 其振荡周期仍为 $t^* = 12$ 或 $t \approx 11.6$ d。

方案 I、II 中, “猫眼”形状变化, 主要表现为由椭圆形增强为准圆形。其南北范围扩大, 东西范围也略有增大。这与副高外围等压线增强扩大且强烈北伸也有相似之处。方案 III 中, 当 $t^* \approx 42$ 或 $t \approx 40.5$ d 时, “猫眼”一个中心分裂为两个中心。如西风带上小槽发展为长波槽, 插入呈带状的副高中, 使副高分裂为两个单体。“猫眼”分裂与副高单体分裂有类似之处。

2. 涡度场

由方案 I 计算所得的绝对涡度场绘为图 5, 图中区域为 $0 \leq x \leq 2\pi$, $-0.5 \leq y \leq 0.5$ 。对应的扰动相对涡度场与图 5 形势相似, 图 5 中虚线为扰动相对涡度

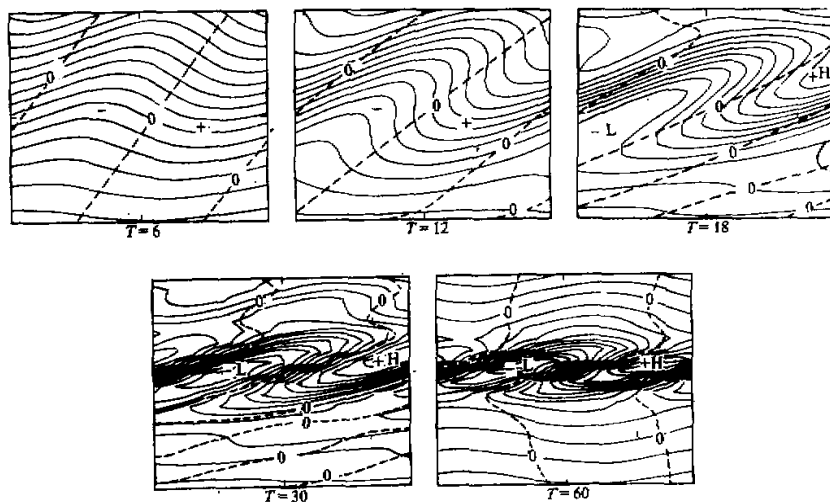


图 5 由方案 I 得到的绝对涡度场

零线,下文将扰动相对涡度简称扰动涡度。按照 Haynes 和 McIntyre^[8]的方法讨论,图 5 与文献[8]中的图 4 和文献[7]中的图 2 非常相似。

当 $T=6$ 时,等绝对涡度线有小的波动,正负扰动涡度呈东西分布,此时形势表示吸收。具体地说,“猫眼”右边负扰动涡度部分表示吸收,左边正扰动涡度部分表示超反射。

当 $T=12$ 时,等绝对涡度线的波动增强,扰动涡度零线趋向 x 方向倾斜,正负扰动涡度由东西分布开始向南北分布变化。此时形势表示吸收减弱。

当 $T=30$ 时,扰动涡度零线已接近于 x 方向,正负扰动涡度已接近于南北分布。此时形势已由吸收开始变为理想反射。

当 $T=60$ 时,正负扰动涡度已非常接近于南北分布。此时形势已可视为理想反射状况。实际上, $T=42$ 时的形势与 $T=60$ 的已非常一致。

由 (2)、(5) 两式可知,无量纲总相对涡度为

$$\zeta = -\frac{d\bar{u}}{dy} + \varepsilon \nabla^2 \psi \quad (12)$$

式中各量均已略去了星号。本文中三种方案所取二种基流分别为 (10)、(11) 式,均有 $\bar{u}$ 随 y 增加而单调增大,则有 $-d\bar{u}/dy < 0$ 总成立,由于 $\varepsilon \ll 1$, 由 (12) 式总有 $\zeta < 0$ 成立,且 $d\bar{u}/dy$ 随时间变化很小,与 ε 量级相同,因此,无量纲总相对涡度 $\zeta < 0$ 在“Kelvin 猫眼”内总是成立,再考虑扰动相对涡度的分布,则总相对涡度在扰动涡度负值中心有极小值,而在扰动涡度正值中心有极大值。由观测事实知,在副高区内基本上都是负值,而且涡度场相对于高压表现得很匀称。本文结果与此也较为类似。

按文献[13]关于波“破碎”的定义,由图 5 可见,等绝对涡度线也即物质线发生了不可逆的变形, Rossby 波开始产生“破碎”,使得绝对涡度重新分布,从而非线性临界层从吸收变为理想反射北方来的入射波。非线性临界层内的“Kelvin 猫眼”由于吸收经向传播的波动能量而加强,然后由于完全反射经向传播的波动能量而趋于定常状态。

四、结 语

在北半球的实际大气运动中,夏季在副热带存在着东西风的交界线,即零风速线。在 500—300 hPa 等压面上此交界线约位于 25°N 左右,纬向基流由低纬到中高纬 45°N 左右呈单调增加^[14]。本文所设两种基流定性与此一致,因此,在副热带东西风交界线附近对于准定常行星波产生了非线性临界层。本文用准地转正压涡度方程模式模拟非线性临界层,从而得到“Kelvin 猫眼”的主要特征及其与副高的关系。

(1) 本文取相当 40 个波的 x 方向分辨率,比 Beland 取的 6 个波多得多,基本与 y 方向分辨率匹配,改进了 Beland 的结果,非线性 Rossby 波临界层达到准定常状态,在一般非线性和 40 个波的情况下证实了 SWW 解 (即解析解)^[15]。

(2) 本文用三种方案均在非线性临界层内形成“Kelvin 猫眼”反气旋性环流。“猫眼”的位置、时空尺度、移动和形状变化,和“猫眼”内的涡度特征均与副高单体有相似之处,有可能用非线性临界层产生的“Kelvin 猫眼”作为副高形成的一种新的物理机制。

(3) 非线性临界层随时间对入射 Rossby 波,开始吸收,然后逐渐减弱,最后趋于

理想反射。而入射 Rossby 波也趋于“破碎”。

副高是一个常年存在的深厚系统, 虽然本文用非线性临界层理论可以解释其主要特征, 但由于本文未显含加热和地形等, 而由基流隐含之。所以, 还有待于进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 陶诗言、朱福康、吴大棋, 1963, 夏季中国大陆及其邻近海面副热带高压活动的天气学研究, 中国夏季副热带天气系统若干问题的研究, 科学出版社, 106—123.
- [2] 黄士松, 1979, 西太平洋高压的一些研究, 气象, 10 期, 1—2.
- [3] 缪铜海、丁敏芳, 1985, 热力强迫下大气平衡态的突变与季节变化、副高北跳, 中国科学 (B), 1 期, 87—96.
- [4] Dickinson, R.E., 1970, Development of a Rossby wave critical level, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 627—633.
- [5] Stewartson, K., 1978, The evolution of the critical layer of a Rossby wave, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **9**, 185—200.
- [6] Warn, T. and Warn, H., 1976, On the development of a Rossby wave critical level, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2021—2024.
- [7] Killworth, P.D. and McIntyre, M.E., 1985, Do Rossby-wave critical layers absorb, reflect, or over-reflect? *J. Fluid Mech.*, **161**, 449—492.
- [8] Haynes, P.H. and McIntyre, M.E., 1987, On the representation of Rossby wave critical layers and wave breaking in zonally truncated models, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2359—2382.
- [9] Beland, M., 1976, Numerical Study of the nonlinear Rossby wave critical level development in a barotropic flow, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2066—2078.
- [10] Beland, M., 1978, The evolution of a nonlinear Rossby wave critical level: effects of viscosity, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1802—1815.
- [11] Held, I.M. and Phillips, P.J., 1987, Linear and nonlinear barotropic decay on the sphere, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 200—207.
- [12] 毕慕莹, 1989, 夏季西太平洋副热带高压的振荡, 气象学报, **47**, 467—474.
- [13] McIntyre, M.E. and Palmer, T.N., 1983, Breaking planetary waves in the stratosphere, *Nature*, **305**, 593—600.
- [14] Hoskins, B. and Pearce, R., 1983, *Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere*, Academic Press.
- [15] 陆维松, 1992, 动力稳定性原理, 气象出版社, 289—296.

Nonlinear Critical Layer and Generation of Subtropical High

Lu Weisong, Wang Qinliang and Peng Yongqing

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044)

Abstract

By a nondivergent barotropic vorticity equation, the nonlinear critical layer is simulated. The results show that in the nonlinear critical layer, a phenomenon of “Kelvin cat’s eyes” occurs in the field of stream function, having a stream field of anticyclonic circulation. The temporal and spatial scale, eastward moving and shape changing of the “cat’s eye” are similar to those of the subtropical high. It is then possible that “Kelvin cat’s eyes” produced by the nonlinear critical layer is a new physical mechanism generating the subtropical high in the vicinity of the interface between zonal easterlies and westerlies.

Key words: critical layer; nonlinear; subtropical high.