

多网格法在长期数值天气预报模式中的应用

余康元

胡增臻

(北京气象学院, 北京 100081)

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

摘 要 本文在简要介绍了多网格法的基本思想和本文所用的经改进的地气耦合非定常距平模式的基础上, 用多网格法求解地气耦合非定常距平模式中的位势倾向方程—椭圆型方程。通过对 1982~1989 年 6~8 月的北半球环流季节预报试验表明, 由于使用多网格法, 迭代精度提高了, 克服了原模式预报的距平场过分光滑振幅偏小的缺点, 很好地解出了模式中对长期天气预报起关键作用的大尺度低频信号。在高低两种精度下进行的比较试验表明: 多网格法较逐步超松弛法可以使计算速度提高 1 倍以上。高精度较低精度多网格法更为有效。

关键词 多网格法 长期数值天气预报模式 季节预报 逐步超松弛

1 引言

数值天气预报已成为短、中期天气预报业务的主要工具。目前越来越多的研究转向了长期数值天气预报方法的研究。长期(月、季)数值天气预报是 WCRP 的 3 个主攻方向之一。准确的长期天气预报可以为减灾抗灾提供科学依据。同短、中期数值天气预报一样, 长期数值天气预报准确率的提高, 除了依赖于我们对大气运动规律认识的加深、探测资料的增多和质量的提高以及计算机计算能力的提高外, 还依赖于计算方法的发展。在长期数值天气预报中要求解偏微分方程(组)的数值解, 这往往需要解一个规模很大的代数方程组, 而多网格法是一种有很高收敛速度的有效迭代方法。多网格法的收敛速度并不随网格的加密而降低, 这是其它迭代方法望尘莫及的。多网格法应用于计算流体力学的各个方面^[1~4], 在节省 CPU 时间和存贮量等方面显示了优越性。自 1986 年 Ciesielski^[5]将多网格法引入大气科学中以来, 到 1992 年底发表的有关文章不足 10 篇。国内在这方面尚属空白。用多网格法解决的大气科学问题及有关的数学问题有: 热带气旋^[5]、浅水波方程^[6]、Helmholtz 方程^[7]、半地转中的可逆性关系^[8]、痕量气体的径向传输、三维越山气流、热力强迫的径向环流和海洋环流模拟等^[9]。这些问题均较简单, 属于示范性的例子。而本文把多网格法应用到了求解长期数值预报模式中的位势倾向方程(椭圆型方程)这样一个实际问题中, 进行了大气环流的季节预报试验。通过计算表明, 多网格法较逐步超松弛法可节省 CPU 时间、计算速度提高 1~2 倍, 高精度下更为明显。

2 多网格法和长期数值预报模式

1) 多网格法: 多网格算法的基本思想是使用粗网格去传播细网格的修正量, 使不

1993-05-10 收到, 1996-07-08 收到再改稿

定常波动迅速传播出计算区域,从而改进计算定常解的收敛速度^[3]。在网格的格距固定时,高频误差经过几次迭代即可消除,而低频误差要经过许多步的迭代才能消除,因此,对固定的网格距来说,迭代的大部分步数是为了消除低频误差,这需要花费很长的时间,增加很多的计算量,因而严重地限制了迭代法的应用。多网格法的原理就是利用不同的网格距来消除不同频率的误差以达到迭代的加速收敛,减小工作量的目的。有关多网格法的具体情况请参见文献[1~9]。

2) 长期数值预报模式:本文使用的模式是对林本达等建立的地气耦合非定常距平模式^[10]进行改进后的模式,大气分为 300 hPa、500 hPa 和 700 hPa 三层,大气位势高度距平和地表温度距平分别由准地转涡度方程和非绝热的热力学方程来描述,二者通过地气交界面能量平衡的各种物理过程来实现耦合。有关模式方程请见文献[10]。

3 季节预报试验结果

用多网格法和上面介绍的长期数值预报模式做了 1982~1989 年 6~8 月的季节预报试验。本文中使用的五重型 W 网格法即 $33 \times 33 \rightarrow 17 \times 17 \rightarrow 9 \times 9 \rightarrow 5 \times 5 \rightarrow 3 \times 3$,最细网格格距为 540 km;在构造多网格时,我们总是使 Ω 域中的内边界 Γ 位于各层网格线上。由于 $M-1$ 网格点总是 M 网格点上的一个子集,所以,本文在构造限制算子 I_{M-1}^{M-1} 时,采用直接投影法把细网上的函数值转成粗网格点上的函数。在构造插值算子 I_{M-1}^M 时,本文也使用了一种比较简单的方法。

表 1 给出了模式预报准确率和持续性预报准确率。由表中数据可以看出,8 个个例平均的预报准确率不但都高于随机预报 (50%),而且绝大部分都高于持续性预报,模式显示了一定的季节环流预报能力。图 1 是预报的 1987 年 6 月份 500 hPa 高度距平场及实况场。由图可以看出,模式预报位于我国东部、欧洲和北美洲的正距平以及位于巴尔喀什湖、北大西洋和北太平洋的负距平均与实况有较好的对应关系。此外,在模式积

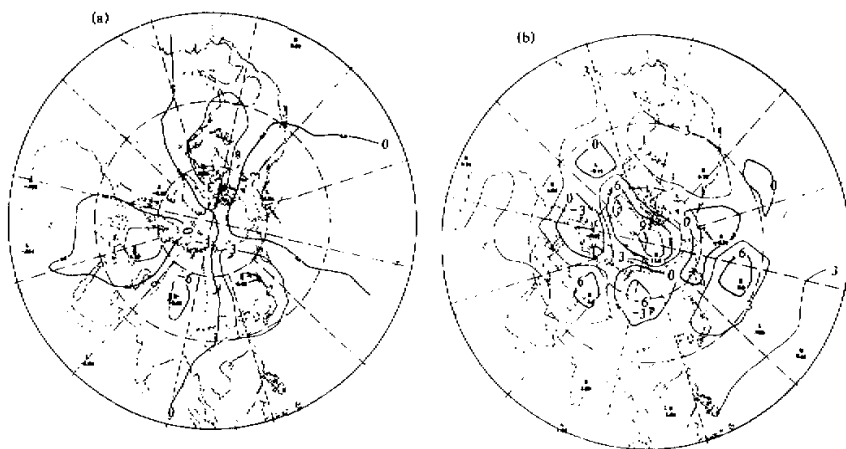


图 1 1987 年 6 月 500 hPa 高度距平场
等值线间隔 3 位势什米,虚线为负;a 为预报,b 为实况

表 1 北半球 300 hPa、500 hPa 和 700 hPa 高度
距平模式预报与实况的符号一致率 (%)

	6 月						7 月						8 月					
	Φ300		Φ500		Φ700		Φ300		Φ500		Φ700		Φ300		Φ500		Φ700	
	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续	预 报	持 续
1982	80	52	80	55	74	64	43	52	44	49	51	44	52	50	59	50	67	53
1983	67	57	68	55	63	54	58	49	55	51	53	51	64	57	65	55	59	52
1984	65	82	64	84	61	85	66	58	65	56	61	51	69	51	71	55	66	52
1985	61	75	60	81	60	84	66	57	62	62	57	66	69	64	55	64	49	62
1986	58	79	60	81	61	84	53	55	53	55	50	61	63	57	63	58	59	58
1987	88	55	84	52	80	53	62	55	51	58	48	57	65	54	65	55	62	52
1988	84	70	76	64	71	57	78	70	68	71	67	68	71	60	56	54	41	49
1989	73	48	57	52	66	63	43	59	47	59	39	67	61	50	57	51	51	47
8 年平均	72	65	68	66	67	68	59	57	56	58	53	58	64	55	61	55	57	55

分过程中并没有采用原模式中的极值订正，而且采用同样的平滑处理，但预报的距平场的振幅却与实况相当。克服了原模式预报的距平场过分光滑振幅偏小的缺点。这说明由于使用多网格法，迭代精度提高了（原模式中的迭代精度为 $0.0025 \text{ GPM/s}^{[10]}$ ，本文中的迭代精度为 10^{-5} GPM/s ），很好的解出了模式中对长期天气预报起关键作用的大尺度低频信号。

为了比较，使用多网格法和逐步超松弛法在两种不同精度下，在 Convex C120 机上分别向前积分一天。表 2 给出了使用的 CPU 时间。由表 2 可以看出，使用多网格法可以使计算速度提高一倍以上。高精度较低精度，多网格法更为有效。通过把迭代公式中的 α^2 放大和缩小进行的数值试验表明， α^2 值的大小对多网格法的加速收敛效率有很大影响，当把 α^2 放大时，加速收敛效率降低，而当把 α^2 缩小时，加速收敛效率增大。这说明加速收敛的效率是与方程本身性质密切有关的。

表 2 模式积分一天使用
CPU 时间 (s) 的比较

方 法	迭代精度	
	$\leq 10^{-5}$	$\leq 10^{-4}$
多网格法	6	7
逐步超松弛法	14	17

4 结论和讨论

本文把多网格法引入到大气科学的一个重要研究课题（长期数值预报）中。季节预报试验的多个个例计算表明，可提高计算速度一倍以上；同时由于迭代精度提高，使得容易解出模式中的低频信号。已有的工作表明不同的问题，采用不同型式的多网格法，节省的 CPU 时间可以从零点几到 100 多倍，节省的贮存量也有很大差异^[9]。本文采用的多网格法在迭代方法、算子 L_M^{M-1} 和 L_M^{M-1} 的构造等方面还有一定的潜力。尚待进一步研究。

目前，多网格法求解椭圆型边值问题已比较成熟，而求解非线性、非椭圆（抛物线、依时、本征值分歧等）问题以及求解积分方程等问题的多重网格法有效算法的研究是正在发展又很重要的课题。多网格法节省计算机时间和存贮量、计算量仅与未知数的

个数 N 成正比、计算稳定性好可增大积分的时间步长、在向量机或并行计算机上使用更为有效以及它的通用性等特点^[11], 决定了多重网格法适合于我国计算机资源有限这一现实, 以及在大气科学和其它领域中的应用将有良好前景。

参 考 文 献

- 1 邱希春、薛友义, 1991, 多重网格法在反应堆扩散方程中的应用分析, 计算物理, 8, 387~394.
- 2 应隆安, 1992, 无限元多重网格算法, 计算数学, 14, 118~126.
- 3 张耀科、祁昌军, 1992, 用多重网格技术求解平面叶栅跨音绕流, 计算物理, 9, 147~153.
- 4 顾丽珍、包维柱, 1992, 有限体积分和多重网格法求解不可压缩 Navier-Stokes 方程, 计算物理, 9, 464~468.
- 5 Ciesielski, P., S. Fulton and W. Schubert, 1986, Multigrid solution of an elliptic boundary value problem from tropical cyclone theory, *Mon. Wea. Rev.*, 114, 797~807.
- 6 Barros, R., P. Dee and F. Dickstein, 1990, A multigrid solver for semi-implicit global shallow models, *Atmos. Ocean*, 28, 24~47.
- 7 Bowman, K. and J. Huang, 1991, A multigrid solver for Helmholtz equation on a semiregular grid on the sphere, *Mon. Wea. Rev.*, 119, 769~775.
- 8 Fulton, S., 1989, Multigrid solution of the semi-geostrophic invertibility relation, *Mon. Wea. Rev.*, 117, 2059~2066.
- 9 Adams, J. et al. 1992, Applications of multigrid software in the atmospheric sciences, *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1447~1458.
- 10 Lin Benda, Xu Xiaodong and Wang Shaowu, 1988, Preliminary experiments from a nonsteady atmosphere-earth surface coupled anomaly model, *Acta Oceanologica Sinica*, 7, 369~380.
- 11 陆金甫、关治, 1987, 偏微分方程数值解法, 419~436, 清华大学出版社.

The Application of Multiple Grid Method in A Long-range Numerical Weather Prediction Model

Yu Kangyuan

(Institute of Beijing Meteorology, Beijing 100081)

Hu Zengzhen

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract In this paper, the basic idea of Multiple Grid method (MG) and the improved nonsteady atmosphere-earth surface coupled anomaly model are introduced. then MG is used to solve the geopotential tendency equation (an ellipse equation) in the model. It is shown, through the seasonal prediction experiment of circulations in the Northern Hemisphere from June to August in years from 1982 to 1989, that the iteration precision is increased when using MG. The defects that anomaly field is too smooth and amplitude is too small are overcome. Large-scale low-frequency signal in the model, which plays a key role in the long-range weather prediction, is solved. Comparing experiments in high and low precisions proves that MG is better than the step-by-step over relax method increasing the computing speed more than one time. MG is more efficient in high precision than in low one.

Key words multiple grid method long range numerical weather prediction model
seasonal prediction step-by-step over relax method