

锋生过程对扰动发展的影响*

王兴宝

(空军气象学院, 南京 211101)

摘 要 本文用 WKBJ 方法讨论了叠加在 Hoskins-Bretherton^[1] 锋生模型背景上的小扰动发展问题。考虑了大尺度变形场、锋区斜压气流及锋生环流对扰动发展的作用, 发现锋生过程有利于与锋平行的中小尺度扰动发展, 而锋消则有利于沿锋传播的横波型扰动发展。

关键词 锋生锋消 扰动发展 WKBJ 方法

1 引言

观测表明在锋面附近常存在许多中、小尺度扰动, 如雨带、飑线、重力惯性波等, 此外, 在锋面上还常产生次天气尺度的锋面波等扰动, 对于前一类系统, 人们多用湿对称不稳定^[2,3]解释, 对于后者人们^[4,5]多通过正规方法方法来讨论锋区斜压气流的稳定性, 发现有几百公里至千公里尺度的不稳定波长。如张可苏^[6,7]曾对斜压气流的中尺度稳定性作过详细的讨论。上述研究多是定常状态的斜压锋区上的扰动发展问题, 然而我们知道在大尺度背景场与环境因素(地形、加热等)影响下会不断发生强度的变化——锋生或锋消, 除了锋区气流结构影响之外, 锋生锋消也是引起扰动发生发展的重要因素。Joly 和 Thorpe^[8]分析了 Eady 波发展过程中锋的稳定性问题, Bishop 和 Thorpe^[9]则讨论了变形场作用下锋面波的发展, 得到了不同于常态锋区上的扰动发展规律。Ley 和 Peltier^[10]以及 Gall 等^[11]曾讨论了锋生产生的重力波, 也得到了有趣的结果。但由于问题的复杂性, 用正规方法讨论锋生锋消中扰动的发展会遇到很大的困难, 许多工作不得不借助数值手段进行。

曾庆存等^[12,13]用 WKBJ 方法研究非均匀基流上扰动的演变问题, 克服了传统方法(正规方法、积分特征分析法等)在处理非均匀时变基本气流上扰动稳定性时所遇到的困难, 还可作深入的动力分析, 得到了符合天气事实的结论, 孙立谭等^[14]、王东海等^[15]分别用该方法讨论了斜压气流上中尺度对称扰动与横波扰动的发展, 我们曾用这一方法讨论了三维非均匀气流、非均匀层结和地形影响下中小尺度扰动的发展及传播问题^[16,17,18], 也得到了有意思的结果。

基于地转动量近似的 Hoskins-Bretherton^[1] 锋生模式(以下简称 HB 模式), 较好地模拟了大气中的锋生问题, 提供了一种有代表性的大气锋生模型, 是理论研究中经常采用的。许多工作^[4,5,8~10]都曾致力于 HB 模式锋面的稳定性研究。本文以 HB 锋生模型为背景, 用 WKBJ 方法讨论锋还不太强时, 锋生锋消过程对扰动发展的影响。

1995-03-22 收到, 1996-09-23 收到四改稿

* 大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室(LASG)与空军司令部气象局共同资助项目

2 基本方程

类似文献[2], 非静力 Boussinesq 近似下, 绝热无摩擦的运动方程为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - f\bar{v} + \frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0, \\ \frac{dv}{dt} + f\bar{u} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0, \\ \frac{dw}{dt} - g\frac{\bar{\theta}}{\theta_0} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{w}}{\partial z} = 0, \\ \frac{d\bar{\theta}}{dt} = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial}{\partial z}, \end{cases} \quad (1)$$

θ_0 为常参考位温。把 (1) 式中变量分解为大尺度背景场 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{\theta}, \bar{\varphi}$ 和中小尺度的小扰动量 $u', v', w', \theta', \varphi'$, 则有

$$\begin{cases} \frac{D\bar{u}}{dt} - f\bar{v} + \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial x} = 0, \\ \frac{D\bar{v}}{dt} + f\bar{u} + \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial y} = 0, \\ -g\frac{\bar{\theta}}{\theta_0} + \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{w}}{\partial z} = 0, \\ \frac{D\bar{\theta}}{dt} = 0, \quad \frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial}{\partial z}. \end{cases} \quad (2)$$

(2) 式中已设大尺度背景场满足准静力关系 $D\bar{w}/Dt = 0$ 。而控制小扰动的线性化方程组为

$$\begin{cases} \frac{Du'}{Dt} + \bar{u}'\frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \bar{v}'\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} - f\bar{v}' + \frac{\partial\varphi'}{\partial x} = 0, \\ \frac{Dv'}{Dt} + \bar{u}'\frac{\partial\bar{v}}{\partial x} + \bar{v}'\frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{v}}{\partial z} + f\bar{u}' + \frac{\partial\varphi'}{\partial y} = 0, \\ \frac{Dw'}{Dt} + \bar{u}'\frac{\partial\bar{w}}{\partial x} + \bar{v}'\frac{\partial\bar{w}}{\partial y} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{w}}{\partial z} - g\frac{\theta'}{\theta_0} + \frac{\partial\varphi'}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \\ \frac{D\theta'}{Dt} + \bar{u}'\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v}'\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

为了讨论锋生过程对扰动发展的影响, 我们取 HB 模式中变形场锋生模型, (2) 式即文

献[1]中(2.6)~(2.9)式在 Boussinesq 近似下的简化形式。考虑锋是直的, 取 y 轴与锋平行, x 轴与锋垂直并指向暖区, f 取常数, 在变形场 $u_d = -\alpha x$, $v_d = \alpha y$ 作用下, 由于初始时刻沿 y 无位温变化, 则有二维锋生问题, 这里按文献[1]的 (A1) 式有

$$\begin{cases} \bar{u} = -\alpha x + u_{HB}(x, z, t) = u_d + u_{HB}(x, z, t), \\ \bar{v} = \alpha y + v_{HB}(x, z, t) = v_d + v_{HB}(x, z, t), \\ \bar{w} = w_{HB}(x, z, t), \\ \bar{\theta} = \theta_0 + \theta_{HB}(x, z, t), \\ \bar{\phi} = gz + f\alpha x y - \left(\alpha^2 + \frac{d\alpha}{dt}\right) \frac{y^2}{2} - \left(x^2 - \frac{d\alpha}{dt}\right) \frac{x^2}{2} + \phi_{HB}(x, z, t). \end{cases} \quad (4)$$

(4)式代入(2)式后得

$$\begin{cases} \frac{Du_{HB}}{Dt} - \alpha u_{HB} - f v_{HB} + \frac{\partial \phi_{HB}}{\partial x} = 0, \\ \frac{Dv_{HB}}{Dt} + \alpha v_{HB} + f u_{HB} = 0, \\ \frac{D\theta_{HB}}{Dt} = 0, \\ \frac{g}{\theta_0} \theta_{HB} = \frac{\partial \phi_{HB}}{\partial z}, \\ \frac{\partial u_{HB}}{\partial x} + \frac{\partial w_{HB}}{\partial z} = 0, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (-\alpha x + u_{HB}) \frac{\partial}{\partial x} + w_{HB} \frac{\partial}{\partial z}. \end{cases} \quad (5)$$

(5)式即是文献[1]中 (A2)~(A5) 式在二维锋生情况且取 Boussinesq 近似时的一种简化形式。文献[1]指出:“尺度分析和观测事实都表明 (5) 式中第一式的前两项即使在锋区位温梯度较大的情况下也是很小的。”并由此得到地转动量近似方程组

$$\begin{cases} f v_{HB} = \frac{\partial \phi_{HB}}{\partial x}, \\ \frac{Dv_{HB}}{Dt} + \alpha v_{HB} + f u_{HB} = 0, \\ \frac{D\theta_{HB}}{Dt} = 0, \\ \frac{g}{\theta_0} \theta_{HB} = \frac{\partial \phi_{HB}}{\partial z}, \\ \frac{\partial u_{HB}}{\partial x} + \frac{\partial w_{HB}}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (5')$$

(5)'式是 (5) 式的一种近似, 理论和实践都证明它抓住了锋生过程的一些本质特征。给出合适的边界条件, 通过地转坐标变换, 在初始位涡均匀的情况下, 文献[1]得到了 (5)'式的解析解。可以认为它是 (5) 式的一个较好的近似解, 至此我们可以认为 (4) 式是已知函数。图 1 给出了 x - y 面上变形场锋生锋消的示意。图 2 在 $\alpha > 0$ (锋生) 的情况, 给出变形场锋生 24 小时后得到的 v_{HB} , θ_{HB} , u_{HB} 和 w_{HB} 的 x - z 剖面。当 $\alpha < 0$

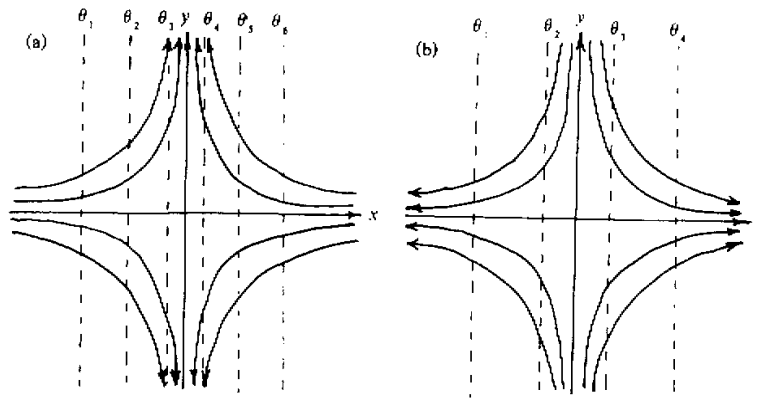


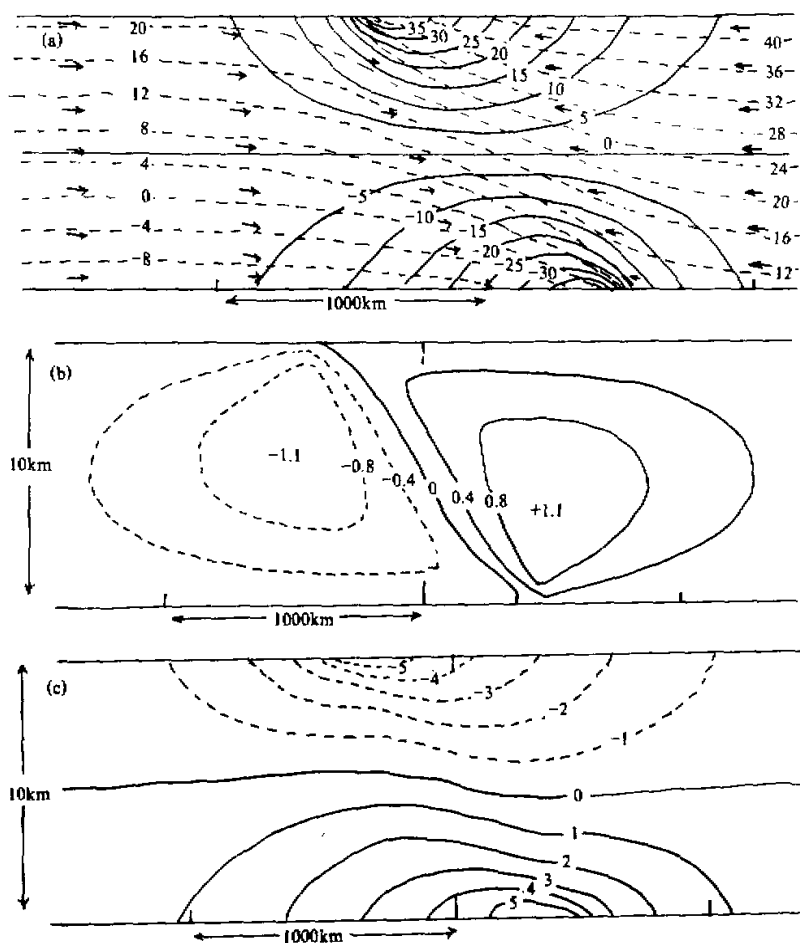
图1 变形场作用示意
(a) 锋生 ($\alpha > 0$), (b) 锋消 ($\alpha < 0$)

时, 则 (b)(c) 图中正负反号。当 $\alpha = 0$ 时, 没有锋生锋消, 这时 $u_{HB} = w_{HB} = 0$ 。对此, 文献[1]曾有所讨论, 我们也曾对有加热时的锋生环流作过讨论^[19]。

下面我们将主要讨论叠加在二维锋生背景场上三维扰动的发展问题。对于类似问题, 文献[4]曾用正规模方法作过稳定性研究, 但他们仅考虑锋生到一定程度后取 $\alpha = 0$ 的情形, 在此我们用 WKBJ 方法讨论锋生锋消过程 ($\alpha \neq 0$) 对扰动发展的影响。

考虑到 (5) 式, 有 $f v_{HB} = \partial \varphi_{HB} / \partial x$, $(g / \theta_0) \theta_{HB} = \partial \varphi_{HB} / \partial z$, 故 $f(\partial \bar{v} / \partial z) = (g / \theta_0)(\partial \bar{\theta} / \partial x)$, $N^2 = (g / \theta_0)(\partial \bar{\theta} / \partial x)$, 把 (4) 式中的 $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$, $\bar{\theta}$ 代入 (3) 式, 记 $(g / \theta_0) \theta'$ 为 θ , 略去其他各项的“ w ”号, 有

$$\begin{cases}
 \frac{\partial u}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial u}{\partial x} + u_{HB} \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha y \frac{\partial u}{\partial y} + v_{HB} \frac{\partial u}{\partial y} + w_{HB} \frac{\partial u}{\partial z} \\
 - \alpha u + u \frac{\partial u_{HB}}{\partial x} + w \frac{\partial u_{HB}}{\partial z} - f v + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \\
 \frac{\partial v}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial v}{\partial x} + u_{HB} \frac{\partial v}{\partial x} + \alpha y \frac{\partial v}{\partial y} + v_{HB} \frac{\partial v}{\partial y} + w_{HB} \frac{\partial v}{\partial z} \\
 + u \frac{\partial v_{HB}}{\partial x} + v \alpha + w \frac{\partial v_{HB}}{\partial z} + f u + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \\
 \frac{\partial w}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial w}{\partial x} + u_{HB} \frac{\partial w}{\partial x} + \alpha y \frac{\partial w}{\partial y} + v_{HB} \frac{\partial w}{\partial y} + w_{HB} \frac{\partial w}{\partial z} \\
 + u \frac{\partial w_{HB}}{\partial x} + w \frac{\partial w_{HB}}{\partial z} - \theta + \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \\
 \frac{\partial \theta}{\partial t} - \alpha x \frac{\partial \theta}{\partial x} + u_{HB} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \alpha y \frac{\partial \theta}{\partial y} + v_{HB} \frac{\partial \theta}{\partial y} + w_{HB} \frac{\partial \theta}{\partial z} \\
 + f u \frac{\partial v_{HB}}{\partial z} + w N^2 = 0, \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.
 \end{cases} \quad (6)$$

图2 变形场锋生24小时后的 x - z 剖面

(a) v_{HB} (实线, m/s), θ_{HB} (虚线, K) 及 $(-\alpha x + u_{HB}, w_{HB})$ (箭头), (b) w_{HB} (cm/s), (c) u_{HB} (m/s)

3 WKBJ 分析

考虑在锋还不太强的锋生过程中,如果在24小时发生上下边界处不连续,则在12小时左右锋区仍是比较宽的,在离边界一定距离的模式区内,锋区会更宽,这时背景场(4)相对于中小尺度扰动 u' , v' , w' , θ' 和 φ' 而言,可认为 $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$, N^2 是 x , y , z , t 的缓变函数,考虑到大尺度变形场 $\alpha \sim 10^{-5} s^{-1}$, $f \sim 10^{-4} s^{-1}$,不妨取如下小参数 $\varepsilon = \alpha/f$ 引入缓变量坐标

$$X = \varepsilon x, \quad Y = \varepsilon y, \quad Z = \varepsilon z, \quad T = \varepsilon t, \quad (7)$$

并设扰动量 q' (代表 u' , v' , w' , θ' , φ') 为

$$q' = \hat{q}(X, Y, Z, T) \exp[i\Theta(X, Y, Z, T)/\varepsilon], \quad (8)$$

其中 Θ 满足关系

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = k, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = l, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = m, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial T} = -\omega, \quad (9)$$

k, l, m, ω 分别为 x, y, z 方向的局地波数和瞬时频率。它们之间满足相容性关系

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial Y} = \frac{\partial l}{\partial X}, & \frac{\partial k}{\partial Z} = \frac{\partial m}{\partial X}, & \frac{\partial l}{\partial Z} = \frac{\partial m}{\partial Y}, \\ \frac{\partial k}{\partial T} = -\frac{\partial \omega}{\partial X}, & \frac{\partial l}{\partial T} = -\frac{\partial \omega}{\partial Y}, & \frac{\partial m}{\partial T} = -\frac{\partial \omega}{\partial Z}, \end{cases} \quad (10)$$

引入 WKBJ 近似, 令

$$\hat{q} = q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \dots, \quad (11)$$

将 (8) 式代入 (6) 式, 应用 (9)~(11) 式, (6) 式可展成 ε 的渐近级数, 由 ε^0 项得

$$\begin{cases} i\xi u_0 - f v_0 + i k \varphi_0 = 0, \\ i\xi v_0 + f u_0 + i l \varphi_0 = 0, \\ i\xi w_0 + i m \varphi_0 - \theta_0 = 0, \\ i\xi \theta_0 + N^2 w_0 = 0, \\ i k u_0 + i l v_0 + i m w_0 = 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\xi = -\omega - k\alpha x + k u_{HB} + l\alpha y + l v_{HB} + m w_{HB}. \quad (13)$$

由 (12) 式知, 若 u_0, v_0, w_0 和 φ_0, θ_0 有非零解, 则需满足如下频散关系:

$$\xi[(\xi^2 - N^2)K_h^2 - m^2(\check{f}^2 - \xi^2)] = 0, \quad K_h^2 = k_h^2 + l^2. \quad (14)$$

即有

$$\xi = 0, \quad (15)$$

或

$$\xi^2 = (K_h^2 N^2 + m^2 \check{f}^2) K^2, \quad K^2 = k_h^2 + m^2. \quad (16)$$

(15) 式对应涡旋慢波的频散关系^[12], Moore 等^[4], 张可苏^[7]都曾得到在斜压气流上存在几百公里波长的不稳定波, 考虑到慢波的水平尺度较大, 在锋区附近考虑 $\alpha \neq 0$ 的锋生锋消情况时, WKBJ 近似较难满足, 故在此暂不作讨论。(16) 式则是重力惯性波的频散关系, 对应于中小尺度的快波扰动, 可以讨论锋区非地转环流的作用, 即 $\alpha \neq 0$ 的情况。当然我们这里讨论的是较宽的斜压锋区的情况。

由 (12) 和 (16) 式得如下配极关系:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{k\xi - ifN^2 - \xi^2}{f^2 - \xi^2} \frac{1}{\xi m} w_0 = (a_r + ia_i)w_0 = aw_0, \\ v_0 = \frac{l\xi + ikfN^2 - \xi^2}{f^2 - \xi^2} \frac{1}{\xi m} w_0 = (b_r + ib_i)w_0 = bw_0, \\ \varphi_0 = \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m} w_0 = c_r w_0 = cw_0, \\ \theta_0 = i \frac{N^2}{\xi} w_0 = id_i w_0 = dw_0, \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} a_r = \frac{k\xi}{f^2 - \xi^2} \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m}, & a_i = -\frac{lf}{f^2 - \xi^2} \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m}, \\ b_r = \frac{l\xi}{f^2 - \xi^2} \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m}, & b_i = \frac{kf}{f^2 - \xi^2} \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m}, \\ c_r = \frac{N^2 - \xi^2}{\xi m}, & c_i = 0, \\ d_r = 0, & d_i = \frac{N^2}{\xi}. \end{cases} \quad (18)$$

由 (13)、(16) 式可得群速和波参数的运动学关系

$$\omega = -\xi - k\alpha x + ku_{\text{HB}} + l\alpha y + lv_{\text{HB}} + mw_{\text{HB}} = \Omega, \quad (19)$$

$$\begin{cases} c_{kX} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = -\alpha x + u_{\text{HB}} - \frac{k}{\xi} \frac{N^2 - \xi^2}{K^2}, \\ c_{kY} = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \alpha y + v_{\text{HB}} - \frac{l}{\xi} \frac{N^2 - \xi^2}{K^2}, \\ c_{kZ} = \frac{\partial \omega}{\partial m} = w_{\text{HB}} - \frac{m}{\xi} \frac{f^2 - \xi^2}{K^2}, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \frac{D_g k}{DT} = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial X}\right)_{k,l,m,Y,Z,T} = k\alpha' - k \frac{\partial u_{\text{HB}}}{\partial X} - l \frac{\partial v_{\text{HB}}}{\partial X} - m \frac{\partial w_{\text{HB}}}{\partial X} + \frac{K_h^2}{2\xi K^2} \frac{\partial N^2}{\partial X}, \\ \frac{D_g l}{DT} = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial Y}\right)_{k,l,m,X,Z,T} = -l\alpha', \\ \frac{D_g m}{DT} = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial Z}\right)_{k,l,m,X,Y,T} = -k \frac{\partial u_{\text{HB}}}{\partial Z} - l \frac{\partial v_{\text{HB}}}{\partial Z} - m \frac{\partial w_{\text{HB}}}{\partial Z} + \frac{K_h^2}{2\xi K^2} \frac{\partial N^2}{\partial Z}, \\ \frac{D_g \omega}{DT} = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T}\right)_{k,l,m,X,Y,Z} = k \frac{\partial u_{\text{HB}}}{\partial T} + l \frac{\partial v_{\text{HB}}}{\partial T} + m \frac{\partial w_{\text{HB}}}{\partial T} - \frac{K_h^2}{2\xi K^2} \frac{\partial N^2}{\partial T}. \end{cases} \quad (21)$$

其中

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\varepsilon}, \quad \frac{D_g}{DT} = \frac{\partial}{\partial T} + C_{kX} \frac{\partial}{\partial X} + C_{kY} \frac{\partial}{\partial Y} + C_{kZ} \frac{\partial}{\partial Z}.$$

由 e^1 项得

$$\begin{cases}
 i\xi u_1 - fv_1 + ik\varphi_1 = -\left(\frac{Du_0}{DT} - \alpha'u_0 + u_0\frac{\partial u_{HB}}{\partial X} + w_0\frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} + \frac{\partial\varphi_0}{\partial X}\right) = A, \\
 i\xi v_1 + fu_1 + ik\varphi_1 = -\left(\frac{Dv_0}{DT} + u_0\frac{\partial v_{HB}}{\partial X} + \alpha'v_0 + w_0\frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} + \frac{\partial\varphi_0}{\partial Y}\right) = B, \\
 i\xi w_1 + im\varphi_1 - \theta_1 = -\left(\frac{Dw_0}{DT} + u_0\frac{\partial w_{HB}}{\partial X} + w_0\frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} + \frac{\partial\varphi_0}{\partial Z}\right) = C, \\
 i\xi\theta_1 + N^2w_1 = -\left(\frac{D\theta_0}{DT} + u_0\frac{\partial v_{HB}}{\partial Z}\right) = D, \\
 iku_1 + iv_1 + imw_1 = -\left(\frac{\partial u_0}{\partial X} + \frac{\partial v_0}{\partial Y} + \frac{\partial w_0}{\partial Z}\right) = E.
 \end{cases} \quad (22)$$

其中 $\frac{D}{DT} = \frac{\partial}{\partial T} + (-\alpha'X + u_{HB})\frac{\partial}{\partial X} + (\alpha'Y + v_{HB})\frac{\partial}{\partial Y} + w_{HB}\frac{\partial}{\partial Z}$.

由(22)和(10)式可推得

$$-i\xi m(kA + lB) - mfkB - lA - im(f^2 - \xi^2)E + K_h^2 D + i\xi K_h^2 C = 0. \quad (23)$$

把(22)式中 A, B, C, D, E 代入(23)式, 应用(16)和(20)式可得

$$\begin{aligned}
 & \frac{D_g w_0}{DT} + i\frac{w_0}{2\xi K^2} \left[(i\xi mk - mfl)\frac{Da}{DT} + (i\xi ml + mfk)\frac{Db}{DT} - K_h^2 \frac{Dd}{DT} + im(f^2 \right. \\
 & \quad \left. - \xi^2) \left(\frac{\partial a}{\partial X} + \frac{\partial b}{\partial Y} \right) + (i\xi mk - mfc)\frac{\partial c}{\partial X} + (i\xi ml + mfk)\frac{\partial c}{\partial Y} - i\xi K_h^2 \frac{\partial c}{\partial Z} \right. \\
 & \quad \left. + (i\xi mk - mfl) \left(-\alpha\alpha' + a\frac{\partial u_{HB}}{\partial X} + \frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} \right) + (i\xi ml + mfk) \left(a\frac{\partial v_{HB}}{\partial X} + b\alpha' \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} \right) - i\xi K_h^2 \left(a\frac{\partial w_{HB}}{\partial X} + \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} \right) - K_h^2 a f \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} \right] = 0. \quad (24)
 \end{aligned}$$

令 $w_0 = |w_0|e^{i\theta}$, 代入(24)式, 分开实部和虚部, 把(18)式代入, 应用频散关系(16), 可得

$$\begin{aligned}
 & \frac{D_g}{DT} \left(\frac{K^2 |w_0|^2}{K_h^2} \right) + \frac{K^2 |w_0|^2}{K_h^2} \nabla \cdot \vec{c}_g = \frac{K^2 |w_0|^2}{K_h^2} \left\{ -\frac{N^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} \left(-k^2 \alpha' + l^2 \alpha' \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + k^2 \frac{\partial u_{HB}}{\partial X} + kl \frac{\partial v_{HB}}{\partial X} \right) - \frac{f^2 - \xi^2}{K^2 \xi^2} lm \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} + \frac{km}{K^2} \frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} + \frac{1}{K^2} \left(km \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + m^2 \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} \right) - \frac{N^2 K_h^2}{K^2 \xi^2} \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} - \frac{K_h^2}{2K^2 \xi^2} \frac{DN^2}{DT} \right\}, \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{D_g \beta}{DT} = \frac{1}{2\xi K^2} \left[-\frac{m^2}{K_h^2} f \left(4kl\alpha' - 2kl \frac{\partial u_{HB}}{\partial X} - 2l^2 \frac{\partial v_{HB}}{\partial X} - 2lm \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} \right) + m^2 f \frac{\partial v_{HB}}{\partial X} \right. \\
 & \quad \left. + 2mfl \frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} - 2mfk \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} - mfl \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

在文献[16]中我们为证明 $K^2 |w_0|^2 / K_h^2$ 是表征波包动能和有效位能之和的广义波作用量。在无基本气流切变、层结均匀的情况下, 该量是守恒的。(26)式中 β 是波群包络

线的幅角。当 $f=0$ 时, 或基本气流无切变时, $D_g \beta / Dt = 0$, $\beta(X, Y, Z, T) = \beta(\vec{r} - \vec{c}_g T)$, 即波包沿局地群速 $\vec{c}_g$ 传播, 若 $f \neq 0$ 时, 且基本气流存在切变, 则重力惯性波包是弥散的, 但是 $O(D_g \beta / DT) \leq O(\partial v_{HB} / \partial X)$, 即 $O(d_g \beta / dt) \leq O(\partial v_{HB} / \partial x) \sim 10^{-4} s^{-1}$, 故弥散较为缓慢, 对于中小尺度扰动的时间尺度而言, 波包沿局地群速传播可近似成立。

4 快波波包的发展

由(21)和(25)式有

$$\begin{cases} \frac{D_g k^2}{DT} = 2k^2 \alpha' - 2k^2 \frac{\partial u_{HB}}{\partial X} - 2kl \frac{\partial v_{HB}}{\partial X} - 2km \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} + \frac{kK_h^2}{2\xi K^2} \frac{\partial N^2}{\partial X}, \\ \frac{D_g l^2}{DT} = -2l^2 \alpha', \\ \frac{D_g m^2}{DT} = -2km \frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} - 2lm \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z} - 2m^2 \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} + \frac{mK_h^2}{2\xi K^2} \frac{\partial N^2}{\partial Z}, \end{cases} \quad (27)$$

$$\frac{\partial e}{\partial T} + \nabla \cdot (e \vec{c}_g) = e(G_1 + G_2 + G_3 + G_4), \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} e &= K^2 \frac{|w_0|^2}{K_h^2}, \\ G_1 &= -\frac{N^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} (l^2 - k^2) \alpha', \\ G_2 &= -\frac{N^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} kl \frac{\partial v_{HB}}{\partial X} - \frac{l^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} lm \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z}, \\ G_3 &= -\frac{N^2}{K^2 \xi^2} k^2 \frac{\partial u_{HB}}{\partial X} + \frac{1}{K^2} \left(k^2 \frac{\partial u_{HB}}{\partial X} + m^2 \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} \right) - \frac{N^2}{K^2 \xi^2} K_h^2 \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z} \\ &\quad + \frac{km}{K^2} \left(\frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} + \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} \right), \\ G_4 &= -\frac{K_h^2}{2K^2 \xi^2} \frac{DN^2}{DT}. \end{aligned}$$

G_1 称为变形场作用项, G_2 是沿锋地转风作用项, G_3 是锋生引起的非地转环流项, G_4 是层结变化项。由(27)、(28)式可讨论快波扰动的尺度和能量的瞬时变化。

在波包占据的区域 v 上对 (28) 式积分, 有

$$\frac{\partial}{\partial T} \iiint_v e d\tau = \iiint_v e(G_1 + G_2 + G_3 + G_4) d\tau. \quad (29)$$

令 $E = \iiint_v e d\tau$, 则 E 为波包扰动的总能量。若满足条件 $G_1 + G_2 + G_3 + G_4 = 0$, 则

$\partial E / \partial T = 0$, 即有波包总能量守恒。若 $G_1 + G_2 + G_3 + G_4 \neq 0$, 则 $\partial E / \partial T \neq 0$, 波包会与环境场发生能量交换。当 $G_1 + G_2 + G_3 + G_4 > 0$ 时, $\partial E / \partial T > 0$, 波包从环境场获得能量, 称为波包发展, 反之, 当 $G_1 + G_2 + G_3 + G_4 < 0$ 时, $\partial E / \partial T < 0$, 波包能量为环境场吸收, 波包衰减。下面我们分别讨论各项的意义。

4.1 变形场作用项

$$G_1 = \frac{N^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} (k^2 - l^2) \alpha', \quad \frac{\partial E_1}{\partial T} = \iiint_V e G_1 d\tau \quad (30)$$

对大气重力惯性波而言, 一般 $f^2 < \xi^2 < N^2$, 若 $\alpha > 0$ (记住 $\alpha' = \alpha / e$), 变形场有锋生作用, 则在 $k^2 > l^2$ 时, $G_1 > 0$, 从而 $\partial E_1 / \partial T > 0$, 波包发展, 当 $l^2 = 0$ 时, 发展最快, 这代表了与锋平行的对称型扰动, 当 $k^2 = l^2$ 时, $G_1 = 0$, $\partial E_1 / \partial T = 0$, 波包能量不变。当 $k^2 < l^2$ 时, $G_1 < 0$, $\partial E_1 / \partial T < 0$, 波包衰减, 当 $k = 0$ 时, 波包衰减最快, 这是与锋垂直的横波型扰动。但根据 (27) 式, 仅考虑变形场作用时

$$\frac{D_g k^2}{DT} = 2k^2 \alpha', \quad \frac{D_g l^2}{DT} = -2l^2 \alpha', \quad \frac{D_g m^2}{DT} = 0, \quad (31)$$

由此解得 $k^2 = k_0^2 e^{2\alpha'}$, $l^2 = l_0^2 e^{-2\alpha'}$, $m^2 = m_0^2$, 可见对 $\alpha > 0$, $k_0^2 \neq 0$, 则 k^2 是随时间增加的, l^2 则只能随时间增加而趋于零, 因此只要 $k_0 \neq 0$, 总会在一定时间之后 $k^2 > l^2$, 从而变形场作用使波包获得发展。当 $\alpha = 0$ 时, 无变形场作用, 则 $G_1 = 0$, $\partial E_1 / \partial T = 0$, 波包能量守恒。当 $\alpha < 0$ 时, 变形场作用是锋消的, 由 (30) 式知, $k^2 > l^2$ 时, $G_1 < 0$, $\partial E_1 / \partial T < 0$, 扰动衰减, 当 $k^2 < l^2$ 时, $G_1 > 0$, $\partial E_1 / \partial T > 0$, 扰动发展。当 $k^2 = 0$ 时, 扰动发展最快, 即变形场作用使与锋垂直的横波型扰动较快发展。 $\alpha < 0$ 时, l^2 是随时间增加的, k^2 是随时间减小的, 只要 $l_0^2 \neq 0$, 在一定时间之后, $l^2 > k^2$, 从而扰动发展。

总之, 在变形场作用下, 当快波扰动的尺度在伸展轴方向大于收缩轴方向时, 扰动发展, 反之扰动会衰减。但由于变形场作用使扰动尺度在伸展轴方向伸长, 在收缩轴方向缩短, 因而在变形场中扰动最终会获得发展。且锋生时有利于锋平行的对称型扰动发展, 锋消时有利于与锋垂直的横波型扰动发展。

另由 (31) 式 $D_g K_h^2 / DT = 2(k^2 - l^2) \alpha'$, 根据上面的讨论, 可知在扰动发展时, $D_g K_h^2 / DT > 0$, 扰动水平波长变短 ($2\pi / K_h$ 减小), 反之扰动衰减时, $D_g K_h^2 / DT < 0$, 从而水平波长变长, 因此扰动演变与波长变化是联系在一起的。

4.2 沿锋地转风作用项

把 G_2 分成水平切变项和垂直切变项

$$G_{21} = -\frac{N^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} k l \frac{\partial v_{HB}}{\partial X}, \quad \frac{E_{21}}{\partial T} = \iiint_V e G_{21} d\tau, \quad (32)$$

$$G_{22} = -\frac{f^2 - \xi^2}{\xi^2 K^2} l m \frac{\partial v_{HB}}{\partial Z}, \quad \frac{E_{22}}{\partial T} = \iiint_V e G_{22} d\tau, \quad (33)$$

在锋面附近沿锋的地转风具有气旋性切变, $\partial v_{HB} / \partial X > 0$, 又 $N^2 < \xi^2$, 故当 $k/l < 0$ 时,

$G_{21} > 0$, 扰动从气流水平切变中获得能量, 反之当 $kl > 0$ 时, $G_{21} < 0$, $\partial E_{21} / \partial T < 0$, 波包能量为地转气流吸收, 扰动减弱, 由 (27) 式知, 在仅考虑水平切变作用时, $D_g K_h^2 / DT = -2kl(\partial v_{HB} / \partial X)$, 因而扰动发展时, 水平波长变短, 扰动衰减时, 水平波长变长。对于垂直切变项, 由 (33) 式及 $f^2 < \xi^2$, $\partial v_{HB} / \partial Z > 0$, 故 $lm > 0$ 时, $G_{22} > 0$, $\partial E_{22} / \partial T > 0$, 波包发展, 扰动从气流垂直切变中获取能量, 当 $lm < 0$ 时, $G_{22} < 0$, $\partial E_{22} / \partial T < 0$, 波包衰减, 波包能量为基本气流所吸收。由 (27) 式知 $D_g m^2 / DT = -2lm(\partial v_{HB} / \partial Z)$, 当 $lm > 0$ 时, m^2 减小, 垂直波长变长, 而 $lm < 0$ 时, m^2 增大, 扰动垂直波长变短。在文献[16]中, 我们曾对气流水平切变与垂直切变对波包传播与发展的影响作过较详细的分析, 在此不多重复。

4.3 非地转环流项

由 HB 模式对锋生非地转环流的计算表明, $\alpha > 0$ 时, 锋生环流为正环流, 暖空气上升, 冷空气下沉, 下层 $u_{HB} > 0$, 上层 $u_{HB} < 0$, 见图 2。当 $\alpha = 0$ 时, $u_{HB} = w_{HB} = 0$ 。当 $\alpha < 0$ 时锋生环流为逆环流, 与 $\alpha > 0$ 的情形相反。又由连续方程

$$(\partial u_{HB} / \partial X) + (\partial w_{HB} / \partial Z) = 0, \text{ 从而 } G_3 \text{ 可写为}$$

$$G_{31} = \frac{1}{K^2} \left(m^2 - k^2 - \frac{N^2}{\xi^2} l^2 \right) \frac{\partial w_{HB}}{\partial Z}, \quad \frac{\partial E_{31}}{\partial T} = \iiint e G_{31} d\tau, \quad (34)$$

$$G_{32} = \frac{km}{K^2} \left(\frac{\partial u_{HB}}{\partial Z} + \frac{\partial w_{HB}}{\partial X} \right), \quad \frac{\partial E_{32}}{\partial T} = \iiint e G_{32} d\tau, \quad (35)$$

G_{31} 是垂直气柱伸缩项, G_{32} 是非地转变形项。对于大气的中尺度扰动一般 $m^2 > k^2 + (N^2 / \xi^2) l^2$ 成立, 当 $\alpha > 0$ 时, 锋前对流层中下层 $\partial w_{HB} / \partial Z > 0$, 从而 $G_{31} > 0$, $\partial E_{31} / \partial T > 0$, 有利于扰动发展, 锋后 $\partial w_{HB} / \partial Z < 0$, 则 $G_{31} < 0$, $\partial E_{31} / \partial T < 0$, 因此锋后不利于扰动发展; 对流层中上层, 锋前 $\partial w_{HB} / \partial Z < 0$, 锋后 $\partial w_{HB} / \partial Z > 0$, 故有相反的情况。对于 $\alpha < 0$ 时的锋消情形, 则与 $\alpha > 0$ 的情况相反。对于非地转变形项 (35) 式, 由于 $\partial u_{HB} / \partial Z \gg \partial w_{HB} / \partial X$, $\alpha > 0$ 时, $\partial u_{HB} / \partial Z < 0$, 从而 $\partial u_{HB} / \partial Z + \partial w_{HB} / \partial X < 0$, 当 $km < 0$ 时, $G_{32} > 0$, $\partial E_{32} / \partial T > 0$, 扰动发展, 若 $km > 0$, 则 $G_{32} < 0$, $\partial E_{32} / \partial T < 0$, 扰动衰减。当 $\alpha < 0$ 时, $\partial u_{HB} / \partial Z + \partial w_{HB} / \partial X > 0$, 则 $km > 0$ 时有利于扰动发展, $km < 0$ 时不利于扰动发展。

4.4 层结变化项

$$G_4 = -\frac{K_h^2}{2\xi^2 K^2} \frac{DN^2}{DT}, \quad \frac{\partial E_4}{\partial T} = \iiint e G_4 d\tau, \quad (36)$$

计算表明 $\alpha > 0$ 时, 锋生使锋区 N^2 随时间增加, 从而 $DN^2 / DT > 0$, $G_4 < 0$, $\partial E_4 / \partial T < 0$, 该项不利于扰动在锋区发展, 而当 $\alpha < 0$ 时, 有相反的结果。因此锋区层结变化项在锋生过程中不利于扰动发展, 锋消过程则有利于扰动发展。

以上对影响快波扰动的各项因子分别作了分析, 实际扰动发展与否取决于各项的综合。另外, 以上讨论是从波包与环境场能量交换的角度进行的, 应指出在波包能量守恒 $\partial E / \partial T = 0$ 的条件下, 由于受环境场非均匀性的影响, 波包内部能量仍会发生集散, 从而引起局部增幅或减幅, 这也可能引起天气的变化。

5 小结

本文用 WKBJ 方法分析了锋生、锋消过程对锋面附近中小尺度扰动发展的影响, 分别讨论了大尺度变形场、锋区斜压气流、锋生次级环流及层结变化对快波扰动的影响, 主要结论有: (1) 锋生过程有利于与锋平行的对称型扰动发展, 锋消有利于沿锋方向传播的横波型扰动发展。(2) 快波发展与水平波长变短或垂直波长伸长联系在一起。(3) 变形场的作用最终会导致扰动水平波长变短, 使快波扰动发展。(4) 锋区地转气流的气旋性切变有利于顺切变快波扰动 ($kl < 0$) 发展, 而垂直切变则有利于逆切变快波扰动 ($km > 0$) 发展。(5) 对流层中下层锋生非地转环流上升支有利于快波扰动发展, 下沉支则不利于快波扰动发展; 对流层中上层则结果相反。(6) 层结稳定度的增大不利于快波扰动发展, 减小则有利于快波扰动发展, 因而锋生时不利于扰动在锋区发展, 锋消时则相反。

最后应指出, 上述结论是在锋区比较宽的假定下得出的, 对于比较强的锋面, 缓变假定将会带来较大的误差, 因此上述讨论更适合于锋生的前半阶段。另外, 扰动是否发展要看各项的综合结果, 要给合锋生模式的计算作进一步的讨论, 对此将另文给出。

参 考 文 献

- Hoskins, B. J. and F. P. Bretherton, 1972, Atmospheric frontogenesis models: Mathematical formulation and solution, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 11~37.
- Bennetts, D. A. and B. J. Hoskins, 1979, Conditional Symmetric instability—a possible explanation for frontal rainbands, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **105**, 945~962.
- Emanuel, K. A., 1982, Inertial instability and mesoscale convective systems, Part II: Symmetric CISK in a baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1080~1097.
- Moore, G. W. K. and W. R. Peltier, 1987, Cyclogenesis in frontal zones, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 384~409.
- Joly, A. and A. J. Thorpe, 1990, The stability of a steady horizontal shear front with uniform potential vorticity, *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2612~2622.
- 张可苏, 1988, 斜压气流的中尺度稳定性, I 对称不稳定, *气象学报*, **46**, 256~266.
- 张可苏, 1988, 斜压气流的中尺度稳定性, II 横波不稳定, *气象学报*, **46**, 385~392.
- Joly, A. and A. J. Thorpe, 1991, The stability of time dependent flows: An application to fronts in developing baroclinic wave, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 163~182.
- Bishop, C. H. and A. J. Thorpe, 1994, Frontal wave stability during moist deformation frontogenesis. Part I: Linear wave dynamics, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 852~873.
- Ley, B. E. and W. R. Peltier, 1978, Wave generation and frontal collapse, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 3~17.
- Gall, R. T., R. T. Williams, and T. L. Clark, 1988, Gravity waves generated during frontogenesis, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2205~2219.
- 曾庆存、卢佩生, 1980, 非均匀基流上扰动的演变, *中国科学*, No. 12, 1193~1202.
- Zeng Qingcun et al., 1986, Evolution of large scale disturbances and their interaction with mean flow in a rotating barotropic atmosphere——Part I, *Adv. Atmos. Sci.*, **3**, 39~58.
- 孙立谭、赵瑞星, 1989, 中尺度扰动的对称发展, *气象学报*, **47**, 394~401.
- 王东海、周晓平, 1994, 斜压大气中尺度横波扰动的发展, *大气科学*, **18**, 61~71.
- 王兴宝、张维桓, 1992, 三维非均匀流上中小尺度扰动的发展, *中国科学*, **10**, 1110~1120.
- 王兴宝、张维桓, 1992, 低空急流和非均匀层结条件下重力惯性波的传播与发展, *热带气象*, **8**, 323~333.
- Wang Xingbao, 1995, Effects of topography on the propagation and development of inertia gravity wave, *Acta*

Meteorologica Sinica, 9, 488~500.

19 王兴宝、吕克利, 1994, 凝结加热对锋生的影响, *气象学报*, 52, 40~48.

The Effects of Frontogenetical Process on the Development of Disturbance

Wang Xingbao

(*Meteorological Institute of Air Force, Nanjing 211101*)

Abstract The development of infinitesimal disturbances in the form of wave packet superposed on the frontogenetically forced basic state of Hoskins-Bretherton frontogenesis model is investigated by means of the WKBJ method. The effects of large scale deformation field, the baroclinic flow of frontal zone and non-geostrophic circulation of frontogenesis on the development of disturbances are discussed, respectively. It is found that the frontogenesis is in favour of the development of the disturbance propagating parallelly to the front, while frontolysis is in favour of the development of the disturbance propagating along the front.

Key words frontogenesis and frontolysis development of disturbance WKBJ method

《中国气候灾害分布图集》出版

由中国科学院大气物理研究所黄荣辉院士、中国科学院地理研究所郭其蕴、中国气象局气候中心孙安健等人主编的《中国气候灾害分布图集》于1997年5月由海洋出版社出版。该图集包括1951~1990年每年四季气候的灾害分布图160幅,每幅图中标明了各季主要的气候灾害,即干旱、雨涝、霜冻、雪灾、东北夏季冷害、华南寒害和台风灾害的分布情况;1951~1990年我国7种气候灾害发生频率的分布图22幅;全国及我国东部的华南、长江中、下游和华北三个区的干旱和雨涝的年际变化图6幅。此外,还给出各季每种灾害在这40年中最严重的3年。该图集是研究气候灾害的基本资料,可供从事气候、地理、农业和水利等科研和教学人员使用,亦可供防灾、民政、交通运输等有关部门参考。

该图集为彩色套印,平装,每本定价人民币69元。

(耿淑兰)