

# 热带西太平洋对风应力响应的动力学\*

巢纪平

P4

A

(国家海洋局海洋环境科学和数值模拟重点实验室, 青岛 266003)

巢清尘

(国家气候中心, 北京 100081)

**摘要** 应用一个线性等值浅水模式, 在低频近似下研究了热带大洋西部对风应力响应的动力过程, 指出, 由于西边界将激发出振幅大的 Kelvin 波, 以及激发出能形成动力边界层结构的 Rossby 短波, 这种结构使来自风应力的能量可在边界附近聚集和维持, 并向东传播, 表明了热带西太平洋对 El Niño (La Niña) 事件的形成和发展较热带东太平洋更为重要, 因为后者只激发非色散的 Rossby 长波。一个重要的观点是: 热带西太平洋发展成 El Niño 的初始暖海温距平是在强烈东风应力作用下形成的, 当大气改吹西风时, 暖的温度距平只是向东传播及进一步发展而已, 而西风恰恰是形成 La Niña 事件的前期动力。另一个结果是当风应力停止作用于海洋后, 海洋边界上的经圈流仍随时间呈正比的发展, 这一类不稳定性的发现加强了对热带西太平洋在 El Niño (La Niña) 发展中作用的认识。

**关键词:** El Niño; 波动; 低频近似; 不稳定性

## 1 引言

热带太平洋上空盛吹偏东的信风, 在信风驱动下, 大洋东海岸附近是离岸流, 与之相伴随的是冷的上升流, 从而造成在气候上赤道东太平洋的“冷舌”。在大洋西部, 向西的赤道洋流使那里的海水在边界附近堆积, 温跃层增厚, 并形成表层暖水, 这是“暖池”形成的动力学原因之一。与此同时, 由于海水在大洋西部堆积, 形成西高东低的压力梯度, 这个压力梯度在定常状态下将与东风应力相平衡。在某些年份, 如果信风一旦张弛, 或改吹西风, 东海岸附近的上升流减弱或消失, 表层海水变成距平意义下的暖水, 同时, 西东向的压力梯度在失去与风应力的平衡后, 也将驱使西太平洋的次表层暖水向东流动, 在赤道东太平洋形成大面积的暖水, 于是一次 El Niño 事件发生。这即为 20 世纪 70 年代 Wyrtki<sup>[1]</sup>提出的形成的海洋对信风张弛响应的动力学理论。

1982/1983 年那次 El Niño 事件, 以及 1986/1987 年的 El Niño 事件, 海表温度的正距平却都是先在中太平洋出现后向东太平洋传播的, 但是对这两次事件没有进一步分析中太平洋的暖的海表温度是从哪里发展起来的。1997/1998 年的 El Niño 事件, 由于有较好的观测资料, 可以观测到初始的海温正距平首先在暖池次表层 150 m 深附近的温跃层发生, 在那里发展后, 沿着气候的温跃层向东传播, 并在东太平洋上升至海

2000-08-29 收到 2001-01-12 收到再改稿

\* 国家重点基础研究发展规划项目 G1998040900 第一部分和国家自然科学基金资助项目 49976001 共同资助

表的。

事实上, 大多数 El Niño 事件都会经历与 1997/1998 年这次 El Niño 事件相类似的发展过程, 即由热带西太平洋暖池次表层形成的扰动温度距平, 可以在大洋偏东部的不同经度沿着温跃层上升到海表。只是在 20 世纪 90 年代前, 没有整理好的次表层海温资料来揭露事件的发展经过, 找出它们的共性。最近利用美国 Scripps 海洋研究所联合环境分析中心 (JEDAC) 的次表层海温观测资料对 11 次 El Niño 事件的分析表明这种共性是存在的 (图 1 给出 1955 年~1998 年 44 年中 11 次 El Niño 事件次表层海温距平沿温跃层向东传播的合成)。同时我们也相信, La Niña 事件的发展也会像 1998 年的冷水事件那样, 初始的冷水也是在热带西太平洋次表层出现后, 沿温跃层向东传播并在赤道东太平洋表层出现大面积冷水的 (图略)。

由此, 在本文中我们有理由首先研究大洋西部海洋对风应力的响应问题, 这一问题曾在前一篇文章<sup>[2]</sup>中讨论过, 在这篇文章中将用近似度协调的模式作进一步讨论。

## 2 基本方程

对纬圈风作用下的等值浅水模式, 取运动的特征时间为  $(2\beta c)^{-1/2}$ , 特征尺度为  $(c/2\beta)^{1/2}$ , 速度正比于  $c$ , 温跃层扰动厚度正比于  $c^2$ ,  $c = (gh)^{1/2}$  为某一垂直特征模的重力波速度, 风应力  $\tau^x$  的特征值为  $\tau_0$ , 则  $\beta$ -平面上线性化运动方程的无量纲形式为

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}yv + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \tau\tau^x, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}yu + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

式中无量纲数:

$$\tau = \tau_0 \left[ \frac{2(\beta c)^{-1/2}}{cD} \right],$$

$D$  为温跃层的未扰厚度。

引进变量

$$q = \varphi + u, \quad r = \varphi - u,$$

由方程 (1) ~ (3) 给出

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{2}yv = \tau\tau^x, \quad (4)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}yv = -\tau\tau^x, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{1}{2}yq \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{1}{2}yr \right) = 0, \quad (6)$$

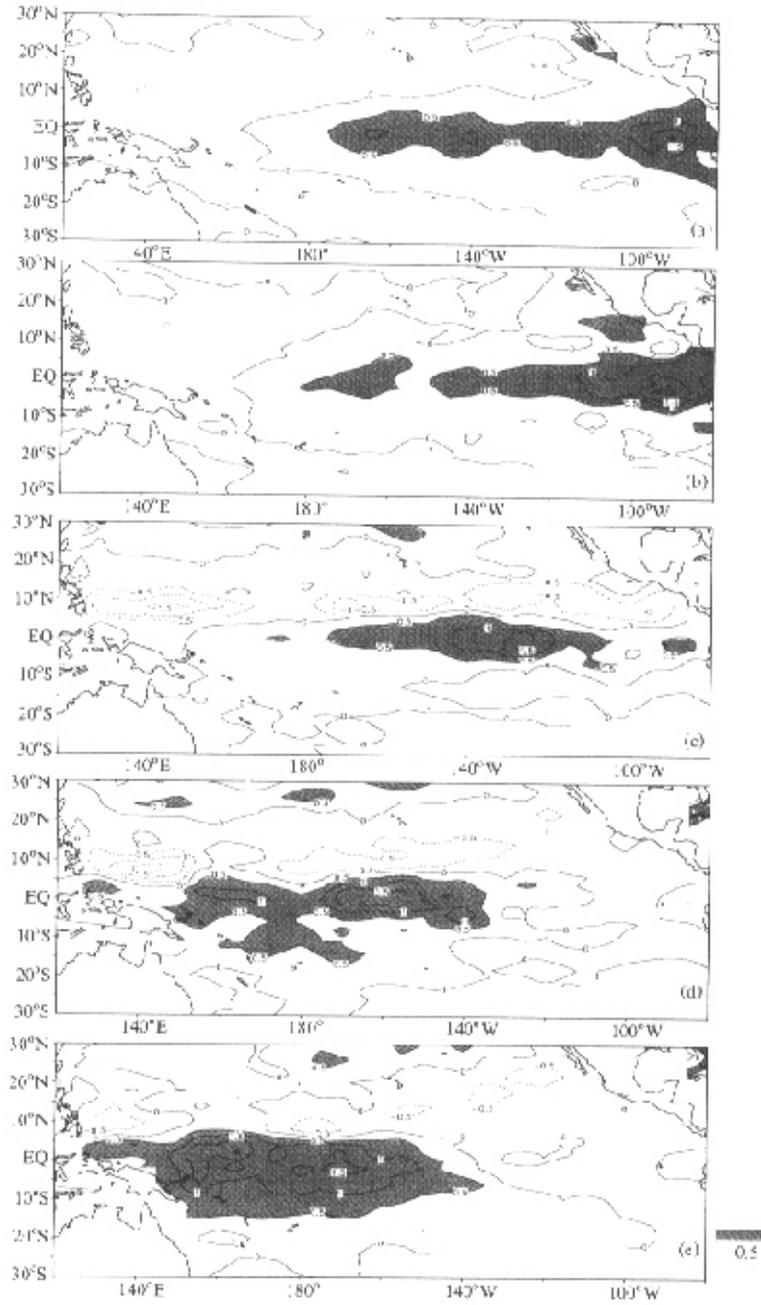


图1 11个El Niño事件沿温跃层发展的合成图(单位:  $^{\circ}\text{C}$ )  
(a) 表层; (b) 次表层 40 m; (c) 次表层 80 m; (d) 次表层 120 m; (e) 次表层 160 m

将物理量用抛物圆柱函数展开成

$$(q, r, v) = \sum_n (q_n, r_n, v_n) D_n(y). \quad (7)$$

对风应力 $\tau^x$  也做同样的处理, 于是有

$$\frac{\partial q_0}{\partial t} + \frac{\partial q_0}{\partial x} = \tau \tau_0^x, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 q_1}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} q_1 = \tau \frac{\partial \tau_1^x}{\partial t}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 q_{n+2}}{\partial t^3} + \frac{\partial^3 q_{n+2}}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{2} (2n+3) \frac{\partial q_{n+2}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial q_{n+2}}{\partial x} \\ = \tau \left[ \frac{\partial^2 \tau_{n+2}^x}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \tau_{n+2}^x}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} (n+1) \tau_{n+2}^x \right] - \frac{1}{2} \tau \tau_n^x, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 r_n}{\partial t^3} - \frac{\partial^3 r_n}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{2} (2n+3) \frac{\partial r_n}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial r_n}{\partial x} \\ = -\tau \left[ \frac{\partial^2 \tau_n^x}{\partial t^2} + \frac{1}{2} (n+2) \tau_n^x \right] + \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \tau \tau_{n+2}^x - \tau \frac{\partial^2 \tau_n^x}{\partial x \partial t}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial v_{n+1}}{\partial t} + \frac{1}{2} (n+2) q_{n+2} - \frac{1}{2} r_n = 0 \quad (12)$$

以及

$$\frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} (n+2) q_{n+2} - \frac{1}{2} r_n = \tau \frac{\partial \tau_{n+2}^x}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 r_n}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} (n+1) r_n - \frac{1}{2} (n+2)(n+1) q_{n+2} = -\tau \frac{\partial \tau_n^x}{\partial t}. \quad (14)$$

这组方程最早为 Anderson 和 Rowlands<sup>[3]</sup> 所用。

### 3 波动的性质

引进 Laplace 变换

$$(\hat{q}_n, \hat{r}_n, \hat{v}_n) = \int_0^\infty e^{-st} (q_n, r_n, v_n) dt, \quad (15)$$

风应力同此。如不计初值影响, 由以上方程给出

$$\frac{d\hat{q}_0}{dx} + s\hat{q}_0 = \tau \hat{\tau}_0^x, \quad (16)$$

$$s \frac{d\hat{q}_1}{dx} + \left( s^2 + \frac{1}{2} \right) \hat{q}_1 = s \tau \hat{\tau}_1^x, \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 & s \frac{d^2 \hat{q}_{n+2}}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{q}_{n+2}}{dx} - \left[ \frac{1}{2} (2n+3)s + s^3 \right] \hat{q}_{n+2} \\
 & = \tau \left\{ s \frac{d\hat{\tau}_{n+2}^x}{dx} - \left[ \frac{1}{2} (n+1) + s^2 \right] \hat{\tau}_{n+2}^x + \frac{1}{2} \hat{\tau}_n^x \right\}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & s \frac{d^2 \hat{r}_n}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{r}_n}{dx} - \left[ \frac{1}{2} (2n+3)s + s^3 \right] \hat{r}_n \\
 & = \tau \left\{ s \frac{d\hat{\tau}_n^x}{dx} + \left[ \frac{1}{2} (n+2) + s^2 \right] \hat{\tau}_n^x - \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \hat{\tau}_{n+2}^x \right\}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$s \hat{r}_{n+1} + \frac{1}{2} (n+2) \hat{q}_{n+2} - \frac{1}{2} \hat{r}_n = 0. \quad (20)$$

以及

$$s \frac{d\hat{q}_{n+2}}{dx} + \left[ \frac{1}{2} (n+2) + s^2 \right] \hat{q}_{n+2} - \frac{1}{2} \hat{r}_n = \tau s \hat{\tau}_{n+2}^x, \quad (21)$$

$$s \frac{d\hat{r}_n}{dx} - \left[ \frac{1}{2} (n+1) + s^2 \right] \hat{r}_n + \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \hat{q}_{n+2} = \tau s \hat{\tau}_n^x. \quad (22)$$

设特征根为  $k_n$ , 则方程 (16) 的自由方程所对应的特征方程为

$$k_0 = -s, \quad (23)$$

这是向东传播的 Kelvin 波。而方程 (17) 对应的特征方程为

$$k_1 = -\left( \frac{1}{2s} + s \right), \quad (24)$$

这是向东传播的 Rossby-重力混合波, 即 Yanai 波, 当  $s$  很大即时间很小时, 其近似式为

$$k_1 = -s, \quad (25)$$

这是向东传播的重力波。当  $s$  很小即时间很大时, 其近似式为

$$k_1 = -\frac{1}{2s}, \quad (26)$$

这是向东传播的 Rossby 短波。

方程 (18) 和 (19) 的自由方程在形式上是一样的, 它们的特征方程为

$$s k_n^2 + \frac{1}{2} k_n - \left( \frac{1}{2} (2n+3)s + s^3 \right) = 0, \quad (27)$$

其根为

$$k_n^+ = -\frac{1}{4s} \left[ 1 - \sqrt{1 + 16 \left( n + \frac{3}{2} \right) s^2 + 16s^4} \right], \quad (28)$$

$$k_n^- = -\frac{1}{4s} \left[ 1 + \sqrt{1 + 16 \left( n + \frac{3}{2} \right) s^2 + 16s^4} \right]. \quad (29)$$

这同  $n \neq 0, 1$  时 Matsuno<sup>[4]</sup> 给出的色散关系, 描写的是 Rossby 波和重力惯性波, 当  $s$  很小时, 其近似根为

$$k_n^- \approx -\frac{1}{2s} - (2n+3)s, \quad (30)$$

$$k_n^+ \approx (2n+3)s. \quad (31)$$

前者是带有波峰面的向东传播的 Rossby 短波, 后者是向西传播的 Rossby 长波。

#### 4 低频近似

注意到, 拉普拉斯变换中的参数  $s$ , 它相当于在波数-频率空间中的频率  $\omega$ , 因此低频运动相当于  $s$  很小时的运动, 巢纪平曾对热带运动的低频近似作过讨论<sup>[5,6]</sup>。在低频近似下特征根 (23) 不变, 其对应的 Kelvin 波方程仍为 (8) 或 (16)。而特征根 (24) 将取 (26) 的形式, 相应的控制方程为

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} q_1 = \tau \frac{\partial \tau_1^x}{\partial t} \quad (32)$$

或者

$$s \frac{d\hat{q}_1}{dx} + \frac{1}{2} \hat{q}_1 = \tau s \hat{\tau}_1^x, \quad (33)$$

注意到在低频近似下的混合波只含有 Rossby 短波。

在另一方面, 与特征根 (30)、(31) 对应的方程分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 q_{n+2}}{\partial x^2 \partial t} - \frac{1}{2} (2n+3) \frac{\partial q_{n+2}}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial q_{n+2}}{\partial x} \\ = \tau \left[ \frac{\partial^2 \tau_{n+2}^x}{\partial x \partial t} - \frac{1}{2} (n+1) \tau_{n+2}^x + \frac{1}{2} \tau_n^x \right], \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 r_n}{\partial x^2 \partial t} - \frac{1}{2} (2n+3) \frac{\partial r_n}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial r_n}{\partial x} \\ = \tau \left[ \frac{\partial^2 \tau_n^x}{\partial x \partial t} - \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \tau_{n+2}^x + \frac{1}{2} (n+2) \tau_n^x \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

或者

$$\begin{aligned} s \frac{d^2 \hat{q}_{n+2}}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{q}_{n+2}}{dx} - \frac{1}{2} (2n+3) s \hat{q}_{n+2} \\ = \tau \left[ s \frac{d\tau_{n+2}^x}{dx} - \frac{1}{2} (n+1) \tau_{n+2}^x + \frac{1}{2} \tau_n^x \right], \end{aligned} \quad (36)$$

$$s \frac{d^2 \hat{r}_n}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{r}_n}{dx} - \frac{1}{2} (2n+3) s \hat{r}_n$$

$$= \tau \left[ s \frac{d\tau_n^x}{dx} - \frac{1}{2}(n+1)(n+2)\tau_{n+2}^x + \frac{1}{2}(n+2)\tau_n^x \right]. \quad (37)$$

注意到, 为了与响应运动的频率特征相接近, 在风应力项中略去了时间变化的高频项。

(34)、(35) 这两个方程所描写的只是 Rossby 波, 它们实质上即为位势涡度方程。

方程 (13) 和 (14) 对的微商是一阶的, 它们可以作为方程 (34)、(35) 或 (36) 和 (37) 的边界条件。在边界上法向速度为零, 如边界是南北走向的, 即有  $u_n = 0$ , 于是  $q_n = r_n = \varphi_n$ , 由 (21)、(22) 式给出

$$s \frac{d\hat{q}_{n+2}}{dx} + \left[ \frac{1}{2}(n+2) + s^2 \right] \hat{\varphi}_{n+2} - \frac{1}{2} \hat{\varphi}_n = \tau s \hat{\tau}_{n+2}^x, \quad (38)$$

$$s \frac{d\hat{r}_n}{dx} - \left[ \frac{1}{2}(n+1) + s^2 \right] \hat{\varphi}_n + \frac{1}{2}(n+1)(n+2)\hat{\varphi}_{n+2} = \tau s \hat{\tau}_n^x. \quad (39)$$

如果在边界上不考虑高频运动, 则有

$$s \frac{d\hat{q}_{n+2}}{dx} + \frac{1}{2}(n+2)\hat{\varphi}_{n+2} - \frac{1}{2}\hat{\varphi}_n = \tau s \hat{\tau}_{n+2}^x, \quad (40)$$

$$s \frac{d\hat{r}_n}{dx} - \frac{1}{2}(n+1)\hat{\varphi}_n + \frac{1}{2}(n+1)(n+2)\hat{\varphi}_{n+2} = \tau s \hat{\tau}_n^x. \quad (41)$$

控制方程 (36)、(37) 对  $x$  是二阶的, 另一边界条件将视问题的物理提法而定。

## 5 截断模方程

设纬圈风应力与  $x$  无关, 其在  $y$  方向的分布取形式

$$\tau^x = X(t)D_0(y). \quad (42)$$

于是对低频运动, 问题的控制方程归结为

$$\frac{d\hat{q}_0}{dx} + s\hat{q}_0 = \tau\hat{X}, \quad (43)$$

$$s \frac{d^2\hat{q}_2}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{q}_2}{dx} - \frac{3}{2} s\hat{q}_2 = \frac{1}{2} \tau\hat{X}, \quad (44)$$

$$s \frac{d^2\hat{r}_0}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{r}_0}{dx} - \frac{3}{2} s\hat{r}_0 = \tau\hat{X}, \quad (45)$$

$$s \frac{d^2\hat{r}_2}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d\hat{r}_2}{dx} - \frac{7}{2} s\hat{r}_2 = 0. \quad (46)$$

边界条件由 (38)、(39) 式给出, 为

$$s \frac{d\hat{q}_2}{dx} + (1 + s^2)\hat{\varphi}_2 - \frac{1}{2}\hat{\varphi}_0 = 0. \quad (47)$$

$$x=0, \quad s \frac{d\hat{r}_0}{dx} - \left(\frac{1}{2} + s^2\right)\hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_2 = \tau s \hat{X}, \quad (48)$$

$$s \frac{d\hat{r}_2}{dx} - \left(\frac{3}{2} + s^2\right)\hat{\phi}_2 + 6\phi_4 = 0, \quad (49)$$

在此只取  $n=0,2$  的截断模。

## 6 大洋西部解

设海洋在  $x$  方向是半无界的, 边界呈南北走向, 其位置为  $x=0$ 。下面来求这一半无界海洋的解。

Kelvin 波方程 (43) 的解可设成

$$\hat{q}_0 = \left( \hat{\phi}_0|_{x=0} - \frac{\tau}{s} \hat{X} \right) e^{-sx} + \frac{\tau \hat{X}}{s}. \quad (50)$$

描写 Rossby 波的方程 (44) ~ (46) 的解分别取成

$$\hat{q}_2 = \left( \hat{\phi}_2|_{x=0} + \frac{\tau}{3s} \hat{X} \right) e^{k_0^- x} - \frac{\tau \hat{X}}{3s}, \quad (51)$$

$$\hat{r}_0 = \left( \hat{\phi}_0|_{x=0} + \frac{2\tau}{3s} \hat{X} \right) e^{k_0^- x} - \frac{2\tau \hat{X}}{3s}, \quad (52)$$

$$\hat{r}_2 = \hat{\phi}_2 e^{k_2^- x}, \quad (53)$$

式中  $k_0^-$ ,  $k_2^-$  由 (30) 式决定, 即  $k_0^- = -\frac{1}{2s} - 3s$ ,  $k_2^- = -\frac{1}{2s} - 7s$ 。

设风应力在  $(0, t_0)$  这一时段内, 其振幅为 1, 当  $t > t_0$  时风应力消失, 对于这样形式的风应力, 它的拉普拉斯变换为

$$\hat{X} = \frac{1 - e^{-t_0 s}}{s}. \quad (54)$$

风应力如是向东的 (西风) 可取  $\tau > 0$ , 向西的 (东风) 可取  $\tau < 0$ 。

为与模式的近似度协调, 现考虑在边界上也无高频运动作用。对于这种情况可略去 (13)、(14) 式中对时间的二阶导数项, 亦即 (47) ~ (49) 式将取成

$$s \frac{d\hat{q}_2}{dx} + \hat{\phi}_2|_{x=0} - \frac{1}{2} \hat{\phi}_0 = 0, \quad (55)$$

$$x=0, \quad s \frac{d\hat{r}_0}{dx} - \frac{1}{2} \hat{\phi}_0|_{x=0} + \hat{\phi}_2|_{x=0} = \tau s \hat{X}, \quad (56)$$

$$s \frac{d\hat{r}_2}{dx} - \frac{3}{2} \hat{\phi}_2|_{x=0} + 6 \hat{\phi}_4|_{x=0} = 0. \quad (57)$$

另一个边界条件为

$$x \rightarrow \infty, \quad (\hat{q}_0, \hat{q}_2, \hat{r}_0, \hat{r}_2) \rightarrow \text{有限}. \quad (58)$$

容易看出, 解 (50) ~ (53) 自动满足条件 (58)。

将解 (51) 代入条件 (55), 给出

$$\hat{\varphi}_0|_{x=0} - (1 - 6s^2)\hat{\varphi}_2|_{x=0} = -\left(\frac{1}{3s} + 2s\right)\tau\hat{X} \approx -\frac{1}{3s}\tau\hat{X}. \quad (59)$$

将解 (52) 代入条件 (56), 给出

$$(1 + 3s^2)\hat{\varphi}_0|_{x=0} - \hat{\varphi}_2|_{x=0} = -\left(\frac{1}{3s} + 3s\right)\tau\hat{X} \approx -\frac{1}{3s}\tau\hat{X}, \quad (60)$$

由此得到

$$\hat{\varphi}_0|_{x=0} = -\frac{2}{3s}\tau\hat{X}, \quad (61)$$

$$\hat{\varphi}_2|_{x=0} = -\frac{1}{3s}\tau\hat{X}. \quad (62)$$

将边界值 (61)、(62) 代入 (50) ~ (53) 式, 得到解为

$$\hat{q}_0 = \left(1 - \frac{5}{3}e^{-sx}\right)\frac{\tau\hat{X}}{s}, \quad (63)$$

$$\hat{q}_2 = -\frac{1}{3s}\tau\hat{X}, \quad (64)$$

$$\hat{r}_0 = -\frac{2}{3s}\tau\hat{X}, \quad (65)$$

$$\hat{r}_2 = -\frac{1}{3}\tau e^{-(1/2s+7s)x}\frac{\hat{X}}{s}. \quad (66)$$

由此得到温跃层和纬圈流的变化为

$$\hat{\varphi}_0 = \frac{1}{2}(\hat{q}_0 + \hat{r}_0) = \frac{\tau\hat{X}}{6s}(1 - 5e^{sx}), \quad (67)$$

$$\hat{u}_0 = \frac{1}{2}(\hat{q}_0 - \hat{r}_0) = \frac{5\tau\hat{X}}{6s}(1 - e^{-sx}), \quad (68)$$

$$\hat{\varphi}_2 = \frac{1}{2}(\hat{q}_2 + \hat{r}_2) = -\frac{1}{6s}(1 + e^{-(1/2s+7s)x})\tau\hat{X}, \quad (69)$$

$$\hat{u}_2 = \frac{1}{2}(\hat{q}_2 - \hat{r}_2) = -\frac{1}{6s}(1 - e^{-(1/2s+7s)x})\tau\hat{X}. \quad (70)$$

这些解表明, 对于零阶模的扰动温跃层和纬圈流来讲, 制约它们变化的是风应力的直接作用和 Kelvin 波, 而对二阶模的扰动温跃层和纬圈流的变化来讲, 除对风应力的直接响应外, 是具有不同波阵面速度的 Rossby 短波。

在另一方面, 对经圈流由 (20) 式给出

$$s\hat{v}_1 = \frac{1}{2}r_0 - \hat{q}_2. \quad (71)$$

考虑到 (64) 和 (65) 两式后有

$$\hat{v}_1 = 0. \quad (72)$$

这是由于对零阶模来讲, 运动是长波的, 或纬圈半地转的。对  $n=2$  有

$$s\hat{v}_3 = \frac{1}{2}\hat{r}_2 - 2\hat{q}_4. \quad (73)$$

而由方程 (36) 给出

$$\hat{q}_4 = \hat{\varphi}_4|_{x=0} e^{k\bar{z}x}. \quad (74)$$

由 (57) 式近似地有

$$x=0, \quad \hat{\varphi}_4|_{x=0} = \frac{1}{3}\hat{\varphi}_2|_{x=0}, \quad (75)$$

由此

$$\hat{q}_4 = \frac{1}{3}\hat{\varphi}_2|_{x=0} e^{k\bar{z}x}. \quad (76)$$

考虑到 (53) 式后, 有

$$\hat{q}_4 = \frac{1}{3}\hat{r}_2. \quad (77)$$

于是 (73) 式为

$$\hat{v}_3 = \frac{1}{6s}\hat{r}_2 = -\frac{\tau}{18s^2}e^{-(1/2s+7s)kx}\hat{\chi}. \quad (78)$$

对于形如 (54) 式的风应力, 由以上各式的逆变换给出大洋内部的运动状态, 分别为

$$\varphi_0 = \frac{\tau}{6} \left[ \left\{ \begin{array}{l} t \\ t_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{array} \right\} - 5 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ t-x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < x \\ \text{当 } t > x \end{array} \right\} + 5 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ t-t_0-x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0+x \\ \text{当 } t > t_0+x \end{array} \right\}, \quad (79)$$

$$u_0 = \frac{5}{6} \tau \left[ \left\{ \begin{array}{l} t \\ t_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ t-x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < x \\ \text{当 } t > x \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ t-(t_0+x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0+x \\ \text{当 } t > t_0+x \end{array} \right\}, \quad (80)$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{6} \tau \left[ \left\{ \begin{array}{l} t \\ t_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left( \frac{2(t-7x)}{x} \right)^{1/2} J_1 \sqrt{2x(t-7x)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < 7x \\ \text{当 } t > 7x \end{array} \right\} \\ - \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left( \frac{2(t-t_0-7x)}{x} \right)^{1/2} J_1 \sqrt{2x(t-t_0-7x)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{当 } t < t_0+7x \\ \text{当 } t > t_0+7x \end{array} \right\}, \quad (81)$$

$$u_2 = -\frac{1}{6}\tau \left[ \begin{matrix} t \\ t_0 \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} t < t_0 \\ t > t_0 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \left( \frac{2(t-7x)}{x} \right)^{1/2} J_1 \sqrt{2x(t-7x)} \\ \left( \frac{2(t-t_0-7x)}{x} \right)^{1/2} J_1 \sqrt{2x(t-t_0-7x)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t < 7x \\ t > 7x \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \left( \frac{2(t-t_0-7x)}{x} \right)^{1/2} J_1 \sqrt{2x(t-t_0-7x)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t < t_0+7x \\ t > t_0+7x \end{matrix} \right\} \right], \quad (82)$$

以及

$$v_1 = 0, \quad (83)$$

$$v_3 = \frac{1}{18}\tau \left[ \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \left( \frac{2(t-7x)}{x} \right) J_2 \sqrt{2x(t-7x)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t < 7x \\ t > 7x \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \left( \frac{2(t-t_0-7x)}{x} \right) J_2 \sqrt{2x(t-t_0-7x)} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t < t_0+7x \\ t > t_0+7x \end{matrix} \right\} \right]. \quad (84)$$

当取  $t_0 = 10$  (如  $t$  取 10 cm, 则一个无量纲时间约为 10 天),  $\tau = 1$  (西风应力), 在图 2 (图中坐标为无量纲值) 中给出沿赤道 ( $y=0$ )  $\varphi$  的时间-经度图, 由此可以看到场的传播过程。同时解表明, 在西风应力作用下, 离开边界的大洋内部, 扰动温跃层是正的, 但在西边界附近的温跃层厚度是变浅的, 即为冷水, 因此如无其他的物理过程 (非绝热加热, 非线性的经圈辐合等), 在 El Niño 事件中西边界附近的距平意义下的暖水是在东风应力作用下形成的, 西风只是起到使已有的暖水离开西边界向东传播或输送。

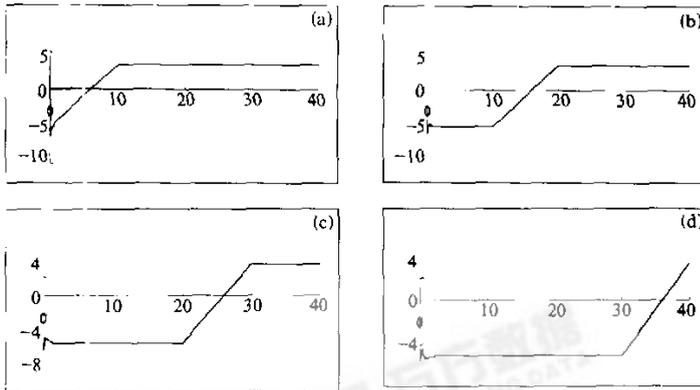


图 2 西太平洋边界附近温跃层在  $t$  时刻随  $x$  的变化分布  
 ( $y$  轴为温跃层厚度,  $x$  轴为离开边界的距离, 锋面上先吹西风, 在  $t=10$  时停止)  
 (a)  $t=10$ ; (b)  $t=20$ ; (c)  $t=30$ ; (d)  $t=40$

为了说明这一点, 设风应力在  $t < t_0$  是东风而到  $t > t_0$  改吹西风, 其拉普拉斯变换为

$$\hat{\chi} = \frac{1 - 2c^{-t_0}}{s}, \quad (85)$$

在这种情况下, 沿赤道物理量的时间变化见图 3 (图中坐标为无量纲值)。可见在大洋西部开始是暖水, 而当东风应力转为西风应力一段时间后, 在边界附近发展出来的是冷水, 表明在一次 El Niño 过程后紧跟一次 La Niña 过程。另外注意到, 当  $t > t_0$  风应力停止作用后, 扰动的海洋并没有回到原来的零场, 而仍保持一定的值。容易看出, 如取  $s \rightarrow 0$ , 则由 (67)、(69) 式给出

$$\varphi = -\frac{1}{6}\tau_0 t_0 (y^2 + 3)D_0(y), \quad (86)$$

而由 (68)、(70) 式给出

$$u = -\frac{1}{6}\tau_0 t_0 D_2(y). \quad (87)$$

由此可见, 西风应力和波动共同作用下, 海洋的最终状态的扰动温跃层是负的, 而洋流在赤道是向东的, 在  $|y| \geq \sqrt{2}$  后流向反过来。

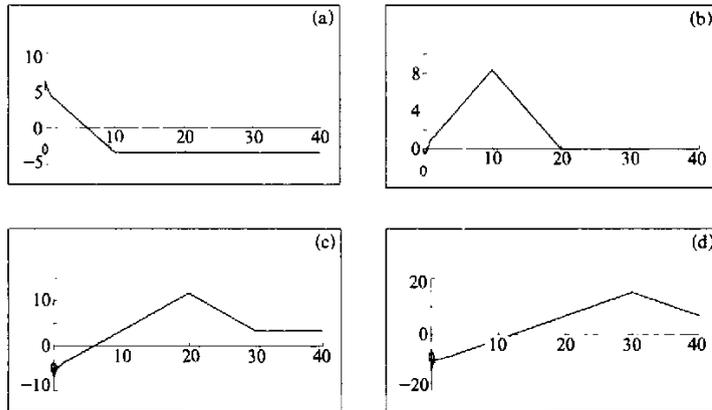


图 3 西太平洋边界附近温跃层在  $t$  时刻沿赤道随  $x$  的变化分布  
( $x$  轴为温跃层厚度,  $x$  轴为离开边界的距离; 洋面上先吹东风, 在  $t=10$  时改吹西风)  
(a)  $t=10$ ; (b)  $t=20$ ; (c)  $t=30$ ; (d)  $t=40$

## 7 西边界经圈流的不稳定性

现在讨论边界上物理量的变化。

边界条件 (61) 和 (62) 的反变换分别为

$$\varphi_0|_{x=0} = -\frac{2}{3}\bar{\tau}_0 \begin{cases} t \\ t_0 \end{cases} \begin{cases} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{cases} \quad (88)$$

$$\varphi_2|_{x=0} = -\frac{1}{3}\bar{\tau}_0 \begin{cases} t \\ t_0 \end{cases} \begin{cases} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{cases} \quad (89)$$

或者, 总的变化为

$$\varphi|_{x=0} = -\frac{1}{3}\bar{\tau}_0 \begin{cases} t \\ t_0 \end{cases} \begin{cases} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{cases} (y^2 + 1)D_0(y). \quad (90)$$

由此可见, 当风应力向东时 ( $\bar{\tau}_0 > 0$ , 西风), 在赤道两侧, 扰动温跃层的厚度是负的, 即在局地平衡条件下, 扰动海温是负的。当  $t > t_0$  后, 风应力已停止作用于海洋, 但这时赤道两侧的海温距平仍保持其负值, 其强度与前期风应力的作用时间  $t_0$  成正比。这一现象说明西边界温跃层的变化具有大的惯性。

在另一方面, 在边界上的经圈流分别为

$$\hat{v}_1|_{x=0} = 0, \quad (91)$$

$$\hat{v}_3|_{x=0} = \frac{1}{18}\bar{\tau}_0 \frac{\hat{X}}{S^2}. \quad (92)$$

对给定的风应力, 有

$$\hat{v}|_{x=0} = \frac{\tau}{18} \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 \\ t_0(t - \frac{t_0}{2}) \end{cases} \begin{cases} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{cases} (y^2 - 3)D_1(y). \quad (93)$$

由此可见, 在西风应力作用下, 在赤道两侧  $|y| < \sqrt{3}$  的纬度内, 经圈流是向赤道辐合的。向赤道辐合的经圈流, 连同沿岸的上升流 (由温跃层变化推知), 用以补偿在西风应力作用下离岸向大洋内部输送的质量。

有趣的是, 虽然作用于海洋的是纬圈风应力, 但边界上的经圈流却发展极为迅速, 在风应力作用阶段, 它与时间平方呈正比发展, 特别是, 即使当风应力停止作用于海洋时, 边界上的经圈流仍然在随时间成正比发展。运动随时间发展表明物理场处在不稳定的状态, 有理由认为这是一类边界不稳定性。

可以预料, 这种不稳定性只能发生在边界附近, 并且其符号应正、负相间, 否则如果在范围的海洋中都有强的向赤道辐合的经圈流的话, 则将有大量的海水质量向赤道调动, 这自然是难以出现的。事实上, 对整个的西部海洋来讲, 对半无界海洋进行积分, 则其总的效果为

$$\int_0^x v dx = \frac{\tau}{9} \begin{cases} t \\ t_0 \end{cases} \begin{cases} \text{当 } t < t_0 \\ \text{当 } t > t_0 \end{cases} (y^2 - 3)D_1(y). \quad (94)$$

可见, 当风应力停止作用于海洋后, 总的经圈输送是定常的。

注意到这类经圈流的不稳定现象只出现在热带大洋西边界附近, 在大洋东边界附近

则没有这种不稳定现象。为说明这一点，可将大洋的东边界置放在  $x=0$  处，半无界海洋的定义域为  $x=(0, -\infty)$ ，问题的一个边界条件为

$$x \rightarrow -\infty, \quad (q_0, q_2, r_0, r_2) \rightarrow \text{有限}. \quad (95)$$

在另一个边界条件为

$$x=0, \quad s \frac{d\hat{r}_0}{dx} - \frac{1}{2} \hat{\varphi}_1|_{x=0} + \hat{\varphi}_2|_{x=0} = \bar{\tau}_0 s \hat{X}. \quad (96)$$

注意到，为了得到  $x \rightarrow -\infty$  时的有限值解，对应 (50) 式要求

$$\hat{\varphi}_0|_{x=0} = \bar{\tau}_0 \frac{\hat{X}}{s}, \quad (97)$$

由此有

$$\hat{q}_0 = \bar{\tau}_0 \frac{\hat{X}}{s}. \quad (98)$$

显然，在东边界对应于  $n=0$  的模没有 Kelvin 波被激发出来，只有单纯的风应力的强迫作用。另外相应的解现在为

$$\hat{r}_0 = \frac{1}{3} \bar{\tau}_0 (5e^{3sx} - 2) \frac{\hat{X}}{s}. \quad (99)$$

对二阶模的边界条件为

$$\hat{\varphi}_2|_{x=0} = \frac{1}{2} \bar{\tau}_0 \frac{\hat{X}}{s}. \quad (100)$$

得到

$$\hat{q}_2 = \frac{1}{6} \bar{\tau}_0 (5e^{3sx} - 2) \frac{\hat{X}}{s}. \quad (101)$$

对给定的风应力，反变换分别为

$$q_0 = \bar{\tau}_0 \begin{cases} t & \text{当 } t < t_0 \\ t_0 & \text{当 } t > t_0 \end{cases} \quad (102)$$

$$r_0 = \frac{1}{3} \bar{\tau}_0 \left[ 5 \begin{cases} 0 & \text{当 } t+3x < 0 \\ t+3x & \text{当 } t+3x > 0 \end{cases} - 5 \begin{cases} 0 & \text{当 } t+3x < t_0 \\ t+3x-t_0 & \text{当 } t+3x > t_0 \end{cases} - 2 \begin{cases} t & \text{当 } t < t_0 \\ t_0 & \text{当 } t > t_0 \end{cases} \right]. \quad (103)$$

由于在大洋东部有长波近似，因此有

$$q_2 = \frac{1}{2} r_0. \quad (104)$$

另外，

$$r_2 = 0, \quad (105)$$

$$v_1 = v_3 = 0. \quad (106)$$

注意到, 在边界上

$$\varphi_0|_{x=0} = \bar{\tau}_0 \begin{cases} t & \text{当 } t < t_0 \\ t_0 & \text{当 } t > t_0 \end{cases}, \quad (107)$$

$$\varphi_2|_{x=0} = \frac{1}{2} \varphi_0|_{x=0}. \quad (108)$$

其经圈分布为

$$\varphi|_{x=0} = \frac{1}{2} \bar{\tau}_0 (y^2 + 1) \begin{cases} t & \text{当 } t < t_0 \\ t_0 & \text{当 } t > t_0 \end{cases} D_0(y). \quad (109)$$

由此可见, 在西风风应力作用下, 东边界的温跃层随时间增厚(暖水)。而当风应力停止作用于海洋时, 温跃层维持一定常值, 但其强度与前期风应力的作用时间 $t_0$ 成正比。

由于在长波近似下, 东边界设有补偿的经圈流, 因此与西边界的情况不同, 不出现不稳定增长现象。

## 8 结论

本文强调了热带大洋西部(热带西太平洋)在 El Niño 形成中的重要性, 这是因为在风应力作用下响应场中的 Kelvin 波具有大的振幅, 而 Rossby 短波在形成西边界动力边界层结构中有重要的作用, 这样在西边界附近将聚集更多的能量, 使过程得以维持较长的时间, 而大洋东边界则不具有这些特征。

本文一个重要的结果是, 以热带西太平洋出现持续暖海温距平为表征的 El Niño 事件, 是在强烈东风应力作用下形成的, 当东风改吹西风时, 事实上 El Niño 事件已经形成, 只不过暖的海温距平向东传播, 再在赤道东太平洋海表出现, 形成大家已习惯的 El Niño 现象而已。在另一方面, 恰恰以热带西太平洋冷水表征的 La Niña 事件却是在强盛的西风中孕育的。另一结果是, 西边界的经圈流具有不稳定性, 这也和东边界不同, 更显出热带西太平洋在 El Niño (La Niña) 发展中的重要作用。但对这类边界经圈流的不稳定性是否受到截断模的影响尚需作进一步分析。

在进一步的工作中, 将应用两层海洋模式来分析为什么扰动温度主要出现在次表层, 以及扰动东传的特征。

## 参 考 文 献

- 1 Wyrski, K., the dynamic response of the Pacific ocean to atmosphere forcing, *J. Phys. Oceanogr.*, 1975, 5, 570~584.
- 2 巢纪平、张丽, 赤道不同海域对信风张弛的响应特征——对 El Niño 研究的启示, *大气科学*, 1998, 22(4), 428~442.
- 3 Aderson, D. L. T. and P. B. Rowlands, The Somali current response to the southern monsoon, *J. Mar. Res.*, 1976, 34, 395~417.

- 4 Matsuno, T, Quasi-geostrophic motions in equatorial areas, *J. Meteor. Soc. Japan*, 1996, **44**, 25~43.
- 5 巢纪平, 热带斜压大气的适应运动和发展运动, *中国科学 (D辑)*, 1999, **29**(3), 279~288.
- 6 巢纪平, 热带大气发展运动的低频模式, *气象学报*, 2000, **58**(4), 385~390.

## The Dynamics of the Response of Tropical Western Pacific to Wind Stress

Chao Jiping

(Key Laboratory for Marine Environmental Science and Numerical Simulation,  
State Oceanic Administration, Qingdao 266003)

Chao Qingchen

(National Climate Center, Beijing 100081)

**Abstract** In the condition of low-frequency approximation, a linear equivalent shallow water model is used to study the dynamical processes of the response of the tropical western Pacific to wind stress. It is indicated that the Kelvin wave with large amplitude will have more important effect on response processes as well as the perturbation move eastward. The Rossby short wave can form dynamical boundary layer structure that urges the energy from wind stress to accumulate and maintain a near west boundary. This study shows that the tropical western Pacific is more important to occurrence and development of El Niño / La Niña. When the wind stress is stopped, the meridional oceanic flow near west boundary still develops with time, this new kind of instability stresses the importance of the tropical western Pacific to the development of El Niño / La Niña.

**Key words:** El Niño; wave; instability; low frequency approximation

