

短时风暴数值预报模式研究

I. 模式的理论框架*

周晓平 王东海

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

摘 要 本文致力于发展一个旨在用于中- β 尺度天气系统研究和预报对流风暴的数值预报模式(中- β 模式)。模式的动力学框架为三维非静力可压缩的完全弹性模型, 对声波的处理采用时间分离求解及阻尼和压缩方法, 模式只选择了对风暴系统短时预报有重要意义的一些物理过程, 从而简化了模式的参数化方法, 节省了计算量。

关键词 风暴数值预报模式 非静力可压缩完全弹性模型 中- β 尺度天气系统 模式的理论框架

1 引言

目前, 大尺度大气环流系统的数值预报投入业务使用已经有了近 30 年的历史, 这是由于大气探测技术、大气动力学理论、计算数学和计算技术的迅猛发展的结果。然而, 人们对中尺度天气系统的物理规律的了解虽然近些年来取得了一些重大进展, 但是还十分不完全, 另外, 再加上中尺度大气探测和计算机的状态还不够理想, 所以到目前为止, 强降水预报和中小尺度剧烈灾害天气的临近预报都还停留在经验预报, 数值预报进展较为缓慢。

本文所讨论的甚短期(或短时)包括临近预报是指对强对流灾害性风暴天气做出 0 ~ 12 小时的数值预报。迄今为止, 其预报只停留在一些经验预报方法和概念模型方法^[1,2], 这些方法虽为目前所广泛采用, 但其预报准确率上界不高, 也不能客观地定量地给出预报。数值预报能否更好地给出客观定量的预报呢? 它的预报准确率上界是否有可能高于经验预报呢? 这是我们希望回答的。对于处在东亚季风区的我国, 正确对强对流灾害性天气(如雷暴、大风、冰雹、龙卷、暴雨等)进行监测和预报更具有现实的意义。据统计, 由于 1991 年夏季全国性的大暴雨灾害造成近 700 亿元人民币的损失。除了需要有准确的中长期的暴雨预测外, 也需要有准确的短期的暴雨及强对流天气的预报。另外, 随着对中尺度强对流灾害性风暴天气系统物理机制的不断认识, 以及大气遥感探测技术, 计算机技术的不断进步, 为灾害性天气的监测和临近天气预报创造了条件。因此, 已经有可能对强对流灾害性风暴天气进行数值预报^[3], 有必要也应该把临近数值天气预报作为一个重要的研究课题。

1994-12-25 收到

* 国家自然科学基金 49275240 课题资助

近些年来,暴雨数值预报模式的研究取得了较大的进展,并已投入了业务数值预报^[4]。对强风暴动力学的模拟研究也得到了一些进展^[5~10]。本文是短时风暴数值预报模式研究的第一部分,主要介绍模式的理论框架,关于模式的初步试验结果将在第二部分给出。

2 模式方程组

中- α 尺度天气系统基本上满足静力平衡关系,而中- γ 尺度即对流云的模拟基本上要用非静力平衡的关系。而我们所建立的模式既要预报中- β 尺度系统中风暴云的发展,又要预报风暴云在背景场中的运动,所以在对流风暴数值模式中应考虑非静力平衡过程,这对背景场来说似乎不太必要,但对风暴云的发展来说是十分必要的。

对非静力平衡模式与静力平衡模式的性能比较指出,静力平衡模式将产生虚假的高频重力波,夸大能量的传播速度,并部分歪曲低频惯性波的结构,这对中小尺度的天气模拟及预报以至对小网格的天气尺度系统预报都是不利的,因此,使用非静力平衡模式是十分必要的^[11]。

非静力平衡模式又大致可分为非弹性模式和完全弹性模式。在非弹性模式中,气压是通过解椭圆型诊断方程来求得的,求解椭圆型气压方程通常使用迭代解法,为使解是唯一的,需给定一定的约束条件,而在弹性模式中,气压方程是一个时变方程,气压可通过积分时变方程求解,计算上比较简单。另外,在非弹性模式中,声波已被滤去,时间积分步长可比弹性模式(既含重力波,又含声波)取得大一些,由此看来似乎弹性模式比非弹性模式计算量大,但实际上,由于在弹性模式中对声波在计算上进行特殊处理(如“时间分离”积分方法或经济算法等),而在非弹性模式中求解三维椭圆型方程也十分费事,其计算量也十分可观,所以使得弹性模式的计算量并不比非弹性模式的计算量大。而且弹性系统由于是一个完全的预报系统,比较灵活,易于对网格结构、差分方案等作修改完善。

为了真实地模拟出实际中尺度系统的特征,模式必须是三维的。二维模式由于其局限性,不能表示象风向切变,上升、下沉气流的水平旋转,风暴云相对于平均风向的偏移运动及气流绕云体流动等特征,这些特征对于实际中尺度系统的发展来说是十分重要的。

为了完整地描述中- β 尺度天气系统,我们采用了三维、非静力、完全弹性模式。在进行模式设计时,考虑到目前计算条件的限制和便于将来的业务应用,我们主要侧重于模式动力学的完整性,而对微物理过程只抓住对风暴系统有重要意义的一些过程,我们要求能模拟出风暴系统的主要特征,而尽管详细的微物理过程对降水的时间、落区和强度有一定的影响,但起主要控制作用的是大气的动力学和热力学运动过程。为此,对次网格尺度湍流用简单的混合长理论来表示,而对凝结(华)物,我们将它们作为一个整体来考虑,只描写液态水与汽态水,不再区分云雨滴谱等微物理过程。

2.1 动力框架

模式坐标系采用笛卡尔坐标系即 (x, y, z) 的空间表示法。对于任意的实际大气变量场 $A^*(x, y, z, t)$ 可作如下的分解:

$$A^*(x, y, z, t) = A(x, y, z, t) + A''(x, y, z, t) = \bar{A}(z) + A'(x, y, z, t) + A''(x, y, z, t), \quad (1)$$

其中, A 为网格元的面平均量, A'' 是湍流扰动量, 数值离散后即次网格湍流脉动量, 而 A 又可分为初始未扰动基本状态环境量 $\bar{A}$ 和扰动量 A' , 并假设 $\bar{A}$ 满足静力平衡关系。

湿空气状态下的状态方程为

$$p = \rho R_d T(1 + 0.61q_v), \quad (2)$$

这里的变量皆用气象上常用量, 非特殊含义不作说明 (下同)。

用张量形式表示的 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \delta_i g - \delta_i g q_1 - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k + D_{u_i}, \quad (3)$$

上式右边各项分别为气压梯度力项、重力项、水物质重力拖曳项、科里奥利力项和湍流项。

引入无量纲化气压 π :

$$\pi = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R_d / c_p}. \quad (4)$$

对方程(3) 进行变形, 可得到动量方程的张量表达式:

$$\frac{du_i}{dt} = -c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x_i} + \delta_i g \left[\frac{\theta}{\bar{\theta}} - 1 + 0.61(q_v - \bar{q}_v) - q_1 \right] - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k + D_{u_i}. \quad (5)$$

写成标量形式, 可得到三个动量方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x} + f_v + D_u, \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial y} - f_u + D_v, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} = & - \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial z} \\ & + g \left[\frac{\theta}{\bar{\theta}} - 1 + 0.61(q_v - \bar{q}_v) - q_1 \right] + D_w. \end{aligned} \quad (8)$$

从可压缩连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad (9)$$

可以推导出扰动气压预报方程

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} + \frac{\bar{C}^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}_v^2} \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{\theta}_v u_j) = f_p, \quad (10)$$

$$f_p = -u_j \frac{\partial \pi'}{\partial x_j} - \frac{R_d}{C_v} \pi' \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{C^2}{c_p \bar{\theta}_v^2} \frac{d\bar{\theta}_v}{dt} + D_\pi, \quad (11)$$

其中 $\bar{C}$ 为背景场的声速, 关于该方程的进一步讨论将在本节 2.5 加以分析。

模式的热力学方程为

$$\frac{d\theta}{dt} = S_\theta + D_\theta, \quad (12)$$

其中, S_θ 为热量的源汇项, D_θ 为位温的次网格混合项。

水物质方程为

$$\frac{dq_\varphi}{dt} = S_{q_\varphi} + D_{q_\varphi}, \quad (13)$$

式中 q_φ 表示汽态水质量比 q_v ($\varphi = v$) 和液态水质量比 q_l ($\varphi = l$)。

这样, 方程式(6)、(7)、(8)、(10)、(12)和(13) 组成模式的方程组, 包含 7 个预报变量: 三维风场、扰动气压、位温、水汽含量和液态水含量。

2.2 微物理过程参数化

本节概述简单暖云过程参数化方案, 该参数化方案将水汽凝结(华)物作为一个整体来考虑, 而不区分云内的云滴、雨滴谱的微物理过程, 即大气中的水物质只考虑水汽和液态水总含量。这种参数化方法对于处理风暴系统的热力、动力学特征已有相当大的准确性。大大简化了模式的微物理过程, 从而减少模式数值求解的计算量, 更加适应业务数值预报的要求。

在方程式(12) 和(13) 中, 表征云微物理过程的贡献项为 S_φ ($\varphi = \theta, q_v, q_l$), 根据以上的假设我们可以取

$$S_\theta = v \left(\frac{dq_{vs}}{dt} + E_l \right), \quad (14)$$

$$S_{q_v} = \left(\frac{dq_{vs}}{dt} + E_l \right), \quad (15)$$

$$S_{q_l} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} V_T q_l) - \left(\frac{dq_{vs}}{dt} + E_l \right), \quad (16)$$

其中, $v = L / (c_p \bar{\pi})$, L 为凝结潜热, dq_{vs} / dt 为凝结项, 而 E_l 为液态水的蒸发项,

$\bar{\rho}^{-1} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} V_T q_l)$ 为降水物的通量项, V_T 为降水物的下降末速度。

饱和比湿 q_{vs} 根据 Tetens 方程计算,

$$q_{vs} = \frac{3.8}{\bar{p}} \exp \left[\frac{17.27(\bar{\pi}\theta - 273.15)}{\bar{\pi}\theta - 35.86} \right], \quad (17)$$

上式中的 $\bar{p}$ 为未扰动气压, 单位为 hPa, q_{vs} 以 g / kg 为单位, 蒸发项 E_l 的计算根据 Klemp 和 Wilhelmson^[10], 即

$$E_l = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{(1 - q_v / q_{vs}) C_k (\bar{\rho} q_l)^{0.525}}{5.4 \times 10^5 + 2.55 \times 10^6 / (\bar{\rho} q_{vs})}, \quad (18)$$

其中 C_k 为通风系数, 定义为

$$C_k = 1.6 + 124.9(\bar{\rho}q_1)^{0.2046}, \quad (19)$$

类似 Soong 和 Ogura^[12] 的表示, 在考虑平均密度变化的情形下, 降水物的下降末速度 V_T 可表示为

$$V_T = 3634(\bar{\rho}q_1)^{0.1364}(\rho_0/\bar{\rho})^{0.5}. \quad (20)$$

在上面几式中, $\bar{\rho}$ 为基本状态的密度, 以 g/cm^3 为单位, 它只是高度 z 的单变量函数, 而(20)式中的 ρ_0 是基本状态的地面参考密度, 同样以 g/cm^3 为单位, 这样(20)式计算出来的降水物下降末速度的单位为 cm/s 。

这就是简单暖云过程的参数化方案。不难看出, 该参数化方法基于这样的假设: 大气中的水汽凝结物作为一个整体来考虑, 即只考虑水汽和液态水的总含量, 而且认为液态水整体具有相对气流的运动, 即具有下落末速度; 另外, 表达式(18)~(20)一般来说只适应于雨滴的情形, 在这里我们把它们近似地引入作为液态水的参数化方法, 这样至少在形式上存在着人为误差。虽然该方案确实在微物理过程上相对简化, 以至于大大减少模式的计算量, 可事实上暖云中应存在云滴和雨滴, 虽然它们都是以液态水的形态存在, 但是它们却具有各自的云微物理特征, 对云的宏观动力学结构具有各自不同的作用。

2.3 次网格湍流参数化

模式方程组(6)~(13)中的 D 为次网格湍流项, 它们来源于对应预报量在网格上的 Reynolds 平均, 具有如下的形式:

$$D_{u_i} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u''_i u''_j}), \quad (21)$$

$$D_\theta = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u''_j \theta''}), \quad (22)$$

$$D_{q_\varphi} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u''_j q''_\varphi}), \quad (23)$$

$$D_\pi = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u''_j \pi''}). \quad (24)$$

这些次网格尺度相关项反映了相应物理量在平流项中的非线性相互作用, 是较小尺度的脉动量对可解网格尺度的贡献, 但是造成方程组的不闭合, 因此必须对该类次网格尺度相关项进行参数化, 把它们表达为可解的平均量的函数。为此人们发展了多种参数化方法, 在我们的模式里采用 K 理论的一阶闭合法, 其最大的特点是十分简便, 而且大大地节约了计算时间, 物理上也合理。各湍流通量的参数化形式如下:

动量湍流通量

$$\overline{u''_i u''_j} = -K_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (25)$$

热量湍流通量

$$\overline{u''_j \theta''} = -K_h \frac{\partial \theta_i}{\partial x_j}, \quad (26)$$

水物质湍流通量

$$\overline{u''_j q''_\phi} = -K_\phi \frac{\partial q_\phi}{\partial x_j}, \quad (27)$$

其中, K_m 、 K_h 、 K_ϕ 分别为动量、热量和水物质的涡动混合系数。在中尺度数值模式中, 一般取

$$K_h = K_\phi = 3K_m. \quad (28)$$

动量涡动混合系数 K_m 可以写成形变张量 $|T_{\text{Def}}|$ 、混合长 Δ (Δ 一般取正比于网格长度的数值以便抑制数值噪声), 这样可得计算 K_m 的公式:

$$K_m = \frac{(0.25\Delta)^2}{\sqrt{2}} |T_{\text{Def}}|, \quad (29)$$

其中,

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, \quad (30)$$

$$|T_{\text{Def}}| = \left[\sum_j \sum_k \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (31)$$

考虑到垂直方向和水平方向分辨率的不同, 相应的混合长也应不同, 为此, 水平和垂直方向的混合系数应不同, 分别为 K_{mh} 和 K_{mv} , 它们分别为

$$K_{mh} = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta^2} K_m, \quad (32)$$

$$K_{mv} = \frac{\Delta z^2}{\Delta^2} K_m. \quad (33)$$

对热量湍流交换系数 K_h , 类似地分解为 K_{hh} 和 K_{hv} , 且由(28)式, 有

$$K_{hh} = 3K_{mh}, \quad (34)$$

$$K_{hv} = 3K_{mv}. \quad (35)$$

另外, 在对(31)式的实际计算中, 模式中采用对流风场(扰动风场)的形变张量 T_{Def}^* 来代替总风场的形变张量 T_{Def} . 这是因为在对流风暴的环境中, 常常存在较强的垂直风切变, 特别在低层(低空急流)和高层(高空急流), 用式(29)式来计算 K_m 即使在弱的稳定区域里也会有较高的 K_{mv} 值。这显然同实际观测结果不相符合。

2.4 初边值

模式的初值为两部分组成, 即初始环境背景场和初始对流扰动场, 初始环境背景场只是高度的函数, 而初始对流扰动可以是低层的热泡扰动, 也可以是风场的扰动。

模式的侧边界条件采用辐射开边界条件, 而上下边界取刚体边界条件。

2.5 关于气压方程的讨论

正如前面推导所得的方程(10), 在我们的模式里气压扰动量是一个预报变量, 其预报方程中保留了声波, 是一个完全弹性模型。

而在非弹性模式中, 其连续方程为

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0. \quad (36)$$

由动量方程和上面的连续方程消去局地变化, 得到关于 π' 的方程, 它是一个椭圆方程, 所以在非弹性模式中, 气压 π' 是诊断量, 通过求解椭圆型方程来求得。

特别地, 在非弹性模型中用得最多的是 Ogura 和 Phillips^[13]所提出的不可压缩模型和滞弹性模型。前者主要应用于浅薄对流系统, 后者则适合于深厚系统。这两个模型是通过严格的尺度分析法所得, 而在他们的尺度分析中有两条基本的假定: 第一, 位温扰动量与某一常值位温相比为一小量, 即 $\delta\theta/\theta_0 \ll 1$; 第二, 扰动的时间尺度与重力波的时间尺度相当。显然, 由于第一个假定的存在, 实际上是把大气当作一种绝热过程的密度层结。这在浅的干对流过程中此假设可以成立。可是在重力波传播及深厚湿对流过程的研究中, 此假定显然不能维持, 因为对于 10 km 厚的等温气层而言, $\delta\theta/\theta \approx 40\%$ ^[14]。所以, 连续方程的这种处理 (不可压缩近似和滞弹性近似), 尤其是运动方程中气压梯度力项中的 θ 取为常值必将导致较大的误差。这直接造成对中尺度深厚对流系统研究的误差。

这样, 对于非弹性模式来说, 虽然排除了声波, 从而允许在数值积分时可以采用较大的时间步长, 可是由于其模型本身存在着一定的误差, 况且其气压变量需要通过求解三维椭圆型方程而得, 相当费事, 计算量也相当可观。故此, 在我们的模式里虽然积分步长必须取得很小, 可是这可以通过对声波的处理及数值计算技术的改进而节省计算量。

对于气压方程(10)中的右边项 f_p , 通过对式(11)各项大小量级的比较分析^[5], 可以近似地认为

$$f_p \approx \frac{C^2}{c_p \theta_v} \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}. \quad (37)$$

所以, f_p 在方程(10)中主要是热力的影响, 这种热力的影响是一种慢过程, 进一步的分析表明^[5], f_p 在频率方程中的影响很小, 对声波和重力波的影响可以忽略。因此, 在具体的计算中, 气压方程(10)中的右边项 f_p 可以忽略。

3 模式的数值求解

3.1 模式的差分方案

在模式的网格结构的设计上, 选用跳点 C 网格作为模式变量的水平分布形式, 即模式的热力学状态量和水物质量定义在网格元中心, 而速度分量位移半个格距, 即定义在半格点上。类似变量在水平网格的分布形式, 变量在垂直网格上的分布也是一种交错网格, 除了垂直上升速度之外模式所有的变量场定义在网格点上, 而垂直上升速度则定

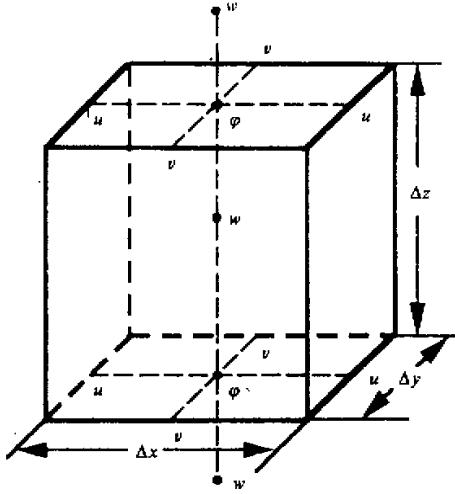


图1 模式的交错网格结构

义在半格点上。图1就是该网格系统中的某一网格元上变量的分布示意图。这样模式中各个变量的计算模拟定义域有所不同:

$$u = u(i, j, k) \begin{cases} i = 1, II + 1, \\ j = 1, JJ, \\ k = 1, KK; \end{cases} \quad (38)$$

$$v = v(i, j, k) \begin{cases} i = 1, II, \\ j = 1, JJ + 1, \\ k = 1, KK; \end{cases} \quad (39)$$

$$w = w(i, j, k) \begin{cases} i = 1, II, \\ j = 1, JJ, \\ k = 1, KK + 1; \end{cases} \quad (40)$$

$$\phi = \phi(i, j, k) \begin{cases} i = 1, II, \\ j = 1, JJ, \\ k = 1, KK. \end{cases} \quad (41)$$

这样,假设 Δx , Δy , Δz 分别为 i, j, k 三个方向上的距离网格距,即水平网格和垂直网格距,那么模拟域在 x, y, z 三个方向上各自的物理长度分别为 $(II-2)\Delta x$, $(JJ-2)\Delta y$, $(KK-2)\Delta z$ 。

模式的基本差分格式为蛙跃格式。由于声波的存在,因而在动量方程和气压方程的求解上采用时间分离方法^[10],即把与声波有关的项采用短时间步长积分,而在短时步中采用时间向前差分格式,并且采用垂直方向半隐式格式来改善计算精度。

3.2 一些数值平滑技术

3.2.1 时间平滑

为了防止时间蛙跃格式可能引起的奇偶步时间分离现象,控制计算模,在模式计算中引入时间平滑算子^[15]:

$$A^t = A^t_* + \alpha(A^{t_*+\Delta t} - 2A^t_* + A^{t_*-\Delta t}), \quad (42)$$

这里的 A^t_* 为未经时间平滑的解, $A^{t_*-\Delta t}$ 为平滑解。这样可以消除 $2\Delta t$ 周期振荡的计算波,其中 α 一般可取 0.1。

3.2.2 非物理湍流平滑方法

模式方程组中的次网格尺度湍流交换项具有实际的物理意义,同时也对模式的非线性计算稳定性和抑制无意义的短波起着重要的作用,但是这只有在 $K_m \neq 0$ 和 $K_h \neq 0$ 的情形下,而在气流的稳定区,主要是在云外的大范围区域,其次网格尺度的湍流交换系数接近于或等于零,使得这些区域产生的无天气意义的计算小扰动得不到应有的抑制。为了抑制小扰动的增长,除了可使用数值空间平滑方法外,这里我们主要介绍非物理湍流方法。

非物理湍流平滑大致可以通过三种方法实现: 基底湍流阻尼、二阶湍流平滑和四阶湍流平滑。基底湍流阻尼即给定人为固定湍流系数 K_{mb} 和 K_{hb} , 在实际应用中, 可以简单地用 $(K_m + K_{mb})$ 和 $(K_h + K_{hb})$ 替代原来的 K_m 和 K_h 。

所谓的二阶(或四阶)湍流平滑方法, 即除了气压方程以外的其余预报方程加上二阶(或四阶)湍流衰减项, 为了保证基本状态场不受影响, 其湍流混合项中的物理量均采用预报量的扰动量。其二阶水平和垂直平滑系数 K_{H2} 和 K_{V2} 分别取为^[5]

$$K_{H2} = \frac{1}{M_2 \pi^2} \frac{\Delta_H^2}{\Delta t} \quad (43)$$

$$K_{V2} = \frac{1}{M_2 \pi^2} \frac{\Delta_z^2}{\Delta t} \quad (44)$$

其中 M_2 为大时间步长的个数, 一般可取 10 或 20, 而 $\Delta_H^2 = \Delta x \Delta y$ 。对于四阶的情形类同。

3.2.3 上边界吸收层

由于模式采用刚性上边界条件会引起垂直上传的声波和重力内波在上边界附近的反射, 为了吸收上传声波和重力内波以及抑制波在上边界的反射, 本模式在上边界附近设立一个海绵过渡层, 在这个过渡层里, 对模式每步解出的垂直速度 $w_k^{t+\Delta t}$ 进行如下定值:

$$\bar{w}_k^{t+\Delta t} = \alpha w_k^{t+\Delta t} + (1 - \alpha) w_1^0, \quad (45)$$

这里 w_1^0 为垂直速度的上边界值, 有 $w_1^0 = 0$, 而

$$\alpha(k) = \begin{cases} 0, & k = 1 \text{ 即上边界处} \\ 1, & k = N \text{ 即过渡层的下边界处} \end{cases}$$

而当 $1 < k < N$ 时, $0 < \alpha < 1$, 取

$$\alpha(k) = \frac{(k-1)^2}{(N-1)^2}, \quad (46)$$

这样

$$\bar{w}_k^{t+\Delta t} = \frac{(k-1)^2}{(N-1)^2} w_k^{t+\Delta t} \quad (47)$$

过渡层的厚度 N 一般取模式垂直高度的 $1/3$ 较适宜。

3.2.4 声波的阻尼和压缩

我们知道, 声波的存在对模式计算的稳定性具有很大的影响。为了阻尼声波和保持计算的稳定性, 对于方程组中与声波有关的气压梯度力项人为地减去散度阻尼项, 即原来方程组中的气压梯度力项 $c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x_j}$ 用 $c_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x_j} - K_D \frac{\partial}{\partial x_j} (V \cdot \vec{V})$ 替代。其中

$K_D \frac{\partial}{\partial x_j} (V \cdot \vec{V})$ 称为散度阻尼项, K_D 为阻尼系数:

$$K_D = \alpha \frac{\Delta^2}{\Delta\tau}, \quad (48)$$

其中, $\Delta = \min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, $\Delta\tau$ 为小时步长, α 为大于零的任意常数, 一般取 $0 < \alpha < 0.05$.

声波的压缩就是人为地减慢模式中的平均声速, 即原来的气压方程(10) 变为

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} + \delta^2 \frac{\bar{C}^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}_v^2} \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{\theta}_v u_j) = f_p \quad (50)$$

这里的 δ 为声波的压缩系数, 必须满足 $\delta^2 \leq 1$, 其典型值可取为 $1/3 \leq \delta \leq 1$.

3.3 模式差分方案的稳定性分析

本节试图分析模式差分格式的计算稳定性问题。我们所建立的模式是一个非线性复杂系统, 即使是线性化, 也会具有复杂的解。因而, 我们只讨论了模式中某些主要项差分格式的计算稳定性问题。包括水平和垂直平流项的差分格式、气压梯度力项和散度项以及次网格湍流项的差分格式^[7]。分析表明, 模式在大时步里采用时间中央差, 而水平和垂直平流项采用空间中央差, 次网格湍流项采用 $t-1$ 时刻的物理量进行计算, 这种差分方案是计算稳定的; 而对于小时步的计算, 时间积分格式为前差, 而散度项为隐式求解, 经过分析, 这种计算方案也是稳定的。所以, 可以认为模式的差分格式在满足一定的条件 (主要是时间步长的限制) 之下是计算稳定的。当然, 这只是分析模式中主要项差分格式的线性稳定性问题, 而对于模式差分方案的整体守恒性以及非线性的计算稳定性问题还有待于以后进一步的分析。

4 结语

为了预报中- β 尺度天气系统, 研究对流风暴系统的发生、发展、演变和结构以及与环境场的相互作用, 本文介绍了一个三维非静力可压缩弹性模式, 模式主要侧重于动力学框架的完整性, 而对微物理过程只考虑对风暴系统短时预报有重要意义的一些因子, 从而较大地简化了模式的参数化过程。对声波的处理除了采用时间分离解法以外, 还采用了声波的阻尼和压缩等数值计算技术, 因而大大地节省了计算量, 更加适合于国内现有的计算机条件。

关于模式的基础试验结果将在第二部分给出。

参 考 文 献

- 1 陶诗言, 1986, 临近预报和超短期预报方法, 天气学的新进展讲座文选, 气象出版社, 99~119.
- 2 吴正华, 丁一汇, 1992, 甚短期天气预报, 气象出版社, 174pp.
- 3 王东海, 周晓平, 1992, 风暴临近数值预报的可能性, 科学通报, 23, 2159~2161.
- 4 周晓平, 赵思雄, 张可苏, 刘苏红, 张宝严, 1988, 一个东亚季风区的暴雨数值预报模式, 大气科学特刊, 60~78.
- 5 王东海, 1994, 对流风暴数值预报模式及其模拟研究, 中国科学院大气物理研究所博士论文, 218pp.
- 6 许焕斌, 王思薇, 1990, 三维可压缩大气中的云尺度模式, 气象学报, 48, 80~90.

- 7 王 谦、胡志普, 1990, 三维弹性大气模式和实测强风暴的模拟, 气象学报, **48**, 91~101.
- 8 孔凡铀、黄美元、徐华英, 1990, 对流云中冰相过程的三维数值模拟, 大气科学, **14**, 441~453.
- 9 周晓平、张 洪, 1991, 三维非静力可压缩相变流体的数值模拟, 空气动力学学报, **9**, 104~111.
- 10 Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson, 1978, The simulation of three-dimensional convective storm dynamics, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1070~1096.
- 11 张可苏、周晓平, 1980, 非静力平衡模式中动力惯性波的频谱、结构和传播特征, 第二次全国数值天气预报会议论文集, 科学出版社, 196~206.
- 12 Soong, S. T. and Y. Ogura, 1973, A comparison between axisymmetric and sub-symmetric cumulus cloud models, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 879~893.
- 13 Ogura, Y. and N. A. Phillips, 1962, Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **19**, 173~179.
- 14 孙立源, 1992, 深厚中小尺度系统的动力学与数值计算, 中国科学院大气物理研究所博士论文, 71pp.
- 15 Robert, A. J., 1966, The integration of a low order spectral form of the primitive meteorological equations, *J. Meteor. Soc. Japan*, **44**, 237~245.

Study on the Very Short-Range Storm Numerical Forecasting Model Part I: Theoretical Frame

Zhou Xiaoping and Wang Donghai

(Institute of Atmospheric physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract The main purpose of this paper is to develop a convective storm numerical forecasting model (meso- β nowcasting or very short-range numerical model), which can be used for research and prediction of the meso- β scale weather systems in the future. The dynamic frame of the model is a three-dimensional, nonhydrostatic and compressible fluid system. A time-split numerical method, damping and compressing techniques are used to reduce the sound waves. Only the important microphysical processes responsible for the storm system development and the simplest model parameterization have been introduced.

Key words storm numerical forecasting model nonhydrostatic compressible and elastic model meso- β scale weather system theoretical frame of the model