

# 一种渐变网格方案及其 与嵌套网格方案的比较\*

游性恬

(北京气象学院, 北京 100081)

**提 要** 本文给出了一种渐变网格及其相应的数值积分方案, 并利用线性平流方程, 分别采用该渐变网格、不等距网格和3种嵌套网格共5种方案进行数值试验。结果表明, 在套网格方案中, 采用精度较高且截断误差相近的不同格式进行嵌套计算误差较小; 而变网格(包括渐变网格和不等距网格)方案既能简化积分过程, 又能避免反射波, 从而明显地提高了计算精度

**关键词** 渐变网格 嵌套网格 反射波

## 1 引言

数值天气预报中差分格式截断误差的主要部分是空间微商截断误差。为了减少这类误差, 可以采用提高空间分辨率或改用更精确的差分格式等方法。但是水平空间分辨率加密一倍则计算量约增加到8倍。由于计算机运行速度及预报时效的限制, 计算量的激增必然影响到对复杂模式和初值化、参数化方案的选用; 而提高差分格式的精度则不仅增加计算量, 还往往要求更多、更复杂的边界条件, 并可能导致计算不稳定。于是Richardson<sup>[1]</sup>早就提出了用不均匀网格作预报的设想, 但直到60年代初期才开始进行有关的数值试验, 到70年代中期才开始应用于业务预报。目前一般是采用嵌套网格作有限区域的业务预报, 即对所关心的局部地区加密网格, 而其他的大范围仍采用粗网格, 同时粗网格给细网格提供随时间变化的水平侧边界(即内边界)值。从而使主要预报区域的分辨率和预报质量大大提高, 同时计算量又不增加太多<sup>[2]</sup>。但是由于在两种网格上的计算精度甚至差分格式都不相同, 因而往往在内边界附近激发出明显的反射波, 严重地影响了细网格的预报效果。为此必须改进粗、细网格的数值计算方法, 以抑制内边界附近的气象噪音。本文以线性平流方程为例, 采用一种逐渐变化的网格分布和相应的渐变网格格式, 以及二阶、四阶、等距和不等距的3次Spline差分格式共5种方案, 进行数值积分, 分析比较它们的预报误差。

## 2 准确解

### 一维线性平流方程

1994-09-08收到, 1994-12-08收到修改稿

\* 本文由“八五”攻关课题85-906-04-02资助

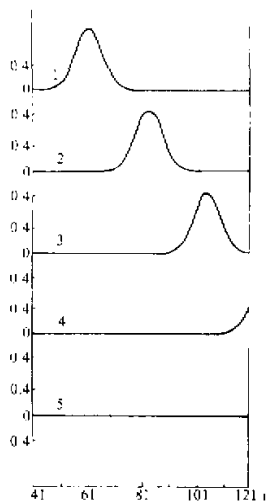


图1 准确值 $u_i(t)$ 的分布  
横坐标为细网格格点序号  
 $i$ 值(下同), 曲线1~5分别对应  
于 $t=0, 6, 12, 18, 24$  h

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

其中  $C = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。(1)式的准确解可为

$$u(x, t) = \exp\{ - [(B + x - Ct)k]^2 \}. \quad (2)$$

(2)式在网格点 $x_i$ 上值为

$$u_i(t) = \exp\{ - [B + x_i - Ct]k^2 \}, \quad (i = 1, \dots, 101) \quad (3)$$

这里,  $k = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ ,  $x_i = (i-1) \times D_{XL}$  ( $i = 1, \dots, 101$ ),  $D_{XL} = 100 \text{ km}$ , 为大网格格距,  $B = -5 \times 10^6 \text{ m}$ , 使初始时刻准确解的波峰位于计算范围的中点。 $u(x, t)$ 的量纲为  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 为简单起见, 假设其最大振幅为1。

将  $i = 21 \sim 81$  之间的格点加密一倍即为细网格区域 (见表1)。细网格格距  $D_{XS} = 50 \text{ km}$ , 为粗网格的一半。在细网格范围内准确解的形式仍为(3)式, 只是  $x_i = (i-1) \times D_{XS}$  ( $i = 1, \dots, 121$ );  $B = -3 \times 10^6 \text{ m}$ , 以保持细网格准确解的波峰仍在计算范围的中点, 与粗网格一致。由(3)式计算出当  $t = 0, 6, 12, 18, 24, 30$  小时细网格的准确值  $u_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, 121$ )。图1给出了细网格  $i = 41 \sim 121$  范围内、当  $t = 0, 6, 12, 18$  和  $24$  小时的准确值  $u_i(t)$  的分布。积分第30小时波动已移出细网格范围, 图略。

表1 粗、细网格格点的对应关系

| $i$ | 粗网格 | 1 | 11 | 21 | 31 | 41 | 51 | 61 | 71  | 81  | 91 | 101 |
|-----|-----|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|----|-----|
|     | 细网格 |   |    | 1  | 21 | 41 | 61 | 81 | 101 | 121 |    |     |

### 3 计算方案

#### 方案1 渐变网格格式

采用廖沿贤设计的渐变网格坐标

$$x = S + A \sin \frac{2\pi S}{L}, \quad (4)$$

离散后相应的网格点为

$$x_i = S_i + A \sin \frac{2\pi S_i}{L}, \quad (i = 1, \dots, 101) \quad (5)$$

其中,  $L$  取为  $10000 \text{ km}$ ,  $S_i$  为等距网格,  $S_i = (i-1) \times D_S$ ,  $D_S = 100 \text{ km}$ ;  $A$  表示渐

变网格 $x_i$ 格距变化的程度。 $A$ 愈大,则 $x_i$ 变化的幅度也愈大。当 $A$ 分别等于400或800时,相应的 $S_i$ 、 $x_i$ 和 $\Delta x_i$ 的值见表2,其中 $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ 。由表2可见,渐变网格 $x_i$ 的分布为中间密( $\Delta x_i$ 小)两端稀( $\Delta x_i$ 大),逐渐变化,与多层嵌套网格水平格距的变化趋势一致。

表2 渐变网格格距 (单位: km)

| $i$   |     |              | 2   | 12   | 22   | 32   | 42   | 51   | 61   | 71   | 81   | 91   | 101   |
|-------|-----|--------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $S_i$ |     |              | 100 | 1100 | 2100 | 3100 | 4100 | 5000 | 6000 | 7000 | 8000 | 9000 | 10000 |
| $A$   | 400 | $x_i$        | 125 | 1355 | 2487 | 3472 | 4314 | 5000 | 5765 | 6620 | 7620 | 8765 | 10000 |
|       |     | $\Delta x_i$ | 125 | 120  | 107  | 92   | 79   | 75   | 79   | 92   | 107  | 120  | 125   |
|       | 800 | $x_i$        | 150 | 1610 | 2875 | 3844 | 4529 | 5000 | 5530 | 6239 | 7239 | 8530 | 10000 |
|       |     | $\Delta x_i$ | 150 | 140  | 114  | 83   | 58   | 50   | 58   | 83   | 114  | 140  | 150   |

由(4)式有

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial x} = \left(1 + A \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi S}{L}\right)^{-1} \frac{\partial u}{\partial S} = E(S) \frac{\partial u}{\partial S}, \tag{6}$$

其中,

$$E(S) = \left(1 + A \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi S}{L}\right)^{-1}. \tag{7}$$

由(6)式得出:对不等距网格变量 $x$ 的微商可以通过对等距网格变量 $S$ 的微商来表示。即在渐变网格上计算 $(\partial u / \partial x)_i$ 的问题可以归结为在均匀网格上计算 $(\partial u / \partial S)_i$ 的问题。(4)式代入(2)式中,则函数值 $u(x, t)$ 的准确解为

$$u[x(S), t] = \exp\{ - [(B + S + A \sin \frac{2\pi S}{L} - Ct) \times k]^2 \}, \tag{8}$$

它在网格点 $i$ 上的值即

$$u_i(t) = \exp\{ - [(B + S_i + A \sin \frac{2\pi S_i}{L} - Ct) \times k]^2 \}, \quad (i = 1, \cdots, 101) \tag{9}$$

由(9)式可计算出 $t=0\sim 30\text{ h}$ 每隔6 h渐变网格 $x_i$ 上的准确值 $u_i(t)$ 。

将(6)式代入(1)式、且空间差商和时间积分都取二阶中央差格式,可得差分近似计算式

$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} - \lambda_1 E_i (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n), \quad (i = 2, \cdots, 100) \tag{10}$$

其中,  $\lambda_1 = C \times D_T / D_S$ ,  $D_T = 10\text{ min}$ ,  $E_i = \left(1 + A \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi S_i}{L}\right)^{-1}$ 。初始值和边界值都取为准确值。时间积分第一步用向前差,然后采用中央差,由(10)式可算出0~30 h每隔6 h渐变网格的差分近似值及其误差(误差=差分近似值-准确值,下同)

方案2 二阶蛙跃格式

对粗网格,空间微商取中央差格式,时间积分采用蛙跃格式,时间步长 $D_{T1} = 10\text{ min}$ ,由(1)式可得差分方程

$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} - \lambda_1 (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n), \quad (i = 2, \dots, 100) \quad (11)$$

其中  $\lambda_1 = C \times D_{TL} / D_{XL}$ 。初始值、边界值和起步时间积分均同方案 1。用(11)式积分 30 h, 记下每个时间步长的  $i=21$  和 81 两点的预报值作为细网格积分时的水平侧边界(即内边界)值。

对细网格, 取时间步长  $D_{TS} = 5 \text{ min}$ 。粗网格相邻时间步长之间的内边界值由线性内插而求得。初始场及时间积分格式与粗网格类似, 计算出  $t=6, 12, 18, 24, 30 \text{ h}$  的差分计算近似值及其误差。

### 方案 3 等距三次 Spline 格式

该方案中细网格函数值的计算同方案 2。粗网格上的计算则利用等距三次 Spline 函数, 且采用一阶单向差确定边界值的方法而求得。

设  $(\partial u / \partial x)_i = m_i$ , 则由(1)式有

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i^n = -C m_i^n, \quad (i = 1, \dots, 101) \quad (12)$$

根据 Spline 函数在连接处具有一阶和二阶连续微商的光滑性条件, 在等距格点的情况下则有<sup>[3]</sup>

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = \frac{3}{D_{XL}} (u_{i+1} - u_{i-1}), \quad (i = 2, \dots, 100) \quad (13)$$

由(12)、(13)两式可得

$$u_{i-1}^{n+1} + 4u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1} = G_i, \quad (14)$$

其中,

$$G_i = -6\lambda(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + u_{i-1}^{n-1} + 4u_i^{n-1} + u_{i+1}^{n-1}, \quad (15)$$

$\lambda$  取值同前。(14)式的系数矩阵为对角占优的三对角矩阵, 可用追赶法求得  $u_i^{n+1} (i=2, \dots, 100)$ 。

### 方案 4 四阶差分格式

该方案中计算粗网格函数值时, 空间微商  $(\partial u / \partial x)_i$  取 4 阶中央差格式近似, 其他均同方案 2, 可得

$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} - \lambda \left[ \frac{4}{3} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) - \frac{1}{6} (u_{i+2}^n - u_{i-2}^n) \right]. \quad (16)$$

### 方案 5 不等距 3 次 Spline 格式

在整个粗网格范围内采用不同的空间格距, 即当  $i=1 \sim 21$  和  $81 \sim 101$  时  $D_X = D_{XL} = 100 \text{ km}$ ; 当  $i=21 \sim 81$  时,  $D_X = D_{XS} = 50 \text{ km}$ (见表 1)。利用 Spline 函数在连接处二阶导数连续的性质, 并取在积分区域两端点二阶导数为零的边界条件, 可以导出在不等距情况下求  $m_i = (\partial u / \partial x)_i$  的递推公式<sup>[4, 5]</sup>。其他同方案 2。

## 4 分析和讨论

为便于比较,我们先分析套网格方案2~4的误差。图2为细网格 $i=41\sim 121$ 范围内的初始值(曲线1)以及由方案2计算的 $t=6\sim 30\text{ h}$ 内每隔6h的差分近似值。由图2和图1比较看出:在积分前12h二者非常一致,说明差分计算相当准确;12h以后,波动到达内边界附近,出现了明显的反射波。图3a给出了分别相应的 $t=12, 18, 24, 30\text{ h}$ 的差分解误差,它清楚地显示出反射波的出现和传播。图3b为方案4的计算误差。由图3a、b看出,四阶差分方案比二阶中央差格式要准确得多。方案3的误差介于方案2和方案4之间(图略)。由上可见,嵌套网格的差分解由于粗、细网格的空间格距、时间步长以及差分格式不同,导致计算的精度也不同,因而在内边界上形成反射波,产生计算误差。

表3给出了细网格范围内方案1~5积分分别为12和30h的均方根误差( $\sigma$ )和最大绝对误差( $\Delta$ )。

比较表3中套网格方案2~4的误差,我们看出:

(1) 积分前12h,波动解还未传播到右侧内边界,差分解的误差很小。在表3中当 $t=12\text{ h}$ ,方案2~4的均方根误差和最大绝对误差都取相同的较小值(分别为0.016和0.090),这显然是细网格计算中蛙跃格式本身固有的误差。随着积分时间的增加,内边界上出现了反射波,导致二阶中央差格式(方案2)的误差最大,四阶中央差格式(方案4)的误

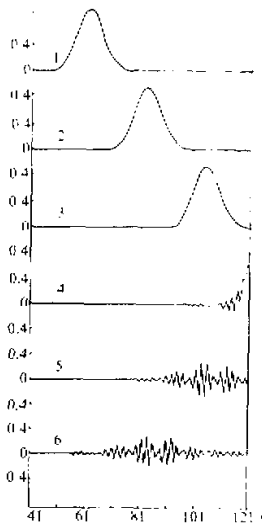


图2 初始值以及由方案2计算的差分解  
曲线1~6分别相应 $t=0, 6, 12, 18, 24, 30\text{ h}$

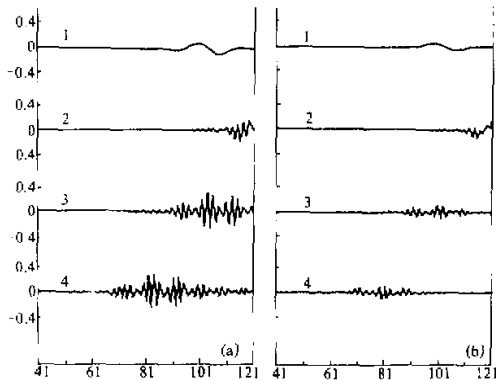


图3 方案2和方案4的计算误差

(a) 方案2; (b) 方案4

曲线1~4分别对应 $t=12, 18, 24, 30\text{ h}$

差最小;且积分时间愈长三者差别愈大。到积分30h,方案2的均方根误差分别为方案3和方案4的2.2和3.6倍,或方案4的均方根误差分别为方案2和方案3的28%和62%。

差分格式的误差主要是截断误差。二阶和四阶中央差格式截断误差的绝对值分别为 $d^2 f^{(3)}/6$ 和 $d^4 f^{(5)}/30$ 。设粗网格格距 $d=1$ ,且 $f^{(3)} \approx f^{(5)}$ 。本文中细网格格距为粗网格的一半,即为0.5。由此可以估计粗、细网格分别取二阶中央差格式和粗网格取四阶中央差格式的截断误差之比为 $0.1667:0.0417:0.0333=$

表 3 方案 1~5 的均方根误差( $\sigma$ )和最大绝对误差( $\Delta$ )

| $t$ (h) | 方案<br>统计量 | 1         |           | 2      | 3      | 4      | 5      |
|---------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|--------|--------|
|         |           | $A = 800$ | $A = 400$ |        |        |        |        |
| 12      | $\sigma$  | 0.0222    | 0.0358    | 0.0160 | 0.0160 | 0.0160 | 0.0032 |
|         | $\Delta$  | 0.2245    | 0.2304    | 0.0900 | 0.0900 | 0.0900 | 0.0200 |
| 30      | $\sigma$  | 0.0108    | 0.0038    | 0.0658 | 0.0297 | 0.0183 | 0.0004 |
|         | $\Delta$  | 0.0501    | 0.0339    | 0.3035 | 0.1624 | 0.1151 | 0.0002 |

4.0:1.0:0.8。由此可见,细网格的二阶中央差格式和粗网格的四阶中央差格式的截断误差都较小(1.0:0.8)且二者数值接近,所以用四阶格式计算的粗网格值作为细网格的边界值(即方案 4)在内边界附近导致的误差连续性小,相应的反射波则弱(图 3b),总的误差自然也小。而粗网格的二阶中央差格式截断误差大,是细网格的 4 倍,因而在内边界附近误差的不连续性和反射波都很明显(图 3a),总的误差也大。

(2) 粗网格用等距 3 次 Spline 差分格式计算(即方案 3)的预报误差比方案 2 要小(这与二种格式的不同精度相一致),但比方案 4 大。上述后者与陈雄山<sup>[6]</sup>的结论有所不同,这是由于讨论对象的波长不同的缘故。在陈雄山的试验里,对半径为 4 倍格距的圆锥进行数值积分得出:3 次样条方案的精度仅次于谱导数方案而胜于二阶和四阶方案。在上述套网格方案的计算中,波长  $L \approx 2000 \text{ km} \ll \Delta x$ (因为  $\Delta x$  即  $D_{XL}$  或  $D_Y$ , 为 100 或 50 km; (2) 式中取  $k = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$  就是由  $k = 2\pi/L$ , 且设  $L \approx 2000 \text{ km}$  而近似得出)。翟子航、吕美仲<sup>[7]</sup>对平流方程(1)式通过分析和计算指出:使用样条差分格式算出的波动传播速度比中央差格式要准确得多;与四阶差分格式比较,在短波部分(波长为 3~6 倍格距)样条格式比四阶格式要准确,但对长波部分(波长在 6 倍格距以上)则四阶格式的效果更好。这正与我们的结果一致。

以下讨论变网格方案 1 和方案 5 的误差。它们都是在整个积分区域上用一组变化的网格,积分一次即可算出细网格的预报值。这样既免去了粗、细网格嵌套积分的麻烦,从而大大节约了计算量;又没有内边界附近的反射波问题,从而使预报误差减少,且积分时间愈长相差明显。

(1) 不等距 Spline 方案(方案 5)误差最小。从表 3 看到:积分 30 h 方案 5 的  $\sigma$  和  $\Delta$  比方案 2~4 都小 2~3 个量级,比方案 1 也小 1~2 个量级。可见将不等距的 3 次样条函数应用于预报积分有相当高的精度,且预报场光滑,已被用于具体的天气预报中<sup>[3, 7]</sup>。但是它的计算量大,每步时间积分都要用追赶法解联立方程组。各方案积分 30 h 所需 CPU 时间以及仅其中的运行步骤所需 CPU 时间相对于方案 2 之比值见表 4。从表 4 看到,这两种 CPU 时间值均是方案 5 最大。尤其是运行 CPU 时间,方案 5 约为方案 2 的 3.5 倍,比其他各方案也高出一倍多。因此随着积分时间的增加,方案 5 所花费的 CPU 时间将猛增。同时该方案对稳定性条件也要求更为严格,在相同情况下  $\Delta t$  要取得小些<sup>[8]</sup>。例如,在上述计算中方案 2~4 中的粗网格以及方案 1 中  $\Delta t$  均为 10 min,而方案 5 只能为 7.5 min,否则将出现计算不稳定。因此,受预报时效的影响,大大限制了方案 5 的业务应用。

表 4 积分 30 h 各方案 CPU 时间相对于方案 2 之比值

| 方案<br>类型  | 1       |         | 2     | 3     | 4     | 5     |
|-----------|---------|---------|-------|-------|-------|-------|
|           | $A=800$ | $A=400$ |       |       |       |       |
| 总 CPU 时间  | 0.960   | 0.939   | 1.000 | 1.119 | 1.076 | 1.256 |
| 运行 CPU 时间 | 1.586   | 1.414   | 1.000 | 1.586 | 1.354 | 1.448 |

(2) 渐变网格方案 1 的精度虽然比不上方案 5, 但是它也表现出很大的优越性, 不失为一种较好的计算细网格预报值的方法。以  $A=800$  情况为例, 积分 30 h 方案 1 的  $\sigma$  和  $\Delta$  分别约为方案 2~4 的 16%~60% 和 17%~43% (见表 3); 同时它的运算 CPU 时间不到方案 5 的一半, 它的总 CPU 时间甚至比方案 2 还略小些 (见表 4)。这主要是由于该方案不需嵌套和迭代计算, 从而明显地节约了程序的编辑时间 (后者仅为方案 2 的 84%)。

(3) 由 (10) 式可知, 方案 1 本质上仍是采用蛙跃格式, 因此它也有二阶中央差格式的一般缺点, 即截断误差与空间格距的大小密切相关。图 4a、b 分别为当  $A=800$  和 400 时方案 1 的误差曲线。由图 4 看到: 在积分的前 12 h, 随着波的东移, 误差逐渐增大。这时方案 1 的误差比方案 2~4 都大 (参见表 3), 且  $A=400$  时的误差比  $A=800$  时的更大, 出现时间也更早, 位相更落后 (比较图 4a、b 中曲线 1、2)。这种误差的数值增大、时间提早及位相落后的情况对于单纯粗网格 ( $D_{XL}=100$  km) 的预报结果表现更甚 (图略)。这是与它们网格距大、小的变化相一致。由表 2 看到, 当  $i=32\sim 71$ ,  $\Delta x_i$  值在粗、细

网格距之间, 即  $50 \leq \Delta x_i < 100$ , 且有  $\Delta x_i (A=400) > \Delta x_i (A=800)$ 。积分前 12 h 波动传播正好在此网格点范围内, 故相应方案 1 的计算误差大于方案 2~4, 且方案 1 中  $A=400$  的误差大于  $A=800$  的相应值, 同时它们又都小于单纯粗网格的计算误差, 因为这种误差是由差分方法中的截断误差以及由此而此起的短波分离现象所造成。

以线性平流方程 (1) 式为例, 对时间和空间微商都取中央差格式, 可以导出差分近似解的相速度  $C_E$  与准确解的相速度  $C$  之比值  $R^{[9]}$  及近似解的群速度  $C_{gE}^{[10]}$  为

$$R = C_E / C = \{\arcsin [\lambda \sin(2\pi\Delta x / L)]\} / (\lambda 2\pi\Delta x / L), \quad (17)$$

$$C_{gE} = C \cos(2\pi\Delta x / L) / \{1 - [\lambda \sin(2\pi\Delta x / L)]^2\}^{1/2}, \quad (18)$$

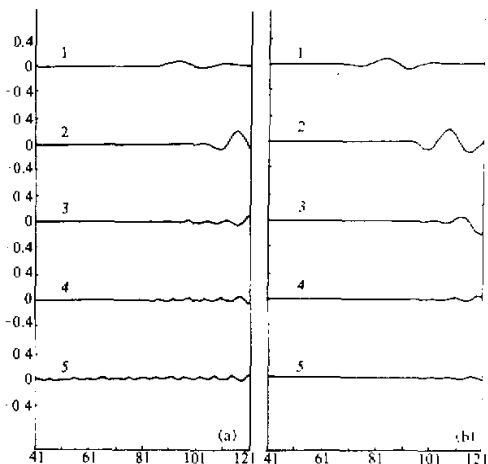


图 4 方案 1 的计算误差

(a)  $A=800$ ; (b)  $A=400$  h 曲线 1~5 分别对应于  $t=6, 12, 18, 24, 30$  h

其中  $\lambda = CA\Delta t / \Delta x$ 。由于(17)式中  $R$  值恒小于 1, 且当  $\Delta x / L$  的值愈大则  $R$  值愈小, 则当格距愈大或波长愈短, 则波速被虚假地歪曲愈严重, 移动偏慢愈明显。同时由(18)式得出: 当  $C > 0$ ,  $\lambda \leq 1$ , 且  $L < 4\Delta x$  时, 则短波能量向相反方向传播。因此随着积分时间的增加, 短波在上游被虚假地分离出来。由此可见, 为了提高预报准确性, 必需缩小网格距; 为使计算量增加不致于过大, 采用变网格方法可能比套网格方法更为简便和准确。尤其是使用渐变网格(方案 1), 既能一次算出细网格上的预报值, 避免反射波, 同时又不像函数方法每步都要迭代求解。

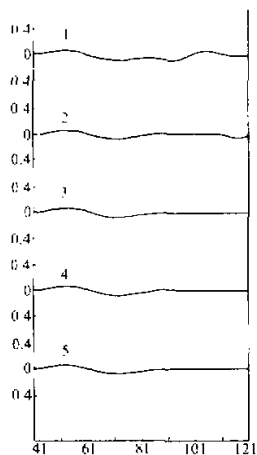


图 5 同图 4a, 但空间微商取准确值

比较图 3 和图 4 还可看出: 对嵌套网格方案 2~4, 误差的主要来源是二倍格距的反射波。这种波振幅较大而波长短, 比较容易消除, 例如采用适当系数的平滑算子就能消去 2 倍格距波。而方案 1 的误差主要是由于上述短波分离加上(10)中  $E_j$  的影响而导致, 它的振幅较小而波长较长(见图 4), 要消除是很困难的。一般要通过缩短格距的方法来抑制它。这种误差对方案 2 和方案 4 当然也存在, 只是由于在细网格范围格距较小, 因而这种误差的值也小; 且反射波又很强, 因而被掩盖掉了。

随着积分时间的增加, 方案 1 中  $A=400$  的误差迅速地小于  $A=800$  的值。积分 30 h 后者的  $\sigma$  约为前者的 2.8 倍(见表 3)。这显然是由于  $A=400$  时的网格距  $\Delta x_i$  的变化幅度较小且逐渐变得小于  $A=800$  时的  $\Delta x_i$  值。可见对于渐变网格, 当格距变化的幅度愈大则计算误差也愈大。

图 5 给出了当(6)式中  $\partial u / \partial x$  取准确解(7)式, 且  $A=800$  时的方案 1 误差分布。由图看到, 仅由时间积分而引起的误差很小。从而再次表明: 差分近似计算的误差主要由空间微商项的差分截断引起。

## 5 结论

(1) 粗、细网格嵌套计算中, 两种网格上所用差分格式的截断误差愈小且相互愈接近, 则内边界上的反射波愈弱, 误差也就愈小, 计算愈准确。

(2) 变网格(包括渐变网格和不等距网格)格式避免了粗、细网格的嵌套计算, 积分一次就能算出细网格上的预报值。因而简化了计算过程, 又不会出现内边界上的反射波。其中不等距的 Spline 方案精度最高, 但是它在每个时间步都要迭代求解, 计算量很大。本文给出的渐变网格格式既具有变网格的一般优点, 又不存在迭代问题, 计算量增加不多, 误差却大大减少, 表现出明显的优越性。

(3) 渐变网格格式可以通过改变控制参数来选取适当大小的逐渐变化的格距。当网格距及其变化愈小时, 稳定积分后的误差也愈小。

最后应该指出, 以上结果是以线性平流方程为例得出的, 而同一形式的差分方案对

不同类型的方程往往会有不同的效果, 虽然平流方程在气象上是有一定代表意义的。

致谢: 衷心感谢廖洞贤研究员对本人的指导和帮助。

### 参 考 文 献

- 1 Richardson, C.F., 1922, *Weather Prediction by Numerical Process*, Cambridge Univ. Press, London. Reprinted by Dover.
- 2 廖洞贤、王尚铭, 1986, 数值天气预报原理及其应用, 气象出版社, 237~249.
- 3 郑良杰, 1984, 二维三次样条函数在正压移动套网格数值预报模式中的应用试验, 数值天气预报文集, 气象出版社, 97~109.
- 4 徐萃薇编, 1985, 计算方法引论, 高等教育出版社, 39~46.
- 5 Price, G.V. and A.K. Macpherson, 1973, A numerical weather forecasting method using cubic splines on a variable mesh, *J. Appl. Meteor.*, **12**, 1102~1113.
- 6 陈雄山, 1980, 平流方程的数值研究, 第二次全国数值天气预报会议文集, 科学出版社, 329~330.
- 7 翟子航、吕美仲, 1980, 样条函数格式在数值天气预报中的应用, 中国人民解放军空军气象学院学报, No.1, 1~7.
- 8 廖洞贤、张光智, 1980, 关于在数值预报中引用样条函数后出现的计算稳定性问题, 第二次全国数值天气预报会议论文集, 科学出版社, 322~324.
- 9 Phillips, N.A., 1973, Principles of large scale numerical weather prediction, in: *Dynamical Meteorology*, Ed., P. Morel, Dordrecht-Holland, D. Reidel Publishing Co., 1~96.
- 10 Grotjahn, R. and J. J. O'Brien, 1976, Some inaccuracies in finite differencing hyperbolic equations, *Mon. Wea. Rev.*, **104**, 180~194.

## A Gradually Variational Grid Scheme and in Comparison with Nested Grid Methods

You Xingtian

(Beijing Meteorological College, Beijing 100081)

**Abstract** In this paper a gradually variational grid scheme has been presented and a set of numerical experiments on 5 schemes nested grid and variational grid are carried out with linear advection equation. The results show that the prediction is more precise when the truncation errors of difference methods are smaller and close to each other for the large grid and the small one in the nested grid schemes; while the variational grid scheme is adopted, the computational accuracy is much improved as the integration process is simplified and the reflected waves are avoided.

**Key words** gradually variational grid nested grid reflected wave