第19卷 第5期
1995 年 9 月

大 气 科 学
SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA

Vol. 19, No. 5
Sept. 1995

中低纬过渡地区潜热影响下中尺度扰动的对称发展

吴 勇
(四川涪陵地区国土局，四川涪陵 648000)

欧阳首承
(成都气象学院，成都 610041)

提 要

本文引入第二科里奥利参数讨论了中低纬过渡地区含非绝热(潜热)作用的对称扰动波包发展问题。结果表明：这一地区扰动波包的发展不仅包含了中高纬度波包发展条件[1]，而且与潜热和基本风场梯度经向切变及波包传播的非垂直性有关。过渡地区基本风场的作用是通过第一和第二科里奥利参数完成的。

关键词：中低纬过渡带；扰动波包；第二科里奥利参数。

一、引 言

由于我国长江以南大部分区域位于中低纬过渡地区，广东、海南岛一带又位于低纬度热带地区。这一地区的中尺度系统又比较活跃，为此很有必要研究中低纬过渡地区和低纬度地带的中尺度发展问题。考虑文献[1]已研究了中高纬度斜压基流中尺度扰动发展的某些特征，并取得了较有意义的结果。本文则从中低纬及低纬的特点出发，着重考虑可能引起中尺度扰动发展的某些因素，在方程中引入了第二科里奥利参数和非绝热潜热作用。给出的流函数方程不仅包括了中高纬度的情况，而且适合于中低纬及低纬广大地区。经分析得出：除潜热与大气层结稳定度是导致中尺度扰动对称发展的因素外，基本场的斜压性、非定常性及风场梯度经向切变与波包传播的非垂直性均是中尺度发展的因素。但风速基本场这些特性的作用，在高纬度是通过第一科里奥利参数($f_1=2\Omega\sin\varphi$)完成的；低纬度则是由第二科里奥利参数($f_2=2\Omega\cos\varphi$)完成的；过渡地区则是由两个参数同时起作用完成的。如果不考虑这两个参数，则风速基本场的上述特性不起作用，但潜热仍然是起作用的，或者说潜热的作用不受纬度限制。

二、控制方程

中低纬过渡地区，没有严格定义，本文针对我国情况，可考虑为 30°N 以南及邻近区域，于是，在斜压层结流体中，含有非绝热潜热作用的中低纬过渡带区域中尺度对称小扰动准动量无辐散方程(不含声波)为

1991 年 3 月 9 日收到，1993 年 11 月 20 日收到修改稿。

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t}+f^b w-f^a v=0, \\
\dfrac{\partial v}{\partial t}+f_1 u+\dfrac{\partial p}{\partial y}=0, \\
\dfrac{\partial w}{\partial t}-f_2 u-\theta+\dfrac{\partial p}{\partial z}=0, \\
\dfrac{\partial \theta}{\partial t}-M^2 v+N^2 w=Q, \\
\dfrac{\partial v}{\partial y}+\dfrac{\partial w}{\partial z}=0,
\end{cases}
\tag{1}
$$

其中$(u,\ v,\ w,\ \theta,\ p)\equiv\bar{\rho}(u',\ v',\ w',\ \dfrac{g}{\bar{\theta}}\theta',\ \dfrac{1}{\bar{\rho}}p')$；“$-$”表示基本场，“$'$”为扰动场。$\bar{u}(y、z)$为基本场风速；$\bar{u}_y$、$\bar{u}_z$分别表示$y$、$z$方向风速切变。$\bar{\theta}$为基本场位温，且$M^2=-\dfrac{g}{\bar{\theta}}\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}$，$N^2=\dfrac{g}{\bar{\theta}}\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}$为层结稳定度或浮力频率。$Q=\dfrac{\bar{\rho}g}{c_p T}\dot{H}$为潜热加热，$f^a=f_1-\bar{u}_y$为基本场绝对涡度，$f_1=2\Omega\sin\varphi$称第一科里奥利参数；$f^b=f_2+\bar{u}_z$，$f_2=2\Omega\cos\varphi$称第二科里奥利参数。$\varphi$为纬度，$\Omega$为地球自转角速度。设潜热是垂直速率的函数，即

$$
Q=K_0^2 w, \tag{2}
$$

(2)式表示上升运动潜热释放，下沉运动则相反。无垂直运动，则无热能影响。

将(2)式代入(1)式，且由连续方程引入流函数ψ，

$$
v=\psi_z,\quad w=-\psi_y, \tag{3}
$$

于是(1)式可化为关于ψ的单一方程

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\psi+f_1 f^a\psi_{zz}+[f_2 f^a+f_1 f^b+M^2]\psi_{yz}+[f_2 f^b+N^2-K_0^2]\psi_{yy} \\
&\quad+\left[\frac{\partial}{\partial z}f_1 f^a+\frac{\partial}{\partial y}(f_2 f^a+M^2)\right]\psi_z+\left[\frac{\partial}{\partial z}f_1 f^b+\frac{\partial}{\partial y}(f_2 f^b+N^2-K_0^2)\right]\psi_y=0,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

式中$\nabla^2=\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2$。若$K_0^2=0$，$f_2=0$，则(4)式退化为文献[1]相应的方程式，故本文结果适合于更广泛区域的中尺度对称扰动的发展。

三、波群分析

将波群分为高频截波和低频波包，其空间、时间尺度分别表示为

高频截波：$y=y, z=z, t=t,$ (5)

低频波包：$Y=\varepsilon y, Z=\varepsilon z, T=\varepsilon t,$ (6)

ε为小参数。将流函数写为

$$
\begin{cases}
\psi = A(Y,Z,T)e^{i\tilde{\theta}(Y,Z,T)/\varepsilon}, \\
\tilde{\theta} = kY + nZ - \omega T, \\
A = A_0(Y,Z,T) + \varepsilon A_1(Y,Z,T) + \cdots.
\end{cases} \tag{7}
$$

不难知道，高频截波(5)式表征波列位相变化；低频截波(6)式表征波列振幅的变化。将(7)式代入(4)式，保留ε的零次及一次项

$$
\varepsilon^0:\ \omega^2\gamma^2 = f_1 f^a n^2 + [f_2 f^a + f_1 f^b + M^2]nk + [f_2 f^b + N^2 - K_0^2]k^2, \tag{8}
$$

$$
\begin{aligned}
\varepsilon^1:\ & 2\omega\frac{\partial}{\partial T}(\gamma^2 A_0) + \frac{\partial A_0}{\partial Y}[-2\omega^2 k + n(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + 2k(N^2 - K_0^2 + f_2 f^b)] \\
& + \frac{\partial A_0}{\partial Z}[-2\omega^2 n + k(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + 2f_1 f^a n] + \gamma^2 A_0 \frac{\partial \omega}{\partial T} \\
& - \omega^2\left(\frac{\partial k}{\partial Y} + \frac{\partial n}{\partial Z}\right)A_0 + f_1 f^a \frac{\partial n}{\partial Z}A_0 + (f_2 f^a + f_1 f^b + M^2)\frac{\partial n}{\partial Y}A_0 \\
& + (f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\frac{\partial k}{\partial Y}A_0 + \left[\frac{\partial}{\partial Z}f_1 f^a + \frac{\partial}{\partial Y}(f_2 f^a + M^2)\right]nA_0 \\
& + \left[\frac{\partial}{\partial Z}f_1 f^b + \frac{\partial}{\partial Y}(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\right]kA_0 = 0,
\end{aligned} \tag{9}
$$

式中$\gamma^2 = k^2 + n^2$，由频散关系(8)式，可求出群速度公式

$$
\begin{cases}
c_{gY} = \dfrac{\partial \omega}{\partial k} = \dfrac{1}{2\omega\gamma^2}[-2\omega^2 k + n(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + 2k(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)], \\
c_{gZ} = \dfrac{\partial \omega}{\partial n} = \dfrac{1}{2\omega\gamma^2}[-2\omega^2 n + k(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + 2f_1 f^a n].
\end{cases} \tag{10}
$$

定义

$$
\frac{\mathrm{d}_g}{\mathrm{d}T} = \frac{\partial}{\partial t} + c_{gY}\frac{\partial}{\partial Y} + c_{gZ}\frac{\partial}{\partial Z}, \tag{11}
$$

利用(8)式，可得波参数变化方程

$$
\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}_g k}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{1}{2\omega\gamma^2}\left[n^2\dfrac{\partial f_1 f^a}{\partial Y} + nk\dfrac{\partial}{\partial Y}(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + k^2\dfrac{\partial}{\partial Y}(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\right], \\
\dfrac{\mathrm{d}_g n}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{1}{2\omega\gamma^2}\left[n^2\dfrac{\partial f_1 f^a}{\partial Z} + nk\dfrac{\partial}{\partial Z}(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + k^2\dfrac{\partial}{\partial Z}(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\right], \\
\dfrac{\mathrm{d}_g \gamma^2}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{1}{\omega}\left[n^2\dfrac{\partial f_1 f^a}{\partial l_0} + nk\dfrac{\partial}{\partial l_0}(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + k^2\dfrac{\partial}{\partial l_0}(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\right], \\
\dfrac{\mathrm{d}_g (k/n)}{\mathrm{d}T} = -\dfrac{1}{2\omega n^2}\left[n^2\dfrac{\partial f_1 f^a}{\partial l_\perp^0} + nk\dfrac{\partial}{\partial l_\perp^0}(f_2 f^a + f_1 f^b + M^2) + k^2\dfrac{\partial}{\partial l_\perp^0}(f_2 f^b + N^2 - K_0^2)\right],
\end{cases} \tag{12}
$$

式中$\vec{l}_0 = \gamma^{-2}(k\vec{j} + n\vec{k})$，$\vec{l}_\perp^0 = \gamma^{-2}(n\vec{j} - k\vec{k})$。(10)和(12)式，不仅包括了文献[1]的情况，而且引入了潜热及第二科里奥利参数因子，表达式变得更复杂，适用范围从中高纬地区推广到中低纬过渡地带。

若将(10)式代入(9)式，并注意关系式

$$
\partial\omega/\partial Y = -\partial k/\partial T, \qquad \partial\omega/\partial Z = -\partial n/\partial T, \qquad \partial n/\partial Y = \partial k/\partial Z, \tag{13}
$$

经推导，可得出

$$\frac{\partial}{\partial T}(\gamma^2 A_0^2)+\nabla\cdot(\gamma^2 A_0^2\vec{c}_g)$$
$$+\frac{A_0^2}{2\omega^2}\left[n^2\frac{\partial}{\partial T}f_1f^b+nk\frac{\partial}{\partial T}(f_2f^a+f_1f^b+M^2)+k^2\frac{\partial}{\partial T}(f_2f^b+N^2-K_0^2)\right]$$
$$+\frac{A_0^2}{2\omega}\left[n\frac{\partial}{\partial Z}f_1f^a+n\frac{\partial}{\partial Y}(f_2f^a+M^2)+k\frac{\partial}{\partial Z}f_1f^b+k\frac{\partial}{\partial Y}(f_2f^b+N^2)\right]=0. \quad (14)$$

设波包区域为 v，并假定波包在边界为零，则(14)式对 v 积分，得

$$\frac{\partial}{\partial T}\iint_v E\mathrm{d}v=-\iint_v\frac{A_0^2k^2}{2\omega^2}\left(\frac{\partial}{\partial T}N^2-\frac{\partial}{\partial T}K_0^2\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$
$$-\iint_v\frac{A_0^2}{2\omega^2}\left[n^2\frac{\partial}{\partial T}f_1f^a+nk\frac{\partial}{\partial T}(f_1\bar{u}_z+M^2)\right]\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$
$$-\iint_v\frac{A_0^2}{2\omega}\left(n\frac{\partial}{\partial Z}f_1f^a+n\frac{\partial}{\partial Y}M^2+k\frac{\partial}{\partial Z}f_1\bar{u}_z+k\frac{\partial N^2}{\partial Y}\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$
$$-\iint_v\frac{A_0^2}{2\omega}\left(n\frac{\partial}{\partial Y}f_2f^a+k\frac{\partial}{\partial Y}f_2f^b\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$
$$-\iint_v\frac{A_0^2}{2\omega^2}\left(nk\frac{\partial}{\partial T}f_2f^a+k^2\frac{\partial}{\partial T}f_2f^b\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z, \quad (15)$$

式中 $E=\gamma^2A_0^2$。(15)式为扰动波包能量方程。

四、讨　论

类似文献[1]定义的波包对称发展条件，对(15)式讨论如下：

(1) 若 $K_0=0$，且 f_2 忽略不计，即在不考虑潜热和中高纬地区，结论与文献[1]一致。

(2) 潜热的作用。由(15)式，潜热是通过如下关系对波包能量起作用的

$$\frac{\partial}{\partial T}\iint_v E\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z=\iint_v\frac{A_0^2k^2}{2\omega^2}\frac{\partial K_0^2}{\partial T}\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z, \quad (16)$$

可得出潜热的空间分布对波包能量发展无影响。当 $\partial K_0^2/\partial T>0$，即潜热释放，波包能量增大，扰动发展；反之，扰动减弱。与实际一致。

(3) 如果基本场定常，且不考虑潜热影响，当基本场满足热成风平衡时，(15)式变为

$$\frac{\partial}{\partial T}\iint_v E\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z=-\iint_v\frac{A_0^2}{2\omega}\left(n\frac{\partial}{\partial Y}f_2f^a+k\frac{\partial}{\partial Y}f_2f^b\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$
$$=\iint_v\frac{A_0^2f_2\gamma^2}{2\omega}\vec{l}_\perp^0\cdot\left(\frac{\partial}{\partial Y}\nabla\vec{u}\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z, \quad (17)$$

显然，在这种条件下，中低纬过渡地带波包能量是不守恒的，与文献[1]的能量守恒有区别。由于 $\vec{l}_\perp^0$ 与 $\vec{c}_g$ 平行，故中低纬过渡地带扰动能量还来源于基本场梯度切变与 $\vec{c}_g$

的非垂直性。在实际大气中，对称波包尤其在低空急流附近易于发展。

(4) f_2 有关的非定常项对波包能量的贡献。由(15)式，得

$$\frac{\partial}{\partial T}\iint_V E\,\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z = -\iint_V \frac{A_0^2}{2\omega^2}\left(nk\frac{\partial}{\partial T}f_2 f^a + k^2\frac{\partial}{\partial T}f_2 f^b\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z$$

$$= \iint_V \frac{A_0^2 k f_2 \gamma^2}{2\omega^2}\vec{l}_\perp^0 \cdot \left(\frac{\partial}{\partial T}\nabla\bar{u}\right)\mathrm{d}Y\mathrm{d}Z, \tag{18}$$

从理论上讲，基本风场梯度时间变率与$\vec{c}_g$的非垂直性也是波包能量发展的一个因素．但由于低纬热带地区的气象要素时变率较小[2]，故这一项的作用实际上是不重要的。

五、结 论

综上所述，中低纬过渡地区中尺度扰动波包的发展，不仅包括了中高纬地区扰动波包的发展条件，而且具有自身的特点。

(1) 在潜热释放的过程中，扰动将发展；反之，则衰减。

(2) 在无潜热、基本场定常且满足热成风平衡时，波包能量的发展主要来源于基本风场梯度切变与$\vec{c}_g$ 的非垂直性。

(3) 忽略f_1 不计的低纬地区，则f_2 也起到了使基本风场的状况对中尺度对称型扰动发展的作用。

参 考 文 献

[1] 孙立潭、赵瑞星，1989，中尺度扰动的对称发展，气象学报，47，No.4，394—400.

[2] Report of the US GATE Central Program Workshop, Boulder, Colorado: NCAR, 1977, 723 pp.

On the Symmetric Development of Mesoscale Disturbances with Non-adiabatic Heating in the Transition Zone of Mid-low Latitudes

Wu Yong
(Fuling Territorial Bureau, Sichuan Province, Fuling 648000)

Ouyang Shoucheng
(Chengdu Meteorological College, Chengdu 610041)

Abstract

This paper studies the symmetric development of mesoscale disturbances with non-adiabatic (latent heat) heating in the transition zone of mid-low latitudes. The results show that the symmetric development of disturbances not only contains the conditions of development of the wave packet in mid-high latitudes, but also is related to the latent heat and non-verticality of basic flow shear gradient with a wave packet speed. The action of the basic flow in the transition zone of mid-low latitudes depends on the first and the second Coriolis parameters.

Key words: transition zone of mid-low latitudes; disturbance wave packet; second Coriolis parameter.