

一类非线性海气耦合波的研究*

蒋国荣 张 铭

(空军气象学院, 南京 211101)

摘 要 建立了一类非线性海气耦合波的模式, 并用该模式作了解析研究, 讨论了该类海气耦合波的存在条件, 发现当海气耦合较强时分别存在以海洋为主导方面及以大气为主导方面的两支海气耦合波, 而耦合较弱时则仅有前者存在。还求得了该模式中该类海气耦合波的椭圆余弦波解及孤立波解, 并对以海洋为主导的海气耦合波的性质作了讨论, 认为海气相互作用耦合也是产生大气季节内振荡的机制之一。

关键词 非线性 海气耦合 波

1 引言

全球气候的变化及近年来世界范围内的气候异常给许多国家带来了粮食、资源和能源的危机, 故而对气候问题的研究已引起各国政府和科学家的高度重视, 成为一个热门课题。在气候系统中海洋和大气是最易被观测到的部分。近 20 年来人们已开始真正认识到海气相互作用对气候影响的重要性。海洋和大气的相互作用最主要体现在: 海洋通过加热方式影响大气而大气则通过风应力的作用将动量传递给海洋, 从而影响海洋的状态。大气和海洋中均包含有性质不同的各种波动, 大气和海洋通过以上方式耦合时耦合波的性质如何, 这是地球流体力学中的一个基本问题, 研究该问题有助于了解气候变化及其异常的原因, 故而是很有意义的。

自 80 年代以来 Philander、刘家铭、巢纪平等用线性模式研究了大气和海洋中 Kelvin 波间的相互作用、Kelvin 波与 Rossby 波的相互作用及 Rossby 波间的相互作用, 取得了不少有价值的研究成果^[1~3]。但线性模式的耦合有一个不足, 即海气耦合波激发出的自激振荡可以是不稳定的, 扰动振幅将无限制地增长。为了得到有限振幅的自激振荡, 在海气耦合系统中引进非线性机制是必要的^[4]。然而当考虑系统的非线性后求解将变得十分困难, 一般只能求数值解, 虽然目前数值模式已取得很大进展^[5], 但要搞清每个因子在系统中的地位和作用还是比较困难的, 故对非线性系统在作必要简化后求其解析解仍然是十分必要的。

2 数学模式

Schopf 和 Suarez 在数值模拟中发现, 海洋中的非线性作用远较大气中重要^[6]。根据这一点, 本文在文献[4]中简单的海气相互作用系统上对大气部分仍取线性模式, 而

1996-12-24 收到, 1997-07-20 收到修改稿

* 本文获国家基础性研究重大关键项目“气候动力学和气候预测理论的研究”的资助

海洋部分则取非线性模式, 耦合形式不变。为简单起见, 我们将本文模式的适用范围限定在 $5^{\circ} \sim 20^{\circ}$ 的热带地区, 此时可有以下的大气和海洋方程组。

2.1 大气方程组

大气运动方程组采用以下的线性滤波模式:

$$\begin{cases} -fv_a + g \frac{\partial h_a}{\partial x} = 0, \\ fu_a + g \frac{\partial h_a}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial h_a}{\partial t} + H_a \left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} \right) = -Q, \end{cases} \quad (1)$$

式中 u_a 、 v_a 分别为大气中 x 方向和 y 方向的速度分量, h_a 为大气中某一特征层的扰动高度, f 为地转参数, 且取 β 平面近似, H_a 是等价高度, Q 为热源。为简单起见, 这里未考虑 Rayleigh 摩擦和 Newton 冷却, 下面海洋模式中亦未考虑这些作用。显然无耦合时该大气模式中仅包含低频 Rossby 波。

2.2 海洋方程组

海洋系统采用非线性模式:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} - fv_s + g \frac{\partial h_s}{\partial x} = \tau_s^x, \\ \frac{\partial v_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} + fu_s + g \frac{\partial h_s}{\partial y} = \tau_s^y, \\ \frac{\partial h_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial h_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial h_s}{\partial y} + (H_s + h_s) \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

式中 u_s 、 v_s 分别为海洋中 x 和 y 方向上的速度分量, τ_s^x 和 τ_s^y 分别为大气作用于海洋风应力的 x 、 y 方向的分量, h_s 为海面自由高度, H_s 为海洋斜温层的平均厚度。在下面还要对方程组 (2) 作地转动量近似以滤除重力惯性波。

2.3 模式耦合

在南北纬 20° 之间的热带地区, 通常海面的自由高度 h_s 正比于 ΔT_s (SST 距平), 故可以假定海洋对大气的加热在该纬度范围正比于 SST 距平^[1], 即

$$Q = \alpha h_s, \quad (3)$$

当认为大气通过风应力影响海洋时, 可取

$$(\tau_s^x, \tau_s^y) = r(u_a, v_a), \quad (4)$$

α 、 r 均为常数, 其量级分别为 10^{-2} s^{-1} 及 $5 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ [1,3]。

引进 $\varphi_a = gh_a$ 和 $\varphi_s = gh_s$ 分别代表大气和海洋中的重力位势扰动, 据此对 (1) 式进行整理后可得

$$\frac{\partial \varphi_a}{\partial t} - C_a^2 \frac{\beta}{f_0} \frac{\partial \varphi_a}{\partial x} = -\alpha \varphi_s. \quad (5)$$

对 (2) 式引进地转动量近似^[7], 以滤去重力惯性波则有

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_s \frac{\partial}{\partial x} + v_s \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \varphi_s \right) + \frac{\beta}{f_0} \frac{\partial \varphi_s}{\partial x} \\ & \quad + \left(f_0 + \frac{1}{f_0} \nabla^2 \varphi_s \right) \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} \right) = \frac{r}{f_0} \nabla^2 \varphi_a, \\ & \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_s \frac{\partial}{\partial x} + v_s \frac{\partial}{\partial y} \right) \varphi_s + (C_s^2 + \varphi_s) \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} \right) = 0, \\ & \frac{1}{f_0} \nabla^2 \varphi_s = \left(\frac{\partial v_s}{\partial x} - \frac{\partial u_s}{\partial y} \right) + \beta u_s, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

这里 $C_a^2 = gH_a$, $C_s^2 = gH_s$ 分别代表线性无基流时大气和海洋中的重力波速。常数 f_0 为所取 β 平面纬度上的 f 值。(5) 与 (6) 式联立即构成本文的海气耦合模式。该海气耦合模式的特点是大气和海洋均采用了滤波模式。由于以上模式中应用了 β 平面近似, 故该模式不能用到赤道上。但在南北纬 $5^\circ \sim 20^\circ$ 的热带地区, 该模式的两个假定: (1) Q 正比于 h_s , (2) 采用 β 平面近似均可认为成立。这就是本文模式仅适用于 $5^\circ \sim 20^\circ$ 的热带地区的原因。

下面采用引进相角函数的方法将上述非线性偏微分方程组化为一个非线性常微分方程组^[8], 并求其行波解。

设 $u_s = U(\theta)$ 、 $v_s = V(\theta)$ 、 $\varphi_a = \Phi_a(\theta)$ 、 $\varphi_s = \Phi_s(\theta)$, 这里 $\theta = kx + ly - \sigma t$ 为相角函数, 将以上各式代入 (5)、(6) 式, 消去 Φ_a , 且令 $K_h^2 = k^2 + l^2$, 合并同类项后对 θ 积分一次, 并取积分常数为零, 可得

$$kU + lV = \frac{\sigma \Phi_s}{C_s^2 + \Phi_s}, \quad (7-1)$$

$$kU - lV = \frac{K_h^2}{f_0} \Phi_s' - \beta U, \quad (7-2)$$

$$kU + lV = \frac{\sigma K_h^2 \Phi_s' + \left(\frac{RK_h^2 \beta}{f_0^2 \sigma + \beta k C_a^2} - \beta k \right) \Phi_s}{f_0^2 + K_h^2 \Phi_s'}, \quad (7-3)$$

式中“ $'$ ”表示对 θ 的微商, $R = \alpha r$ 表示海气相互作用强度。由 (7-1)、(7-3) 整理后可得

$$\Phi_s' = a_1 \Phi_s + a_2 \Phi_s^2, \quad (8)$$

式中

$$a_1 = \frac{(\sigma f_0^2 + k C_a^2 \beta)(\sigma f_0^2 + k C_s^2 \beta) - C_s^2 R K_h^2 \beta}{\sigma K_h^2 C_s^2 (\sigma f_0^2 + k C_a^2 \beta)}, \quad (9-1)$$

$$a_2 = \frac{\beta k (\sigma f_0^2 + k C_a^2 \beta) - R K_h^2 \beta}{\sigma K_h^2 C_s^2 (\sigma f_0^2 + k C_a^2 \beta)}. \quad (9-2)$$

由 (8) 式可以直接积分求出 Φ_s , 然后再由 (6) 及 (5) 式求得 Φ_a 、 U 和 V 。

3 非线性海气耦合行波解

首先考虑该行波解的存在性。对于线性的情况,因其振幅为无穷小,故(8)式中 Φ_s^2 项可略去,这样(8)式退化为

$$\Phi_s'' = a_1 \Phi_s, \quad (10)$$

显然此时只有 $a_1 < 0$ 才有周期行波解存在,其波形为简谐波(正、余弦函数)。线性情形是非线性情形的一个特例,故 $a_1 < 0$ 也是存在有物理意义的非线性海气耦合行波解的一个必要条件,然而在非线性情形下的行波解为有限振幅波,故还应存在一个与振幅有关的约束条件。现求该条件。

令 $Y = \Phi_s'$, 则(8)式可改写成

$$\begin{cases} Y' = a_1 \Phi_s + a_2 \Phi_s^2, \\ \Phi_s' = Y, \end{cases} \quad (11-1)$$

$$(11-2)$$

用文献[8]的方法易求上式的第一积分,即拟能约束

$$\frac{1}{2} Y^2 = \frac{1}{2} a_1 \Phi_s^2 + \frac{1}{3} a_2 \Phi_s^3 + A = F(\Phi_s), \quad (12)$$

这里 A 为积分常数。由上式可知,当 $a_1 < 0$ 时函数 $F(\Phi_s)$ 的图像如图1所示。由文献[8]

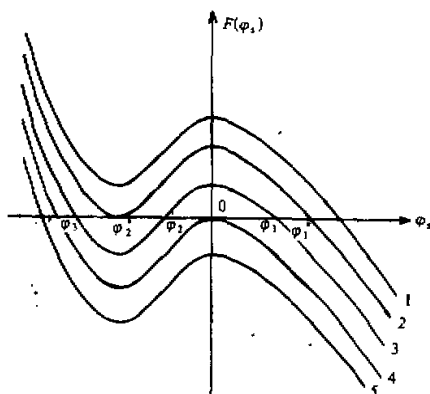


图1 当 $a_1 < 0$ 时函数 $F(\Phi_s)$ 的图像

可知,存在有物理意义的行波解的范围在图上曲线2到曲线4之间。考察方程 $F(\Phi_s) = 0$,对于曲线2此时只有两个根 Φ_1^* 、 Φ_2^* ,其相应于孤波解,且孤波振幅为 $\Phi_1^* - \Phi_2^*$ 。对于曲线4,也只有两根,且其中一根为零,这相应与线性的情况,振幅为无穷小。介于曲线2与4之间的情况(可用曲线3代表)是有限振幅波,其形式为椭圆余弦波,这时该方程有三个根 Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 ,波振幅为 $\Phi_1 - \Phi_2$ 。由图1还可见该行波解振幅的大小取决于曲线在纵轴上截距的大小,即积分常数 A 的值。对曲线4显然 $A = 0$ 。

根据 $F(\Phi_1^*) = 0$ 及 $[dF(\Phi_s)/d\Phi_s]_{\Phi_s = \Phi_1^*} = 0$,不难求得在曲线2的情况有

$$A = -\frac{1}{6} \frac{a_1^3}{a_2^2}, \quad (13)$$

由此可知该海气耦合行波解的存在条件除需有 $a_1 < 0$ 外,还应有

$$0 \leq A \leq -\frac{1}{6} \frac{a_1^3}{a_2^2} = A_s, \quad (14)$$

当 $A \rightarrow 0$ 时海气耦合行波解的振幅为无穷小, 这是线性的情况。随着 A 的增大其振幅也在增加, 这时为椭圆余弦波。当 A 增至 A_s 时其振幅达到最大, 此时椭圆余弦波退化为孤立波。当 $A < 0$ 或 $A > A_s$ 时则有物理意义的海气耦合行波解不存在。

下面再对以上的约束条件作进一步的讨论。令 $C = \sigma/k$, C 为行波解的纬向波速, 则当无海气相互作用, 即 (9-1) 式中 $R=0$ 时有

$$a_1 = \frac{1}{K_h^2} \left(\frac{f_0^2}{C_s^2} + \frac{\beta}{C} \right), \quad (15)$$

由条件 $a_1 < 0$ 可知

$$-\frac{C_s^2 \beta}{f_0^2} < C < 0, \quad (16)$$

即行波解此时是西移的。当存在海气相互作用时则有 $R > 0$, 为讨论方便可定义一个临界耦合系数

$$R_c = \frac{k^2 f_0^2}{K_h^2 C_s^2} \left(C + C_u^2 \frac{\beta}{f_0^2} \right) \left(C + C_s^2 \frac{\beta}{f_0^2} \right). \quad (17)$$

此时 (9-1) 式可写成 $a_1 = [f_0^2(R_c - R)] / [\sigma^2(f_0^2 + C_s^2 \beta / C)]$, 分析该式可知

i) 当 $C > 0$ 时, 若 $R > R_c$ (此时 $R_c > 0$), 则 $a_1 < 0$, $A_s > 0$, 有行波解存在; 若 $R < R_c$, 则 $a_1 > 0$, $A_s < 0$, 无行波解存在。

ii) 当 $-C_s^2(\beta/f_0^2) < C < 0$ 时, 若 $0 < R < R_c$, 则 $a_1 < 0$, $A_s > 0$, 有行波解存在; 若 $R > R_c$, $a_1 > 0$, $A_s < 0$, 无行波解存在。

iii) 当 $-C_a^2(\beta/f_0^2) < C < -C_s^2(\beta/f_0^2)$ 时, 此时 R_c 恒为负, $R = \alpha r$ 恒为正, R 恒大于 R_c , $a_1 > 0$, $A_s < 0$, 无行波解存在。

iv) 当 $C < -C_a^2(\beta/f_0^2)$ 时, 若 $R > R_c$, 则 $a_1 < 0$, $A_s > 0$, 有行波解存在; 若 $R < R_c$, 则 $a_1 > 0$, $A_s < 0$, 无行波解存在。

综上所述, 当海气耦合作用小于临界耦合时, 耦合波是西移的, 这与无海气耦合的情况类似, 此时耦合波的相速不超过 $|-C_s^2 \beta / f^2|$ 。当海气耦合作用较强, 并大于临界耦合时, 则海气耦合波可以东移。当 $R \rightarrow R_c$ 时, 则有 $a_1 \rightarrow 0$ 。

值得注意的是, 在海气耦合较强 ($R > R_c$) 时除有东移的海气耦合波外, 还存在一支较快西移的耦合波, 其西移相速大于 $|-C_a^2 \beta / f_0^2|$ 。故此时存在两支耦合波, 一支较快西移, 一支东移。其区别在于前者耦合的主导方面在大气, 而后者则在海洋。若无耦合, 则前者退化为大气 Rossby 波, 而后者退化为海洋中的慢波。我们对后者更感兴趣, 因其可能与低频振荡等现象有关。

方程 (8) 中包含有椭圆余弦波和孤立波, 因篇幅所限, 这里直接给出其解, 求解方法可参考文献 [8,9]。其椭圆余弦波解为

$$\Phi_s(\theta) = \Phi_2 + (\Phi_1 - \Phi_2) \text{cn}^2 \left[\sqrt{\frac{-a_2}{6}} (\Phi_1 - \Phi_3) \theta \right], \quad (18)$$

式中 cn 为 Jacobi 椭圆余弦函数, $\Phi_i (i=1,2,3)$ 为方程 $F(\Phi_i) = 0$ 的 3 个互异的实根, 且 $\Phi_1 > 0$, $\Phi_3 < \Phi_2 < 0$, $\sqrt{(\Phi_1 - \Phi_2) / (\Phi_1 - \Phi_3)} = m < 1$ 为椭圆函数的模。

当方程 $F(\Phi_s) = 0$ 中的积分常数 $A \rightarrow A_s$ 时, 则上述椭圆余弦波退化为孤立波, 其解为

$$\Phi(\theta) = \frac{3}{2} \frac{a_1}{a_2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\sqrt{-a_1}}{2} \theta \right) - \frac{a_1}{a_2}. \quad (19)$$

椭圆余弦波和孤立波的波形许多文献中均有, 本文就不再给出。

利用确定椭圆余弦波的波长公式, 经过一系列演算, 可得海气耦合波的纬向波速公式

$$C = \frac{\hat{C}_a + \hat{C}_s}{2} \pm \frac{\sqrt{(\hat{C}_a - \hat{C}_s)^2 - 4q_1 \hat{C}_s}}{2}. \quad (20)$$

这里 $\hat{C}_a = -C_a^2 \beta / f_0^2$, $\hat{C}_s = \tilde{C}_s(1 - q_2)$, $\tilde{C}_s = -C_s^2 \beta / f_0^2$, $q_1 = (R/\beta)(K_b^2/k^2)$, $q_2 = [\tilde{C}_s q_1 - (C - \hat{C}_a)(C - \tilde{C}_s)] / [\tilde{C}_s q_1 + (C - \hat{C}_a)\tilde{C}_s]$ 。由 (20) 式可见, 若 $R = 0$, 即无海气耦合时, 有 $q_1 = 0$, 此时

$$\begin{cases} C_1 = \hat{C}_a, \\ C_2 = \hat{C}_s = \tilde{C}_s(1 - q_2), \end{cases} \quad (21-1)$$

$$C_2 = \hat{C}_s = \tilde{C}_s(1 - q_2), \quad (21-2)$$

显然, 这里 C_1 为线性化的大气 Rossby 波波速公式, 该公式也可直接利用 (1) 式令 $Q = 0$ (无耦合) 用标准模方法求得; C_2 则为非线性海洋慢波的波速公式。当无海气耦合时 $q_2 = 1 - (C/\tilde{C}_s)$, 将其代入 (21-2) 式则为一恒等式。由于这里海洋模式是非线性的, 故其波速除与外参数决定的 $\tilde{C}_s$ 有关外, 还与其自身的波形和振幅有关, 求解这种关系的具体方法可参考文献[8,9]。

从 (20) 式还可见, 海气耦合系数确起着耦合大气 Rossby 波与海洋慢波的作用, 当 $R \neq 0$ 时由 (20) 式知, 形式上有两支海气耦合波。但由以上的讨论可知, 这种情形仅在 $R > R_c$ 时才存在, $R < R_c$ 时则仅有一支海洋主导的耦合波, 故此时 (20) 式中有一个是增根, 即根式前取正号的, 其无物理意义。对该点可作以下物理解释^[4]: 由于海洋运动与大气运动在空间和时间尺度上的差别, 大气运动的变化要较海洋运动快得多, 海洋运动在经圈方向的特征尺度要比大气小得多。因此如果海洋运动是矛盾的主要方面, 由于海洋运动的周期可长达数月以上, 在这种长时间的海洋加热下,

大气就可能在大气尺度上发生响应。另一方面, 若大气是矛盾的主要方面, 由于大气运动周期很短, 要在很短的时间内, 使密度比大气大 3 个量级的海洋发生质量调整, 这是困难的。若能调整也必须海气耦合足够地强, 若耦合较弱则这种调整就不会发生。这就解释了为什么 $R > R_c$ 时才出现大气为主导的海气耦合波, 而 $R < R_c$ 时则该波不存在的原因。综上所述, 图 2 给出了海气耦合波频谱 (波速) 的分布。

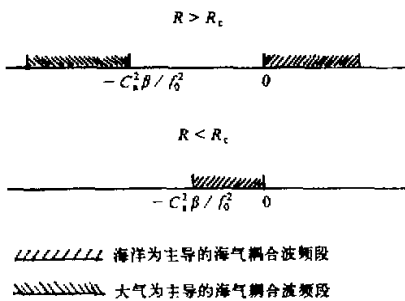


图 2 海气耦合波频谱 (波速) 的分布

4 非线性海气耦合行波解中的诊断关系

由方程 (8) 可见, 非线性海气耦合波的性质与参数 a_1 、 a_2 密切相关, 而 a_1 、 a_2 的值则由 (9) 式决定。将 (9-1)、(9-2) 式中的分子与分母均除以 k^2 后则可写为

$$\begin{cases} a_1 = \tilde{a}_1 / K_h^2, \\ a_2 = \tilde{a}_2 / K_h^2, \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{这里 } \tilde{a}_1 = \frac{(C_s^2 \beta + C f_0^2)(C_a^2 \beta + C f_0^2) - C_s^2 f_0^2 R \tilde{K}_h^2}{C C_s^2 (C_a^2 \beta + C f_0^2)}, \quad \tilde{a}_2 = \frac{\beta(C_a^2 \beta + C f_0^2) - f_0^2 R \tilde{K}_h^2}{C C_s^2 (C_a^2 \beta + C f_0^2)}.$$

$\tilde{K}_h^2 = K_h^2 / k^2 = 1 + (l/k)^2$ 。当 $\tilde{K}_h^2$ 不变时 ($l=0$ 就是这种情况, 此时波动在 y 方向是均匀的, 而波动的等位相线平行于 y 轴), 则 $\tilde{a}_1$ 、 $\tilde{a}_2$ 与 k 无关。下面讨论几个诊断关系。

4.1 纬度对该耦合波解存在范围的影响

由 (17) 式可知, 临界海气耦合系数 R_c 还与外参数 f_0 、 β 有关, 即与纬度 φ 有关。图 3 给出了算得的在不同海气耦合系数下海洋主导的海气耦合波的存在范围 (图中曲线与纵坐标轴之间所夹的区域)。在图 3 及以下的计算中均取 $k=l$, C_a 和 C_s 则各取典型值 63 m/s 和 1.4 m/s 。由图 3 可见, 当海气无耦合时海洋慢波是西传的, 以后随着海气耦合系数 R 的增大, 耦合波随着纬度增大转为东移, 当海气耦合系数较大时, 则除低纬海洋主导的海气耦合波均是东传的。

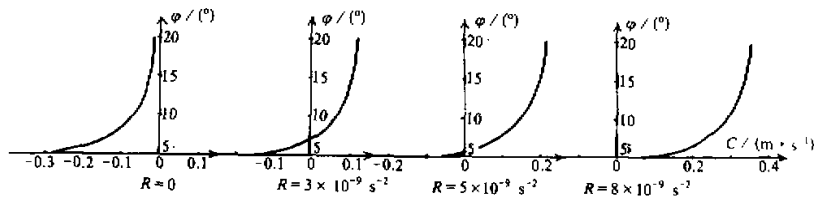


图 3 在不同海气耦合系数下海洋主导的海气耦合波的存在范围

4.2 非线性海气耦合孤波解相速与振幅的关系

非线性波动的相速不仅与振幅有关, 还与波形有关。对于孤波解由于波形已被固定, 故其相速与波形的关系较简单, 且有解析表达式。下面给出海气耦合孤波解振幅 Φ 与宽度 d 和纬向波速 C 的诊断关系:

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2} \frac{\tilde{a}_1}{\tilde{a}_2}. \quad (23)$$

由此可见在 $\tilde{K}_h$ 不变时, 振幅 Φ 与 k 无关, 而

$$d = \frac{2}{\sqrt{-a_1}} = \frac{2K_h}{\sqrt{-\tilde{a}_1}}. \quad (24)$$

注意这里 d 为 θ 轴上的波宽, 将其转换到 x 轴上, 则实际波宽 D 为

$$D = \frac{d}{k} = \frac{2\bar{K}_h}{\sqrt{-\bar{a}_1}}. \quad (25)$$

由上式知, 当 $\bar{K}_h$ 不变时, 实际波宽也与 k 无关。这是不难理解的, 因孤波波形已被固定。

表 1 和表 2 给出了在不同纬度 φ 上取 $R = 5 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ 时, 海洋主导的海气耦合孤立波波速与振幅和波宽的诊断关系。表中 C 的单位为 m/s , Φ 的单位为 m^2/s^2 , D 的单位为 km , 当纬度 φ 为 5° 时 C 为负值, 其他均为正值。“—”表示该相速的孤波不存在。由表 1 可见, 在 $|C|$ 接近于准静止时振幅 Φ 增大, 这时振幅随纬度的改变不明显。由表 2 可见, 纬度越低, 其波宽越大。

表 1 不同纬度上孤波波速 C 与振幅 Φ 的关系

$\varphi \quad \Phi \backslash C$	0.0001	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3
5°	2.935	2.916	2.891	2.696	2.452	0.500	—	—	—
10°	2.938	2.930	2.929	2.842	2.745	1.963	0.985	—	—
15°	2.939	2.932	2.925	2.864	2.788	2.179	1.417	—	—
20°	2.939	2.933	2.926	2.871	2.802	2.249	1.557	0.165	—

表 2 不同纬度上孤波波速 C 与波宽 D 的关系

$\varphi \quad D \backslash C $	0.0001	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3
5°	12.714	28.574	40.580	93.967	139.347	690.32	—	—	—
10°	4.042	9.050	12.820	29.058	41.820	110.59	220.82	—	—
15°	2.392	5.355	7.583	17.135	24.562	62.144	109.03	—	—
20°	1.724	3.859	5.465	12.337	17.662	44.105	75.037	326.67	—

表 3 给出了在北纬 5°N 、 10°N 、 15°N , 当 C 分别取 -0.01 、 0.01 、 0.01 m/s 时不同耦合系数 R 对应的、海洋主导的海气耦合孤波的振幅和波宽。表中 R 和 R_c 的单位为 10^{-9} s^{-2} , 振幅 Φ 的单位为 $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, 波宽 D 的单位为 km , 表中“—”表示该波不存在, 空白表示该值未给出。由表可见, R 的作用在 5°N 处和 10°N 、 15°N 处的作用是不同的, 前者耦合越强其振幅越小, 而后者则反之。这种不同是由于前者 $R < R_c$, 而后者则 $R > R_c$ 。

表 3 不同海气耦合系数 R 下的振幅和波宽

φ	R	0	0.3	1	2	3	5	6	7	10	30	50
5°N $R_c = 6.16$	Φ	2.839	2.830	2.819		2.745	2.456	1.195	—	—	—	—
	D	60.409	63.022	66.006		84.361	139.35	378.13	—	—	—	—
10°N $R_c = 1.80$	Φ	—	—	—	1.384	2.489	2.764		2.837	2.881	2.937	2.947
	D	—	—	—	167.39	68.30	41.82		32.81	26.12	14.09	10.78
15°N $R_c = 0.904$	Φ	—	—	0.896		2.699	2.833			2.916	2.964	2.974
	D	—	—	160.76		34.34	24.56			16.48	9.215	7.094

对于非线性海气耦合椭圆余弦波, 问题就没有这么简单。此时波动的相速不仅与振幅有关, 还与波形 (其由椭圆函数的模 m 决定) 有关, 限于篇幅, 本文不再讨论这种情况。

5 结语

本文讨论了一类非线性海气耦合波的存在条件及该波解的性质, 并给出了一些计算结果。文中主要讨论了耦合波在海洋中的表现即 Φ_s 的情况, 其在大气中的表现即 Φ_a 的情况可通过 (5) 式来讨论。引入相角函数后 (5) 式可写成

$$\frac{k}{\alpha} \left(C + \frac{C_a^2 \beta}{f_0^2} \right) \frac{d\Phi_a}{d\theta} = \Phi_s, \quad (26)$$

对于海洋为主导地位的行波解有 $|C| < C_a^2 \beta / f_0^2$, 故 $(k/\alpha)(C + C_a^2 \beta / f_0^2)$ 恒大于 0, 除 Φ_a 与 Φ_s 有一位相差外 (对于线性波动该位相差为 $\pi/2$), 其他性质应大体与 Φ_s 相同。

以上结果是对该海气耦合模式进行解析研究后得到的, 我们还未做该方面的观测研究, 但最近空军气象学院喻世华教授和他的学生对夏季太平洋地区的 500 hPa 高度场用 CEOF 方法作了诊断研究^[10,11], 诊断的结果表明, 在北半球夏季存在一个周期为 30~50 d 的季节内低频振荡模态 MODE2, 其在 5°N 处略向西传播, 而在 20°N 处向东传播。比较本文解析研究的结果与该诊断分析的结果后, 我们发现两者有共同之处, 故可初步认为该 MODE2 模态是由海气相互作用激发的。由此可见海气相互作用耦合也是产生大气季节内低频振荡的机制之一。

最后要指出的是, 本文对模式做了较大的简化, 而实际的大气-海洋耦合形式要较本文的模式复杂得多, 在这方面还有许多深入的工作要做, 这也是我们今后努力的方向。

参 考 文 献

- 1 Philander, S. G. H., T. Yamagata and R. C. Pacanowski, 1984. Unstable air-sea interaction in the tropics, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 604~613.
- 2 Lau, Ka-Ming(刘家铭), 1981. Oscillation in a simple equatorial climate system, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 248~261.
- 3 巢纪平等, 1988, 长期数值预报和大尺度海-气相互作用, *大气科学 (特刊)*, 79~93.
- 4 巢纪平, 1993, 厄尔尼诺和南方涛动动力学, 北京: 气象出版社, 249~266, 127~128.
- 5 Neelin, J. D., 1990, A hybrid coupled general circulation model for El Niño studies, *J. Atmos. Sci.*, **47**, 674~693.
- 6 Schopf, P. S. and H. J. Suarez, 1988, Vacillations in a coupled ocean-atmosphere model, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 549~566.
- 7 Hoskins, B. J., 1975, The geostrophic momentum approximation and semi-geostrophic equations, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 233~249.
- 8 黄思训、张铭, 1987, 大气中非线性波动的非频散解 I, *中国科学 (B 辑)*, 第 9 期, 1011~1022.
- 9 黄思训、张铭, 1987, 大气中非线性波动的非频散解 II, *中国科学 (B 辑)*, 第 11 期, 1236~1246.
- 10 李兴亮, 1994, 北太平洋低频波的传播与季内西太平洋副热带高压的异常进退, 中国人民解放军空军气象学院硕士论文.
- 11 段美成, 1995, 季内西太平洋副热带高压异常进退的诊断研究和数值模拟, 中国人民解放军空军气象学院硕士论文.

A Study on the Nonlinear Air-Sea Interaction Waves

Jiang Guorong and Zhang Ming

(The Air Force Institute of Meteorology, Nanjing 211101)

Abstract A coupled ocean-atmosphere model of nonlinear waves is presented. An analytical study is completed and existence condition of the air-sea interaction waves in the model is discussed. It is shown that there are two branches of the interaction waves; in each branch either atmosphere or ocean plays a leading role if the coupling of atmosphere and ocean is strong; there is one branch, where only ocean plays a leading role if the coupling is weak. The conical wave solution and solitary wave solution are obtained in the model and properties of the interaction waves in which ocean plays leading role are then discussed. It is suggested that interaction and coupling of atmosphere and ocean are one of the reasons of intraseasonal low-frequency fluctuation in atmosphere.

Key words nonlinear air-sea interaction wave