

* 本文得到国家攻关项目 85-906 资助。

锋生问题。限于讨论水平变形场作用下的锋生过程,并设变形场与高度 z 无关。为了进一步讨论锋面的移行,我们在背景场中加上均匀纬向西风气流,如此,按 Hoskins 和 Bretherton^[7]有

$$\begin{cases} u = \bar{u} - \alpha x + u_a(x, z, t), \\ v = \alpha y + v_g, \\ \Phi = gz + \frac{N_0^2 z^2}{2} + \alpha \bar{u} x - f \bar{u} y + f \alpha x y - \frac{1}{2}(\alpha^2 x^2 + \alpha^2 y^2) + \varphi(x, z, t), \\ \theta = \theta_0 + \frac{\theta_r}{g} N_0^2 z + \theta'(x, z, t), \end{cases} \quad (1)$$

式中 α 是变形因子,下标“ g ”表示地转风,“ a ”表示非地转分量。根据 Hoskins 和 Bretherton 的分析,沿锋面的风处于地转平衡中,即

$$v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (2)$$

如此可用地转动量近似得到描述锋生过程的半地转方程组

$$\begin{cases} \frac{D\theta'}{Dt} - \frac{g}{\theta_0} N_0^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} = E, \\ \frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{f \theta_0} \frac{\partial \theta'}{\partial x}, \\ N^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2f \frac{\partial v_g}{\partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + f \left(f + \frac{\partial v_g}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -2f \alpha \frac{\partial v_g}{\partial z} - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial E}{\partial x}, \\ u_a = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \\ w = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \end{cases} \quad (3)$$

式中 E 为加热率, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(\bar{u} - \alpha x + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z}$ 。

边界条件由

$$w = \frac{dh}{dt}, \quad z = h(x) \quad (4)$$

和

$$w = 0, \quad z = H \quad (5)$$

容易得到

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \left(\bar{u} - \alpha x + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \frac{\partial h}{\partial x}, \quad z = h(x) \quad (6)$$

不失一般性, (5) 式可写为

$$\varphi = 0, \quad z = H. \quad (7)$$

在 $\bar{u} = 0$ 和 $h = 0$ 情况下, 这是文献[1]给出的方程组; 在 $E = 0$ 时, 与 Zehnder 和

Bannon^[5]给出的方程组相同。方程组 (3) 的第三个方程是著名的 Sawyer-Eliassen 方程, 它描述越锋非地转环流在层结稳定 ($N^2 > 0$)、惯性稳定 ($f\left(f + \frac{\partial v_g}{\partial x}\right) > 0$) 和对称稳定 ($N^2 f\left(f + \frac{\partial v_g}{\partial x}\right) - f^2 \left(\frac{\partial v_g}{\partial z}\right)^2 > 0$) 情况下, 此方程是椭圆型方程。为了求解它, 还需给定 x 方向的边界条件。设上游边界上的 φ 不受下游的影响, 因此有

$$\varphi = 0, \quad x = -L. \quad (8)$$

在下游边界上, 为保证区域的质量守恒, 我们设非地转气流只有水平分量而无垂直分量, 即

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad x = L. \quad (9)$$

为考虑地形作用, 引入地形坐标

$$\xi = H \frac{z - h(x)}{H - h(x)}, \quad (10)$$

于是得到

$$\begin{cases} \frac{D\theta'}{Dt} + \frac{\theta_0 N_0^2}{gH} \left[(\bar{u} - \alpha x + u_a) \frac{\partial h}{\partial x} + (H - h(x)) \dot{\xi} \right] = E, \\ \frac{\partial v_g}{\partial \xi} = \frac{g}{f\theta_0 H} \left[(H - h(x)) \frac{\partial \theta'}{\partial x} - (H - \xi) \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} \right], \\ F_A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2F_B \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial \xi} + F_C \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + F_D \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = F(x, \xi, t), \\ u_a = \frac{H}{H - h(x)} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \\ \dot{\xi} = -\frac{H}{H - h(x)} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - (\bar{u} - \alpha x) \frac{H - \xi}{H - h(x)} \frac{\partial h}{\partial x}, \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{u} - \alpha x + u_a) \frac{\partial}{\partial x} + \dot{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi}$, 而

$$F(x, \xi, t) = -2f\alpha \frac{\partial v_g}{\partial \xi} - \frac{H - h(x)}{H} \frac{g}{\theta_0} \left(\frac{\partial E}{\partial x} - \frac{H - \xi}{H - h(x)} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right),$$

F_A 、 F_B 、 F_C 和 F_D 是 $h(x)$ 的函数, 为省篇幅这里不给出具体表达式。

边界条件在地形坐标系中变为

$$\begin{cases} \xi = 0 & \varphi(x) = \alpha x h(x) - \alpha x - h(x_-) - \alpha \int_{-L}^x h(x') dx' - \bar{u} h(x), \\ \xi = H & \varphi(x) = 0, \\ x = -L & \varphi(x) = 0, \\ x = L & \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

当加热 E 是 (11) 式决定的变量的已知函数时, 对给定的初始 θ' , 可以得到沿锋地转风 v_g , 求解 S-E 方程, 得到非地转流函数 φ , 进而求得 ξ , 以及 u_a 和 w , 从而通过预报方程得到下一时刻的 θ' .

w 在地形坐标中的表达式为

$$w = \xi \frac{H - h(x)}{H} + (\bar{u} - \alpha x + u_a) \frac{H - \xi}{H} \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (13)$$

本文暂不考虑加热的影响, 着重讨论地形的作用, 因此, 以下文中取 $E=0$.

计算区域范围是, x 方向取 500 km, 垂直方向 10 km. 水平格距为 50 km, 垂直格距为 250 m, 时间步长为 300 s. 如果没有特别说明, 参数取值如下: $f=10^{-4}/s$, $N_0^2=10^{-4}/s$, $\alpha=10^{-5}/s$, $\theta_0=300\text{ K}$.

三、无地形时双冷锋的演变

这时 $h(x)=0$, 初始位温扰动场 θ' 由两条冷锋型天气尺度锋面结构位温场组成, 即初始时刻存在两条弱的冷锋型结构:

$$\theta'(x, z, 0) = \frac{\Delta\theta_1}{\pi} \arctg\left[\delta_1 \frac{x-x_1}{L_s} + \delta_2 \frac{z}{H}\right] + \frac{\Delta\theta_2}{\pi} \arctg\left[\delta_3 \frac{x-x_2}{L_s} + \delta_4 \frac{z}{H}\right], \quad (14)$$

式中 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 是两条天气尺度锋面结构位温场的温差, δ_1 、 δ_3 和 δ_2 、 δ_4 分别是决定两条锋面性质和坡度的参数, L_s 是千公里的天气尺度, x_1 和 x_2 分别是两条初始锋区的中心位置.

限于考虑初始时刻存在两条冷锋的情况, 因此, 必有 $\delta_1 > 0$, $\delta_3 > 0$. 文中计算时取 $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 24\text{ K}$, $\delta_1 = 3.5$, $\delta_2 = 2.0$, $\delta_3 = 4.0$, $\delta_4 = 1.0$, $x_1 = -1300\text{ km}$, $x_2 = -2500\text{ km}$, $L_s = 1000\text{ km}$, $H = 10\text{ km}$, 均匀西风气流取 $\bar{u} = 21\text{ m/s}$.

图 2 给出了不同时刻的位温场以及第 15 小时的垂直速度场和非地转流函数场. 由图显见, 由于变形场的锋生作用, 上边界附近的锋区和地面附近的低层锋区随时间迅速加强, 中层锋区变化较小, 没有下层和上层明显, 这是由于在这里垂直速度水平分布不均匀性较强 (见图 2d), 造成暖区等位温线抬升, 冷区下沉, 其效应与变形场的锋生作用相反, 结果是抑制了区域内部锋生. 图中还显示, 上层锋区在加强的同时, 还迅速靠拢、合并, 形成单一冷锋型结构. 下层锋在变形场作用下, 两锋之间的距离有些缩短, 但仍明显显示出双锋特征. 这是因为在上层, 非地转纬向速度是负的 (图 2e), 与非均匀西风 $\bar{u}$ 相反, 在低层, 非地转纬向速度是正的, 与 $\bar{u}$ 相同, 这就使得锋面在锋生过程中向西倾斜增大, 而使上层锋区靠拢、合并, 下层锋区则仍维持双锋结构.

图 3a 给出了锋生过程中在 1 km 高度上 $\partial\theta/\partial x$ 的时间变化. 计算表明, 地面的锋生强度 ($2.36 \times 10^{-4}\text{ K/m}$) 要比对流层顶的 ($2.04 \times 10^{-4}\text{ K/m}$) 大些, 并且比域内 $z=1\text{ km}$ 上的锋生强度 ($0.706 \times 10^{-4}\text{ K/m}$) (图 3a) 大得多, 而且越向中层, 锋生强度越小. 计算还明显显示, 随时间增大, 上边界附近的两条锋迅速靠拢、合并, 而下层锋仍维持双锋; 并且在锋生过程中, 地面上前面的锋加强远大于后面的锋, 在上边界,

则是后面的锋加强快。这是因为(见图 2e), 在地面附近, 前面的锋所在地区, 非地转辐合较大, 从而锋生强度较后面的锋为大; 在上边界附近, 情况正好相反, 前面锋区的非地转辐合较小, 因而锋生强度较后面的锋为小。

图 3b 给出了双锋移动过程中最大垂直速度的时间变化。由图可见, 在双锋移动和

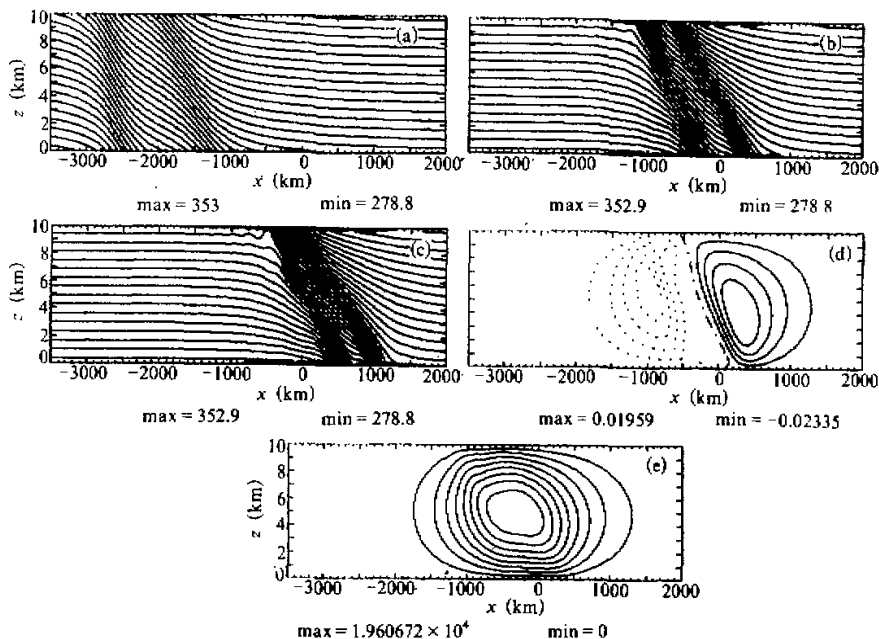


图 2 无地形时锋区物理量的变化

(a) 初始时刻的位温场, (b) 第 15 小时的位温场, (c) 第 24 小时的位温场,

(d) 第 15 小时的垂直速度场, (e) 第 15 小时的非地转辐函数场

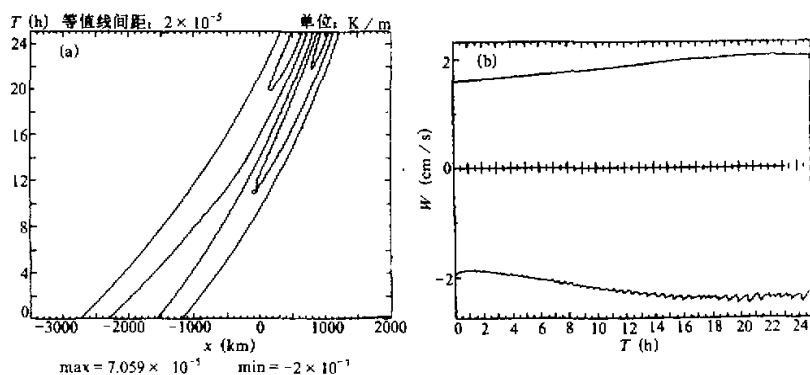


图 3 无地形时 $\partial\theta/\partial x$ 和 w 的时间变化

(a) $z=1$ km 上 $\partial\theta/\partial x$ 的时间变化, (b) w 的时间变化

加强过程中, 最大上升速度的变化是平稳的, 数值也很小, 从 1.6 增大到 2.0 cm/s。

四、地形存在时双冷锋的演变

本文只考虑中尺度孤立地形的影响, 地形高度函数取为如下形式:

$$h(x) = h_0 \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{L_m}\right)^2\right], \quad (15)$$

其中 h_0 为山的高度, L_m 为山的半宽度, x_0 为山的中心位置。计算中取 $h_0 = 2$ km, $L_m = 300$ km, $x_0 = 0$ 。考虑到地形可以造成位温扰动, 因此, 初始位温扰动场 θ' , 除 (14) 式给定的双冷锋型天气尺度锋面结构位温场外, 还包括地形造成的中尺度位温扰动场, 如此即有

$$\begin{aligned} \theta'(x, z, 0) = & \frac{\Delta\theta_1}{\pi} \operatorname{tg}^{-1}\left[\delta_1 \frac{x-x_1}{L_s} + \delta_2 \frac{z}{H}\right] + \frac{\Delta\theta_2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1}\left[\delta_3 \frac{x-x_2}{L_s} + \delta_4 \frac{z}{H}\right] \\ & + \Delta\theta_m \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{L_m}\right)^2\right] \left(1 - \frac{z}{H}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

式中最后一项即为地形产生的位温扰动。考虑到地形引起的位温扰动场为冷性扰动场 (暖性扰动场完全可同样考虑), 因此, 取 $\Delta\theta_m = -2.0$ K, 其他参数的取值与无地形时相同。图 4 给出了地形存在时位温场的时间变化, 以及第 15 小时的垂直速度场和非地转

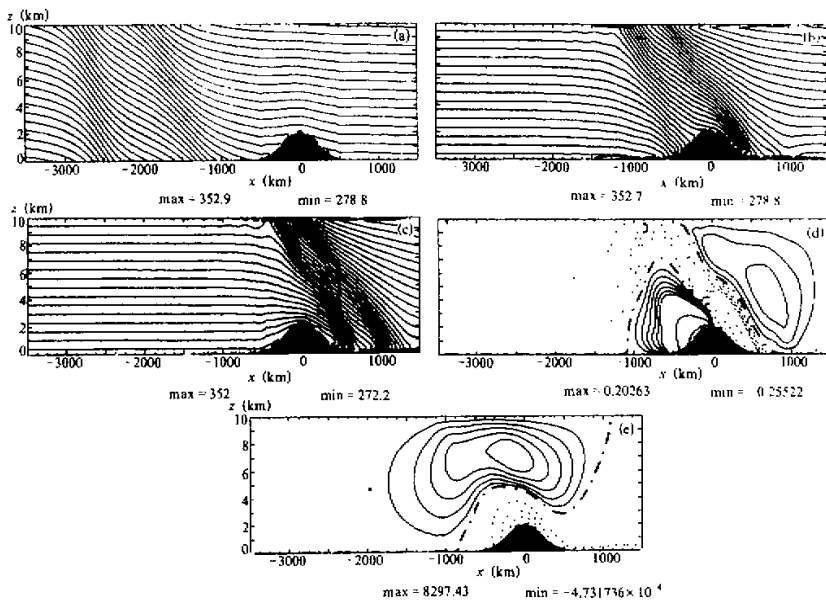


图 4 地形存在时锋区附近物理量场的时间变化
说明同图 2

流函数场。由图易见, 地形对锋生过程中的位温场有重大影响。在山的迎风坡, 由于地形引起的非地转环流在下层具有负的纬向速度分量, 因而对下层锋面有阻挡作用, 使下层锋面移行减速; 在山的背风坡, 由于山的非地转环流具有正的纬向速度分量, 因而加速冷锋移动。山有可能使近地面下层的两条锋分离加大 (如图 4b 所示), 也可能使它们接近、合并 (计算表明, 在第 18 小时时会出现这种情况), 但在锋移过山脉后, 在变形场作用下, 仍显示出上层锋靠拢、合并, 下层锋分离的特征。

比较图 4 和图 2, 显见在地形存在的情况下, 地面附近下层等位温线原为倾斜直线的锋区, 随着向山的移近, 等位温线逐渐变为向前突出的曲线, 而离山较远的后一条锋的等位温线仍为倾斜直线; 当锋区越过山后 (图 4c), 这种等位温线的鼻状突出一直维持, 计算得到的下层锋区与图 1 所示的实测锋区相当相似。当然, 上层锋区相差较大, 这是由于在模式中, 把对流层顶 (10 km) 作为 $w=0$ 的上边界造成的, 不过上层强锋区的存在, 在 Hoskins 以及 Bannon 等的工作中也是如此。我们再看看图 2, 显见无地形时, 地面附近的锋区等位温线始终是倾斜直线, 没有鼻状突出现象出现。这说明, 地形的存在是使近地面冷锋形成鼻状突出的一种机制, 是造成重力流的一种可能原因。此外, 山对高层锋的移动速度有影响。

与图 2d 相比, 图 4d 显示地形对垂直速度场的影响是很明显的。锋区上升及下沉速度的分布, 由于地形的存在发生变形。随着冷锋移向山脉, 锋区中垂直运动区受地形的作用, 向上层移去, 并使垂直速度大大加大。

比较图 4e 和图 2e, 显见两者的非地转环流有很大不同。当山存在时, 初始时刻的非地转环流由冷锋的直接环流和山的间接环流组成。当锋移向山脉时, 锋区直接环流受到地形影响, 发生重大变形, 并向上层移去, 范围缩小, 下层为地形间接环流; 地形的间接环流同时也受到锋面环流的影响, 这可从间接环流范围变小, 等值线间隔变小看出。但这种影响远没有地形对锋面环流的影响来得大。

图 5a 给出了地形存在时 $z=1$ km 上位温梯度 $\partial\theta/\partial x$ 的时间变化, 由图易见, 山除了对冷锋移速有影响外, 还对锋区强度有重大作用。冷锋远离山时, 锋区强度在变形场

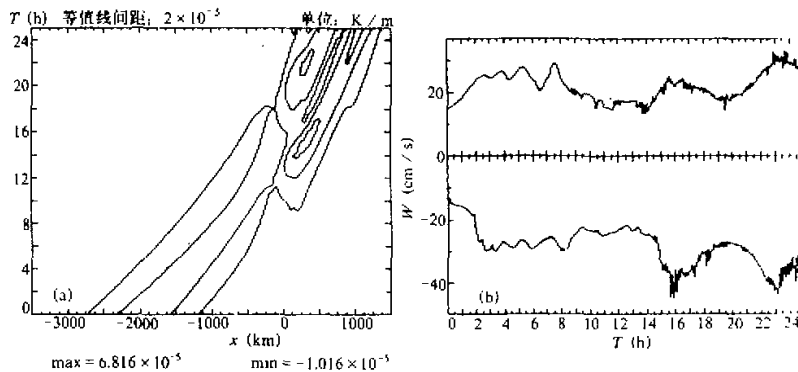


图 5 地形存在时 $\partial\theta/\partial x$ 和 w 的时间变化

说明同图 3

作用下是平稳缓慢变化的。随锋面向山的移近, 由于地形造成的位温梯度与锋面的相反, 叠加的结果, 使锋面强度迅速减弱。图 5a 明显显示了这一特征, 即山的迎风坡使冷锋强度减弱。到山顶, 冷锋减弱最大, 对前一条锋是第 11 小时为最弱, 对后一条冷锋是第 18 小时为最弱。锋面越过山顶后, 由于山的扰动位温梯度与锋面的相同, 叠加的结果加强背风坡处的位温梯度, 从而使锋区强度迅速加大, 即山的背风坡使冷锋强度加强。山对锋面强度的影响; 从图 4b 对前一条冷锋的加强作用和对后一条冷锋的减弱作用(锋面过山的其他时刻图略)也可看出这一点。计算表明, 山对上层锋的强度影响不大, 这是因为山的扰动位温梯度随高度迅速减小, 其影响只限于地面附近的下层区域。

图 5b 给出了地形存在时最大垂直速度的时间变化曲线。比较图 5b 和图 3b, 显见地形对锋区垂直速度的重大影响。如前所述, 无地形时, 垂直速度是非常平稳和缓慢增大的, 数值很小, 只达到 2.1 cm/s 。山存在时, 垂直速度随时间出现跳跃式突变, 数值也大得多。在第一条冷锋到达山的迎风坡前(即第 8 小时之前), w 出现波状变化, 数值达到 25 cm/s , 变化周期约为 1.5—2 小时, 似乎具有重力内波的特征。第一条锋到达山的迎风坡后, 由于山的迎风坡对冷锋强度的减弱作用, w 开始减小; 到第 14 小时, 锋越过山顶, 锋面在山的背风坡作用下, 得到加强, w 又开始增大; 到第 16 小时, 锋已到达山脚, 山的影响开始减小, w 也随之减小; 到第 19.5 小时, 第二条冷锋越过山顶, 受到背风坡的加强作用, w 又开始增大, 最后达到 28 cm/s 以上, 约为无地形时的 20 倍左右; 到第 24 小时, 第二条锋离开山脚, 背风坡的增强作用减小, w 又开始减小。可见, 山的迎风坡对冷锋锋区的垂直运动有减弱作用, 山对冷锋锋区上升速度的最大增幅作用发生在山的背风坡, 而不是迎风坡。迎风坡降水强度如果增幅, 可能是由于地形阻挡造成锋面滞留所致, 同是增幅作用, 其机制是不同的。此外, 伴随锋面过山, 上升速度出现跳跃式变化, 这说明锋面过山将导致降水强度的跳跃变化。

五、结 语

(1) 在变形场作用下, 双冷锋在移行过程中会出现上层锋靠拢、合并, 下层锋仍保持分离的现象。

(2) 双冷锋锋生过程中, 在下层, 前一条冷锋的加强远大于后一条冷锋; 在上层则是后一条冷锋的加强远大于前一条冷锋。

(3) 在变形场作用下, 锋的加强主要在近地面的下层锋区和上边界附近的上层锋区, 区域内的中层, 锋区加强很少。

(4) 地形对冷锋影响很大。山的迎风坡对冷锋移行有阻挡作用, 对锋的强度有减弱作用; 山的背风坡则加速锋的移行, 对锋的强度有加强作用。

(5) 山对双冷锋上层锋区的靠近、合并和下层锋区的保持分离有促进作用, 并导致近地面锋区呈现鼻状突出。

(6) 地形使锋区的垂直速度大大增大, 可达到无地形时的 20 倍左右。

(7) 山的迎风坡使冷锋锋区的垂直运动减弱, 背风坡使垂直速度加强并使锋区的垂直速度呈现跳跃式变化。

(8) 地形对锋的影响限于下层锋区, 对上层锋区的影响不大。

参 考 文 献

- [1] Bannon, P.R., 1983, Quasi-geostrophic frontogenesis over topography, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 2266-2277.
- [2] Bannon, P.R., 1984, A semi-geostrophic model of frontogenesis over topography, *Cont. Atmos. Phys.*, **57**, 393-408.
- [3] Davies, H.C., 1984, On the orographic retardation of a cold front, *Cont. Atmos. Phys.*, **57**, 409-418.
- [4] Blumen, W. and B.Gross, 1986, Semigeostrophic disturbances in a stratified shear flow over a finite-amplitude ridge, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 3077-3088.
- [5] Zehnder, J.A. and P.R. Bannon, 1988, Frontogenesis over a mountain ridge, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 628-644.
- [6] 何齐强、费建方, 1985, 冷锋中尺度结构及其和强对流天气的关系, 华东中尺度天气试验文集, 总参谋部气象局出版.
- [7] Benjamin, T.B., 1968, Gravity Current and related phenomena, *J. Fluid Mech.*, **31**, 209-248.
- [8] Hoskins, B.J. and F.P. Bretherton, 1972, Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulation and solution, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 11-37.

Topography and Frontogenetical Process of Double Cold Front

Lu Keli and Nong Shangyao

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210008)

Abstract

The frontogenetical process and development of a double cold front over a mountain are studied by using a semi-geostrophic model. The results show that the upper level part of the double cold front may be merged in the movement under the effect of deformation factor. In frontogenetical process, the intensity of the ahead front is strengthened much more than that of the back front in lower level. On the contrary, the back front is strengthened more than the ahead front in upper level. The influence of topography is important on the double cold front. Front movement is retarded and intensity is weakened on windward side of a mountain; and there is an acceleration of the front movement and an enhancement of the intensity on the lee side. Mountain has a promoting effect on the upper level part of double cold front, and causes the cold front to form a nose-shape lobe near the surface, topography increases greatly the vertical velocity in the front zone, and leads to a jump in vertical velocity. The impacts of mountains on fronts are limited within the lower troposphere.

Key words: topography; double cold front; frontogenesis.