

# 中尺度模式 MM4 对高精度水汽输送 算法的敏感性试验\*

郑爱军 葛孝贞

(南京大学大气科学系, 南京 210093)

**摘 要** 水汽输送的算法精度对中尺度模式的预报能力有重要作用。本文在 MM4 的基础上用高精度的平流格式改进模式的水汽输送格式, 使改进后的模式包含了对多种高精度的水汽输送格式的选择, 如 Prather 格式和 Bott 格式。这些格式都是正定的, 在理想风场的数值实验中几乎无数值耗散, 无计算频散。我们在 B 网格中央差格式 (原 MM4 中的格式)、Upstream 格式和 Prather 格式等模式选择项下, 对 1982 年 6 月的一次梅雨期暴雨过程进行了数值对比实验。结果表明: 1) 模式的预报能力对水汽输送格式的精度较敏感, 2) 高精度的水汽输送格式 (Prather 格式) 提高了模式对暴雨区、降水场结构、雨团活动的预报能力, 较真实地模拟出了尺度较小的降水系统的活动。高精度的水汽输送算法有助于提高中尺度模式的预报精度。

**关键词** 平流格式 数值模式 数值实验

## 1 引言

MM4 是美国宾州大学 (PSU) 和国家大气研究中心 (NCAR) 联合研制的适合于有限区域的中尺度天气预报模式, 目前已广泛地应用于区域天气和区域气候的数值模拟研究工作中。对中尺度天气系统具有一定的预报能力。MM4 的水汽输送项是利用 B-网格守恒中央差格式计算的, 守恒差分格式能够较好地保持数值模式计算的稳定性。但是, 理论实验也表明, 守恒差分格式对水汽通道、云体和锋面等具有大梯度甚至间断分布的天气现象, 就会被光滑成展延很宽的平滑过渡, 从而大大降低了对陡变梯度的分辨, 同时解的光滑部分精度也较低, 通常会产生较明显的误差。此外, 这种格式在计算过程中由于数值频散作用所产生的微小波动而导致负解的产生, 因而不能保持解的正性。这对水汽等标量场的输送模拟显然是不适合的, 其结果往往造成模式计算的不稳定。目前在模式中采取的弥补措施往往是在程序中采取一些技术处理, 例如将出现负值的格点赋零值等。显然, 这些技术上的处理将不可避免地影响到数值解的精度。当用这种守恒格式来计算水汽的平流输送项时, 由于质量守恒的约束, 这种处理负解的方法显然会导致计算域内水汽质量的虚假增长, 从而可能产生虚假的降水系统。

近 30 多年来, 人们在平流差分算法的研究工作中取得了重大的进展, 设计发展出了一大批数值扩散小, 并能保持正性的高精度平流差分格式。如著名的通量校正法

1995-06-22 收到, 1996-06-03 收到再改稿

\* 获国家“八五”攻关 85-906-04 课题和国家自然科学基金资助

(FCT)<sup>[1]</sup>, 反扩散方法, 正定的多项式拟合格式 (Bott 格式)<sup>[13]</sup>, 及二阶矩守恒格式 (Prather 格式)<sup>[14]</sup>等。

我们把 Prather、Bott 高精度平流差分格式, 在理论试验的基础上, 引进 MM4 中尺度模式, 以改进 MM4 模式的水汽输送项算法的精度。利用上游格式、B 网格守恒中心差格式和 Prather 格式分别进行了 1982 年 6 月的一次梅雨期暴雨过程的对比实验, 结果表明, 高精度的水汽输送算法有助于提高模式的预报精度。

## 2 高精度的平流格式

### 2.1 二种常用平流格式

#### 2.1.1 上游差分格式 (Upstream)

上游差分格式公式为

$$f_i^{+\Delta t} = f_i - \frac{\epsilon}{2} [1 - \text{sign}(u)(f_{i+1} - f_i) - \frac{\epsilon}{2}(1 + \text{sign}(u))(f_i - f_{i-1})], \quad (1)$$

这是一种著名的格式, 时间为向前差分, 空间是偏心差分形式。近年来, 许多高精度平流差分格式都是从这个格式发展出来的。这种格式是正定的, 但数值扩散很大, 只有一阶精度, 实际应用中则误差比较大。

#### 2.1.2 跳点中央差格式 (Leapfrog 格式, 简称 LF 格式)

时间和空间都是中央差分, 有

$$f_i^{+\Delta t} = f_i^{-\Delta t} - \epsilon(f_{i+1} - f_{i-1}), \quad (2)$$

这是目前使用最广的一种差分格式, 为二阶精度。从线性稳定性分析可知, LF 格式 Crount 数等于 1, 所以格式是中性稳定的, 但在实际计算过程中经常会出现弱不稳定现象。格式的频散误差较大, 不能保持正定, 同时又由于格式是三时间位面, 因而会产生计算解, 所以计算时一般须加入空间和时间的平滑以保证计算的稳定性。由于这个格式计算省时, 编程方便, 同时具有二阶精度, 从而被广泛应用于数值天气预报的研究和业务工作中。目前, 许多数值模式中所运用的守恒差分格式 (如 Lilly 格式, Arakawa 格式及 MM4 中 B 网格中央差格式) 在风场为常数的条件下, 都可以归结为 LF 格式。

### 2.2 正定、高精度的 Prather 格式

Prather 格式是自 Upstream 格式导出的。以  $(i, j, k)$  为正方体中心, 空间网格距  $DX$  为边长, 定义 BOX (格子)。格子  $(i, j, k)$  的范围是  $0 < x < X, 0 < y < Y, 0 < z < Z, X, Y, Z$  一般都等于  $DX$ 。  $f_i$  定义在格子的中心点上, 风速定义在格子之边界上。Prather 把  $f_i$  在格子里展开成密度为  $P(x, y, z)$  的分布函数, 满足  $f_i = \int P(x, y, z) dx dy dz$ 。当  $P(x, y, z)$  为常数时, 格式即相当于 Upstream 格式。还有些研究工作考虑了有斜率梯度的密度分布, 由此导出了斜率格式, 格式的精度大大提高, Prather 在此基础上, 进一步认为格子里的密度分布具有二阶多项式分布形式, 即

$$P(x, y, z) = a_0 + a_x x + a_{xx} x^2 + a_y y + a_{yy} y^2 + a_{xy} xy + a_z z + a_{zz} z^2 + a_{yz} yz + a_{xz} xz, \quad (3)$$

其中  $0 < x < X, 0 < y < Y, 0 < z < Z$ 。

Prather 在对  $f$  密度分布处理上引入矩表示方法, 计算任一时刻  $t$  相应的矩量:  $S_i (i = 0, x, xx, y, \dots zz)$ , 例如

$$\left. \begin{aligned} S_0^L &= (1 - \alpha)[S_0 - \alpha S_x - \alpha(1 - 2\alpha)S_{xx}], \\ S_x^L &= (1 - \alpha)^2(S_x - 3\alpha S_{xx}), \\ S_0^R &= \alpha[S_0 + (1 - \alpha)S_x + (1 - \alpha)(1 - 2\alpha)S_{xx}], \\ S_x^R &= \alpha^2[S_x + 3(1 - \alpha)S_{xx}], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

用上游差分的原理, 把每个格子根据风场分成左侧格子和右侧格子两个部分, 然后使上游 (位在  $i - 1$  的格子) 来的右侧格子与留在原来位置  $i$  上的左侧格子合并, 重新组合后, 得到在  $t + \Delta t$  时刻,  $i$  位置上的矩量新值, 从而求出  $f$  在下一个时间步的  $S_i$  值如

$$\left\{ \begin{aligned} S_0 &= S_0^R + S_0^L, \\ S_x &= \alpha S_x^R + (1 - \alpha)S_x^L + 3[(1 - \alpha)S_0^R - \alpha S_0^L]. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

在输送计算过程中,  $S_0, S_{xx}, \dots$  等二阶矩常数保持不变 (使方程闭合), 故格式又被称为二阶矩守恒格式 (SOM)。

此外, 为了使格式保持正定, Prather 利用二次函数极值计算方法, 还定义了必须满足的积分约束条件。

### 3 平流格式的性能检验

这里, 我们分别在一维和二维理想风场条件下进行数值对比实验, 比较 Leapfrog 格式、Upstream 格式、Prather 格式的性能。

#### 3.1 一维实验

在实际大气运动特别是我国东部的暴雨活动中, 水汽输送的主要通道是 700~850 hPa 低空急流, 急流轴理想化后便具有一维风场的特征。若沿急流轴建立一维  $x$  坐标, 令  $f$  为被输送函数, 并设风速为常数, 则一维平流方程有

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial(uf)}{\partial x}, \quad (6)$$

于是得到  $f$  的解析解  $f(x - ut)$ 。当计算区域为  $0 < x < L$ , 边界条件取为周期边界时,  $f$  在平流  $nL$  后的解析解应等价于  $f$  的初值  $f(x - ut_0)$ 。我们把计算区域划分为  $31 \times 31$  个格点, 格距取为 80 km, 急流的风速设为 20 m/s (与实际大气中 850~700 hPa 的急流风速有相近似的量级)。取 Crout 数为 0.27, 则时间步长为 1080 s, 这相当于大步长的时间积分, 比通常的天气模拟中的时间步长要大得多。但在线性理想风场条件下, 只要满足 CFL 条件 (Crout 数小于 1) 就不会产生计算的不稳定。初值是计算区域中以  $i = 16$  为中心的一维锥形波:

$$f = \begin{cases} 10 - \frac{10}{5\Delta x}(x - x_{16}), & |x - x_{16}| \leq 5\Delta x \\ 0, & |x - x_{16}| > 5\Delta x \end{cases} \quad (7)$$

积分时间约为 69 小时, 相当于输送平流 2 个周期。

首先我们进行 LF 格式的数值实验。图 1a 是锥体波用 LF 格式输送两个周期后的数值解(虚线)及解析解(实线)。由图可见, 数值解中出现了众多的小尺度波动, 产生的原因是由于: (1) 锥体波中所包含的不同波长傅氏波在计算过程中由于数值频散导致了波的分离; (2) 由于时间跳点差分所产生的计算波。为了抑制计算波, 我们又在计算中使用时间平滑, 结果见图 1b。曲线显得较为光滑, 但频散现象仍然存在, 而且解不能保持正定。

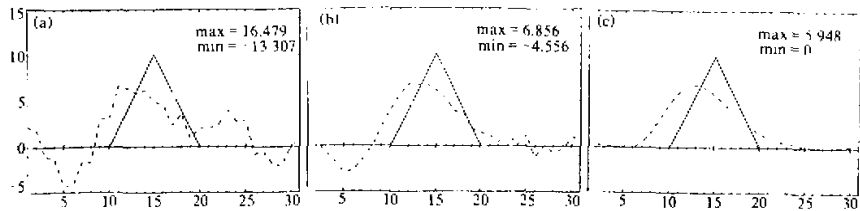


图 1 一维理想试验

(a) LF 格式, (b) LF 格式加时间平滑, (c) LF 格式加时间平滑及“赋零处理”

一般模式中计算水汽等标量碰到这种负解情况时, 往往在程序中采用“赋零”或“填补”方法来使计算稳定地进行下去。这里, 我们采用了赋零方法, 结果图 1c 发现数值解保持正定, 解的波形接近于解析解, 但位相落后 3 个格距——我们用解的最大值所在点来描述解的位相, 且峰值仅达 5.9, 可见波动的衰减很大, 振幅衰减近 40%。波动的衰减是数值扩散造成的。采用“赋零”处理后, 频散误差基本消失, 但在区域的边界处仍有微弱的波动。

图 2a 是上游格式试验结果, 保持解正定。无位相差, 不过由于精度只有一阶, 数值扩散使峰值衰减了近 90% 以上。

图 2d 是 Prather 的数值解, 由图可见, Prather 格式的精度相当高, 峰值衰减不到

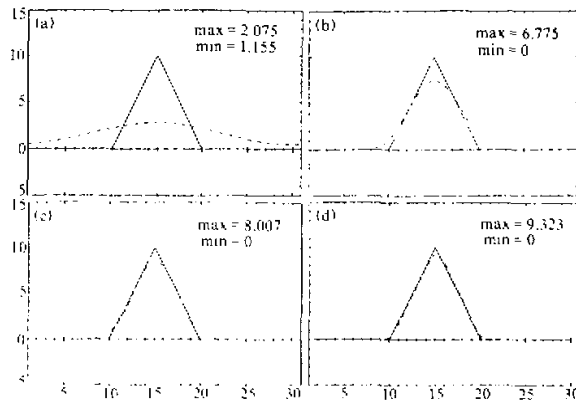


图 2 一维理想试验

(a) 上游格式, (b) Bott 2 阶, (c) Bott 4 阶, (d) Prather 格式

7%, 与 LF 差分格式相比, 结果已大大改进。

### 3.2 二维实验

在二维条件下, 选用的是定常角速度的旋转风场, 这种风场很类似于大气中的气旋、台风等天气系统, 这些系统往往伴随着强降水过程, 特别对于台风这样能产生强暴雨的系统, 风场中的水汽输送是一个不可缺少的条件。

我们取计算区域为  $31 \times 31$  网格点, 格距仍为 80 km, 设旋转一周的时间是 24 小时, 这样角速度为  $7.27 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , 时间步长为 720 s, 积分时间是 2 d, 即波形在风场旋转两个周期, 且仍取为锥体波, 分布是

$$f(x, y) = \begin{cases} 10(1 - \sqrt{(x - x_{15})^2 + (y - y_{15})^2} / 5\Delta x), & \sqrt{(x - x_{15})^2 + (y - y_{15})^2} \leq 5\Delta x \\ 0, & \sqrt{(x - x_{15})^2 + (y - y_{15})^2} > 5\Delta x \end{cases} \quad (8)$$

如图 3 所示。

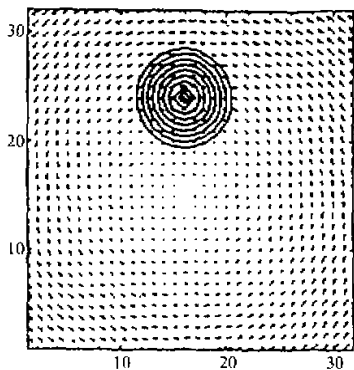


图 3 初值(锥)及二维旋转风场

用 LF 格式来计算二维风场的锥体波输送时, 不但要加入时间平滑处理以及把出现负解的格点进行“赋零”处理, 而且积分一段时间后就必须进行空间平滑一次, 否则计算会出现不稳定。图 4a 是 LF 格式的二维试验结果, 可以看到, 波动不但衰减很大, 而且波形变形大, 位相落后。

图 4b、c 分别是 Upstream 格式与 Prather 格式的结果。Upstream 格式由于精度低的原因当然结果很差, 波峰值衰减超过 90%, 其余格式的结果都比较好。

把上述的 Prather 和 Bott 等高性能的平滑格式 (Bott 格式的试验结果见另文) 引进 MM4 中尺度模式, 改进水汽方程的输送算法, 以期待改进模式的预报效果。

## 4 一次梅雨期暴雨过程的数值对比试验

为了检验高精度水汽输送格式对模式预报暴雨能力的改进, 模式在不同精度水汽输送格式选择下, 对一次梅雨期的暴雨过程 (1982-06-19~1982-06-20) 进行了数值对比试验。

1982 年 6 月 19~21 日, 在我国长江中下游地区出现了一次大暴雨过程, 雨区为东西走向, 雨带中出现了多个暴雨中心。最大中心出现在武汉地区, 过程雨量在 300 mm 以上, 其他两个中心分别在宜恩和石首附近。暴雨的最强降水时段是 20 日 02~16 时, 它对总降水量的贡献最大, 如武汉雨量的 70% 是集中在这个时段下的。降水是由中尺度雨团停滞造成的, 雨团自西南移向东北方。以后的时段里, 雨团移出湖北省, 造成安徽南部的大暴雨, 降水中心在黄山。同一时间, 浙江也出现了大暴雨过程。

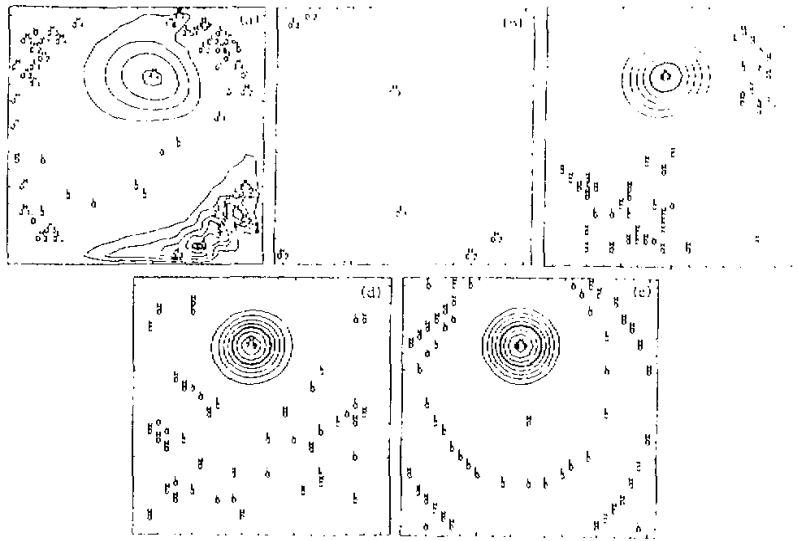


图 4 二维理想试验

(a) 中央差格式, 每 20 步加一次平滑, (b) 上游格式,  
(c) Bott 格式 (2 阶), (d) Bott 格式 (4 阶), (e) Prather 格式

以下进行降水预报场对比分析, 给出模式在不同水汽输送算法选择下的试验结果:

1) 选用 B 网格守恒方案计算水汽输送称实验 A, 2) 选用上游方案称实验 B, 3) 选用 Prather 方案称实验 C。

#### 4.1 24 小时降水预报场

图 6 是实验 A, B, C 的 24 小时降水结果。图 6a 与实况 (图 5) 相比较可以看到 MM4 (实验 A) 较好地模拟出了这次降水过程, 预报出的中  $\alpha$  尺度的雨带呈东西带状分布, 位置和走向都与实况一致。降水零线与 10 mm 线的预报和实况吻合。实验 A 报出的最大降水中心之量值达 160 mm, 位置偏于汉口之东南约 100 km 处, 雨量偏小 (实况中最大中心汉口 19 日 20 时~20 日 20 时的降水达 298 mm)。实验 A 的缺陷为:

(1) 50 mm 等值线 (相当于暴雨区) 范围明显小于实况暴雨范围, 实况中在湖北中西部及浙江等地区的暴雨区没有能够在实验 A 的降水预报图上反映出来; (2) 模式只报出邻近于武汉地区的最大降水中心, 但没能报出实况中湖北中西部及安徽、浙江等地区的次降水中心, 这是实验 A 预报结果中两个不足之处。

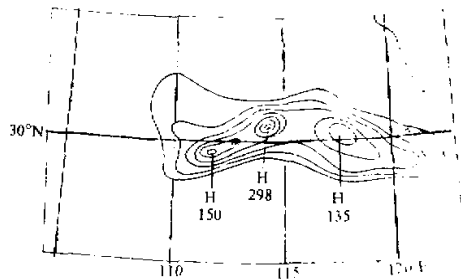


图 5 24 小时降水实况, 单位: mm  
最外圈等值线为 10, 向内圈间隔为 25

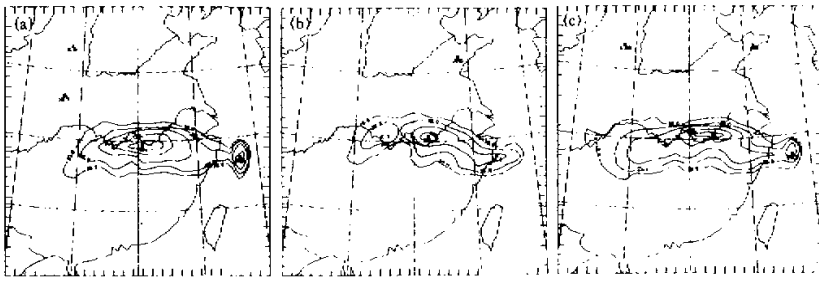


图 6 24 小时降水模拟结果, 单位: mm

最外圈等值线为 10, 向内圈间隔为 25

(a) 实验 A (最大降水 180 mm), (b) 实验 B (最大降水 130 mm)

(c) 实验 C (最大降水 196 mm)

图 6b 与实验 A 相比, 实验 B 的降水强度较弱, 最大的降水量为 96 mm, 仅相当于实验 A 的 60% 左右, 显然这是由于水汽的数值扩散造成。

实验 C (图 6c) 采用了高精度的水汽输送算法 Prather 平流格式, 与实验 A 的结果 (图 6a) 相比较, 雨带的位置及走向基本与之相同。不过, 50 mm 等值线 (暴雨区) 的范围明显地大于实验 A, 暴雨区覆盖鄂东、鄂西和浙江等地区, 同时, 湖北省中西部的次降水中心也被模拟出来, 雨量达 84 mm, 当然比实况要小一些。不难看出, 实验 C 的结果比 MM4 更接近于实况。实验 C 的最强降水中心位置与实验 B 接近, 在汉口以东两个格距的地方, 大体可认为是汉口与黄山的平均位置, 降水量为 170 mm, 比实验 A 略强。

#### 4.2 雨团活动分析

我们利用 24 小时的降水输出结果, 以 30 mm/3 h 的等值线做为雨团的标准廓线, 做出每隔 3 h 雨团的活动路径图 (图 7)。图中数字为时间, 标在 3 h 雨量中心的位置上, \* 号表示汉口的位置。从图中我们发现, 实验 A 的雨团中心位置并没有通过江汉平原, 只是在 20 日 11~14 时雨团的北部地区扫过了实况中的最大降水中心武汉地区, 模式中最强的降水区一直集中于 30°N 以南地区。直到积分 21 h 之后 (20 日 17 时), 雨区才北抬至 30°N 以北地区, 由此可见, 实验 A 的结果是与实况不相符的。

实验 B 直到积分 21 h 后才产生 30 mm/3 h 雨强的降水, 雨团在积分 12 h 后即北

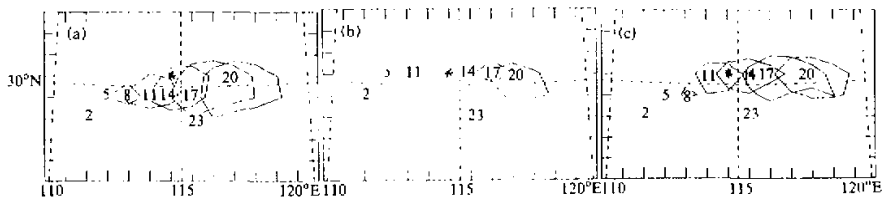


图 7 雨团 I 路径演变

(a) 实验 A, (b) 实验 B, (c) 实验 C

移至  $30^{\circ}\text{N}$  以北, 然后沿  $30^{\circ}\text{N}$  向东移动 (图 7b)。

与实验 A、B 结果相比, 实验 C (图 7c) 结果最接近于实况, 积分 12 h 后, 雨团即北抬至  $30^{\circ}\text{N}$  以北, 15~18 h 内雨团都在江汉地区活动, 造成武汉地区的强降水。由此可见, 实验 C 与实验 A 雨团活动的主要区别在于在积分 12~15 h 雨团 I 是否有北抬的过程, 这是造成江汉平原暴雨的主要原因。

#### 4.3 单站雨强曲线对比分析

图 8 是在相当于汉口位置的格点上各个数值实验及实况的雨强分布曲线。如图所示, 实况中雨锋出现于 20 日 08 时左右, 而数值实验的结果都比实况有所落后, 实验 A 的雨峰出现在 20 日 12 时 (积分 16 h), 落后实况 4 h 左右; 实验 C 则出现于 20 日 11 时, 落后于实况 3 h, 比实验 A 的结果略好一些。此外, 实况中相对较弱的 20 日 11~14 时的降雨没有被模拟出来。其次, 从图中可以看出, 实验 C 降水时段集中, 雨强比实验 A 大得多, 最大雨强达  $30\text{ mm/h}$ , 几乎是实验 A ( $16\text{ mm/h}$ ) 的 2 倍, 从而充分体现了高精度的水汽输送算法更有利于模拟出强度大、降水时段分布集中的中尺度暴雨系统。实验 B 的雨强大大小于其他两个实验, 显然水汽的计算精度对降水预报是非常敏感的。

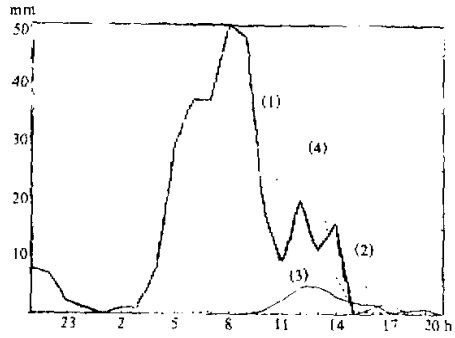


图 8 汉口单站 24 小时雨强分布曲线  
(1) 实况, (2) 实验 A, (3) 实验 B, (4) 实验 C

## 5 结语

本文首先通过理想风场锥体波输送数值实验, 检验了 Prather, Bott 2 阶, 4 阶以及已被广泛应用的 LF 格式和上游格式的性能。结果表明, Prather 格式数值扩散最小, 无位相误差, 无负解, 数值解具有相当高的精度。Bott 4 阶精度也较高, 但数值扩散较大。Bott 2 阶精度相对较低, 不过其 CPU 耗时也比前面两种方案少得多, 可节约近 56% 的时间。相比之下, 上游差分的数值扩散太大, 在旋转风场的数值输送实验中, 积分两个周期, 锥体波已衰减 90% 以上。LF 格式则会因频散产生负解, 即使通过技术处理 (如赋零) 等方法, 其位相的误差仍不能消除。由于多数模式所使用的守恒中央差格式在线性条件下等价于 LF 格式, LF 格式的误差特征在选用守恒格式模式的运行过程中都有近似的反映, 从而影响模式的计算精度。

我们把高精度的平流差分格式引入中尺度数值天气系统模式 MM4, 改变了模式中对平流格式精度相对敏感的水汽输送算法, 使模式包含了对 Prather, Bott 2 阶, Bott 4 阶, 和 Upstream 格式等多种新的水汽输送算法的选择。不同输送算法精度下的试验, 显示了模式预报能力对水汽算法的精度十分敏感。

对长江中下游的一次梅雨期暴雨过程进行了实例数值对比实验, 水汽输送算法选择

为 Upstream 格式 (实验 B)、Prather 格式 (实验 C) 以及原来的 B 网格守恒中央差格式 (实验 A, 即 MM4)。结果发现, 实验 C 所预报出的降水在中  $\alpha$  尺度上与实验 A 是一致的, 不过, 实验 C 对中尺度雨区带中的中  $\beta$  尺度降水系统有较好的模拟能力。雨团活动路径、单站降水雨强分布及湖北中西部的次降水中心等模拟结果较实验 A 接近于实况。说明使用高精度的差分格式来模拟水汽的输送时, 能提高模式的预报能力, 这也为今后设计更先进的模式提供了一条新的途径。

### 参 考 文 献

- 1 Boris, J. P. and D. L. Book., 1976, Flux-corrected transport, III, Minimal-error FCT algorithms, *J. Comput. Phys.*, **20**, 397~431.
- 2 Smolarkiewicz, P. K. and W. W. Grabowski, 1990, The multidimensional positive definite advection transport algorithm: Nonoscillatory option, *J. Comput. Phys.*, **86**, 355~375.
- 3 Bott, A. A., 1989, Positive definite advection scheme obtained by nonlinear renormalization of the advective fluxes, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1006~1015.
- 4 Prather, M. J., 1986, Numerical advection by conservation of second-order moments, *J. Geophys. Res.*, **91**, 6671~6681.

## The Sensitive Experiment of a Mesoscale Model MM4 to the High Accurate Water Vapor Algorithms

Zheng Aijun and Ge Xiaozhen

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093)

**Abstract** A mesoscale numerical weather predictive system, which is based on MM4, is developed here by coupling with some more accurate water transport algorithms. These algorithms include the Prather scheme and Bott scheme. Both schemes are positive and produce less numerical diffusion than the Leapfrog (LF) scheme does in the idealized flow tests. Here the LF scheme is a specified form of B-grid center definite scheme used in MM4. We also simulate a heavy rain case of June 19, 1982 with the model's water transport options of B-grid center scheme, Upstream scheme and Prather scheme, respectively. The results demonstrate that with the accurate water transport algorithms such as the Prather scheme, the model improves the precipitation prediction and gives more accurate results for the short range precipitation system.

**Key words** advection scheme numerical model numerical experiment