

平流层球面大气地转适应过程 和惯性重力波的激发*

黄荣辉 陈金中

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

P40 A

摘要 观测表明, 在1979年2月平流层爆发性增温期间由于准定常行星波的上传, 平流层存在着强烈非地转运动, 从而导致很强的散度场和很强的大振幅重力波活动。作者用Hough函数构造一个线性正压全球谱模式, 以1979年2月22日平流层爆发性增温期间10 hPa上的实际地转偏差作为初始扰动来模拟平流层在爆发性增温时非地转扰动的地转适应过程, 并从散度场的变化来讨论平流层爆发性增温时重力波的激发和传播。模拟结果表明: 由于在平流层爆发增温时, 伴随着大范围的非地转运动的产生, 气压场将很快与流场相互调整(此过程以气压场向流场调整为主), 经过2~4 h气压场与流场达到地转关系, 并且在适应过程中散度场产生剧烈变化, 这说明在适应过程中所激发的惯性重力波的活动是很剧烈的。

关键词: 平流层; 地转适应; 重力波; Hough函数

1 引言

非地转初始扰动的演变和发展实际上就是所谓的地转适应过程。长久以来, 许多研究者从不同方面讨论了地转适应过程。按照经典大气动力理论, 大气运动最根本的原因是由于大气质量分布不均匀, 即由气压梯度力所产生, 然而Rossby提出相反的看法, 他指出大气质量的分布是大气运动的结果。Rossby^[1,2]分析了一个初始只有流场而无气压梯度相平衡的演变过程, 演变结果表明了流场变化不大, 而产生了与科里奥利力相平衡的气压梯度, 因此, 他指出气压场向流场适应。之后, Cahn^[3]、Charney^[4]指出气压场向风场适应是通过惯性重力波的频散来完成的。这些研究说明了地转适应的存在性。叶笃正^[5]首先指出, 地转适应中存在着尺度问题, 即在大尺度环流中, 风场适应于气压场, 而在中、小尺度系统中, 气压场适应于风场。曾庆存^[6~8]从数学上严格地证明这一理论, 并且, 他指出在高空气压场向风场适应, 即运动变化的原因是动力性的。叶笃正和李麦村^[9]对地转适应问题的研究作了总结。

20世纪70年代以后地转适应过程理论已日趋完善, 并且开展了地转适应的数值模拟。Wiin-Nielson^[10]、Janic和Wiin-Nielson^[11]分别用柱面和二维球面模式讨论了理想化的非地转初始扰动的演变, 并讨论了 β 效应对地转适应的影响。Walterscheid和Bouecher^[12]讨论了由于非地转激发出来波动场的结构和特征。Fritts和Luo^[13]利用一个二维模式讨论了急流附近在地转适应过程中激发出来的重力波的特征, 指出急流附近的

2000-12-13收到, 2001-04-02收到修改稿

* 国家重点基础研究发展规划项目G1998040900第一部分资助

非地转运动是重力惯性波的一个重要源区。Matsuda 和 Takayama^[14]用一个浅水波全球谱模式研究了全球地转适应过程的特征,讨论了“地转适应”这一概念在整个球面上的适用性,并且在数值模式中,与叶笃正和李麦村^[9]一样,他们用散度场来表征重力波的活动。

然而,上面的研究大部分集中讨论对流层大气环流中的地转适应问题与惯性重力波的激发。根据观测,在平流层爆发性增温期间经常可观测到大振幅惯性重力波^[15]。陈金中和黄荣辉^[16]的研究指出,在平流层发生爆发性增温期间,由于平流层流场和温度场急剧变化,在欧洲和北美上空平流层发生了很大的非地转运动,并引起很大的散度场,从而激发了大振幅的惯性重力波,这表明在平流层爆发期间存在着大范围的地转适应过程。因此,本文用一个正压球面模式来研究平流层爆发性增温期间的实际非地转初始扰动的地转适应过程,并讨论在地转适应过程中散度场的变化,以了解在适应过程中惯性重力波的活动情况。

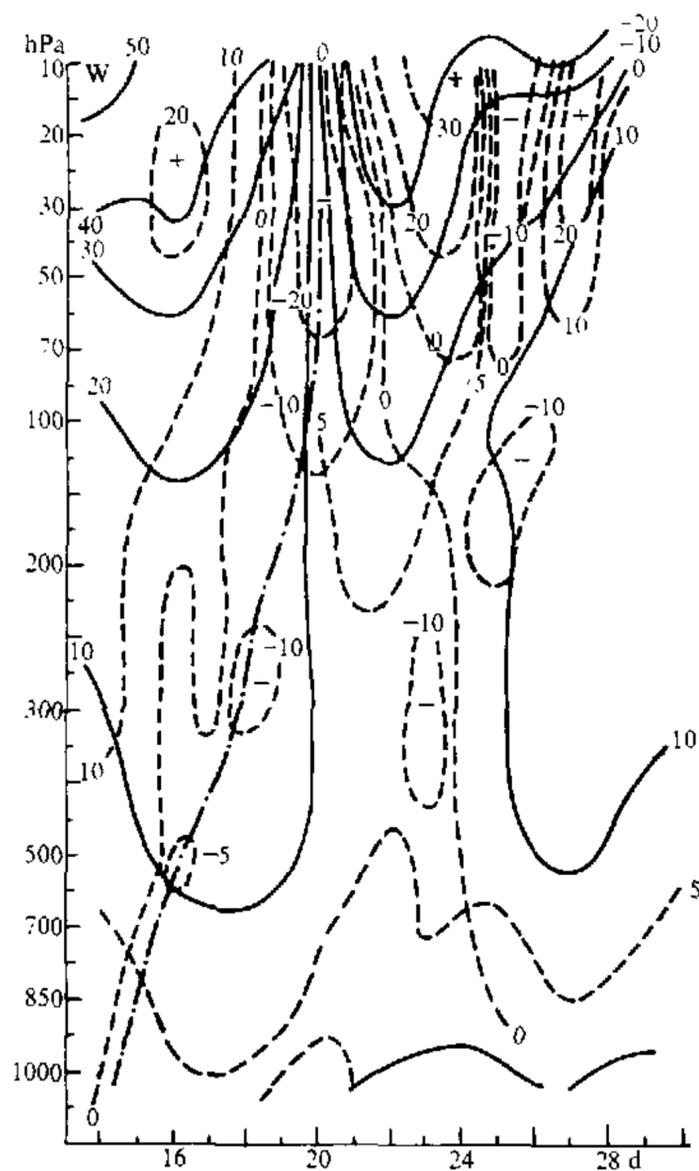


图1 1979年2月下半月沿75°N纬圈行星波E-P通量散度(虚线,单位: 10^{14} m)与平均纬向风(实线,单位: $m s^{-1}$)的高度-时间剖面图

2 平流层爆发性增温时的非地转运动

黄荣辉与邹捍^[17]分析和诊断了1979年2月平流层爆发性增温过程中行星波的垂直上传及其与基本气流相互作用。分析结果表明:由于在1979年2月上半月北半球高纬度对流层下层的基本气流由东风变成西风,使得波数2准定常行星波迅速上传至平流层;上传的行星波产生强的E-P通量的辐合,由于上传的行星波与基本气流相互作用,从而使得西风迅速减弱并变成东风(见图1),并形成了两个很强的反气旋环流;这两个很强的反气旋环流不仅导致了平流层爆发性增温,而且也导致了如图2所示的在(60°E, 60°N)和(90°W, 60°N)为中心强的非地转风偏差(参见文献[16])。这个非地转偏差造成了流场的非地转不稳定,从而激发了惯性重力

波,伴随之将产生地转适应过程。这个地转适应的物理过程将是本文所讨论的。

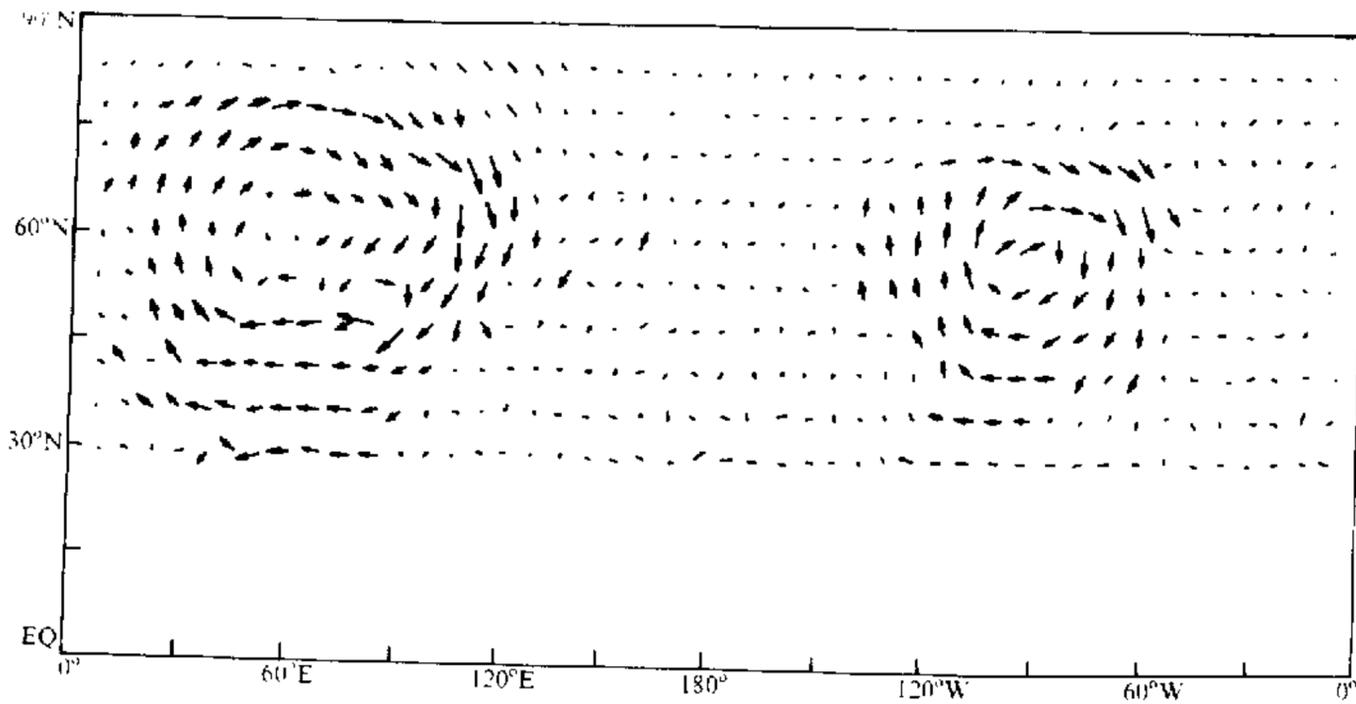


图2 1979年2月22日10 hPa的地转偏差的分布

3 球面正压大气数值模式与初值

3.1 数值模式

在平流层, 由于气温不随高度变化, 层结稳定, 垂直运动较小, 并且温度场的分布与高度场分布比较一致, 因此, 可以用一个正压模式来研究平流层大气运动的变化。

球面正压大气的运动方程可写成

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{a \cos \varphi \partial \lambda} + v \frac{\partial u}{a \partial \varphi} - 2\Omega \sin \varphi v - \frac{uv}{a} \tan \varphi = - \frac{\partial \Phi}{a \cos \varphi \partial \lambda}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{a \cos \varphi \partial \lambda} + v \frac{\partial v}{a \partial \varphi} + 2\Omega \sin \varphi u + \frac{u^2}{2} \tan \varphi = - \frac{\partial \Phi}{a \partial \varphi}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{a \cos \varphi \partial \lambda} + v \frac{\partial \Phi}{a \partial \varphi} + \Phi \left(\frac{\partial u}{a \cos \varphi \partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi}{a \cos \varphi \partial \varphi} \right) = 0, \quad (3)$$

其中 u 、 v 分别是纬向、经向速度, $\Phi = gh$ 是位势, Ω 是地球自转角速度。

对方程 (1) ~ (3) 进行线性化和无量纲化, 取下列无量纲量:

$$\tilde{u} = \frac{1}{\sqrt{gh_e}} u', \quad \tilde{v} = \frac{1}{\sqrt{gh_e}} v', \quad \tilde{h} = \frac{1}{h_e} h', \quad \tilde{t} = 2\Omega t;$$

并取 $\tilde{h}_0(\varphi) = \frac{1}{h_e} \bar{h}(\varphi)$ 为无量纲纬向平均高度, $\tilde{\omega} = \frac{\bar{u}}{2\Omega a \cos \varphi}$ 为无量纲纬向基本气流。令

$\hat{u} = \tilde{h}_0(\varphi) \tilde{u}$, $\hat{v} = \tilde{h}_0(\varphi) \tilde{v}$, 为简单起见, 把 \hat{u} 、 \hat{v} 、 \hat{h} 记为 u 、 v 、 h , 则方程 (1) ~ (3) 可变成

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sin \varphi v + \frac{r}{\cos \varphi} \frac{\partial h}{\partial \lambda} = - \tilde{\omega} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \left(\cos \varphi \frac{d\tilde{\omega}}{d\varphi} - 2\tilde{\omega} \sin \varphi \right) v, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \sin\varphi u + \frac{r\partial h}{\partial\varphi} = -\bar{\omega}\frac{\partial v}{\partial\lambda} - 2\bar{\omega}\sin\varphi u, \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{r}{\cos\varphi}\left(\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{\partial v\cos\varphi}{\partial\varphi}\right) = -\bar{\omega}\frac{\partial h}{\partial\lambda} - \frac{r}{\cos\varphi}(\bar{h}_0 - 1)\left(\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{\partial v\cos\varphi}{\cos\varphi\partial\varphi}\right) - vr\frac{d\bar{h}_0}{d\varphi}, \quad (6)$$

方程组 (4) ~ (6) 中 u 、 v 、 h 是无量纲化的小扰动量, $\gamma = \varepsilon^{-1/2}$, $v = 4a^2\Omega^2 / gh_c$ 为 Lamb 数。方程组 (4) ~ (6) 可写成如下矢量形式:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + F\mathbf{W} = C\mathbf{W}, \quad (7)$$

其中:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -\sin\varphi & \frac{is\gamma}{\cos\varphi} \\ \sin\varphi & 0 & \gamma\frac{d}{d\varphi} \\ \frac{is\gamma}{\cos\varphi} & \frac{\gamma}{\cos\varphi}\frac{d}{d\varphi}[(\)\cos\varphi] & 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} \bar{\omega}\frac{\partial}{\partial\lambda} & -\left(\cos\varphi\frac{d\bar{\omega}}{d\varphi} - 2\bar{\omega}\sin\varphi\right) & 0 \\ -2\bar{\omega}\sin\varphi & \bar{\omega}\frac{\partial}{\partial\lambda} & 0 \\ -\frac{\gamma}{\cos\varphi}(\bar{h}_0 - 1)\frac{\partial}{\partial\lambda} & -\frac{\gamma}{\cos\varphi}(\bar{h}_0 - 1)\frac{\partial(\)\cos\varphi}{\cos\varphi\partial\varphi} - \gamma\frac{d\bar{h}_0}{d\varphi} & -\bar{\omega}\frac{\partial}{\partial\lambda} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ h \end{bmatrix}. \quad (10)$$

由于本文讨论平流层球面地转适应过程问题, 利用 Hough 函数来构造谱模式有一定优越性。Hough 函数是 Laplace 潮汐方程的特征解。Kasahara^[18]的研究表明: 虽然 Hough 函数不是有基流时线性正压浅水波方程的特征解, 但对于相同数量的模式变量, Hough 函数展开法是一种比球函数更有效的工具, 利用 Hough 函数展开法可以方便地把快波(重力波)和慢波(涡漩波)分开; 并且, Hough 函数展开法中三个要素 u 、 v 、 h 只有一个共同的谱系数, 这意味着三个要素之间有着一种内在的动力学约束, 物理意义更明显。Kasahara^[19]和董双林等^[20]都专门讨论过 Hough 函数的计算。因此, 本研究利用 Hough 函数 $H_l^m e^{is\lambda}$ 展开矢量方程 (7) 变量(见附录), 并设解为

$$\mathbf{W} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{+l} w_l^m(t) H_l^m e^{is\lambda}, \quad (11)$$

$$H_l = - \begin{bmatrix} \hat{U}_l \\ \hat{V}_l \\ \hat{Z}_l \end{bmatrix}, \quad (12)$$

并有 $H_l^{-1} = [H_l^*]$, 其中 $w_l(t)$ 只是与 t 有关的谱系数, l 是经圈模的求和指数。Longuet-Higgins^[21]系统地研究了潮汐方程的特征频率和特征函数, 指出方程包含着两类波动。因此, 上述展开式包括了 LWG (西传惯性重力波), LR (西传 Rossby 波), LEG (东传惯性重力波) 这几种模态。在 $s=0$ 时, 只要重力波模态成对选取, 则展开式 (11) 是实数, 即

$$w_l^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \mathbf{W} \cdot H_l^* e^{-i\omega t} d\mu d\lambda, \quad (13)$$

上式中 $\mu = \sin\varphi$ 。

把 (11) 式代入 (7) 式, 同乘 $H_l^* e^{-i\omega t}$, 沿球面积分, 注意到 Hough 函数是算子 F 的特征解以及 Hough 函数的正交性, 于是从 (7) 式可得:

$$\frac{dw_l^*}{dt} + i(\sigma_l^*)_0 w_l^* + i \sum_{l=1}^L b_{ll}^* w_l^* = 0, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

其中:

$$b_{ll} = \int_{-1}^1 \left\{ (\hat{U}_l^* \hat{U}_l + \hat{V}_l^* \hat{V}_l + \hat{Z}_l^* \hat{Z}_l) + 2\bar{\omega} \sin\varphi (\hat{V}_l^* \hat{U}_l + \hat{U}_l^* \hat{V}_l) - \cos\varphi \frac{d\bar{\omega}}{d\varphi} \hat{V}_l^* \hat{U}_l - r \frac{d\bar{h}_0}{d\varphi} \hat{V}_l^* \hat{Z}_l + \frac{(\bar{h}_0 - 1)}{\cos\varphi} \left[s \hat{U}_l^* - \frac{d}{d\varphi} (\hat{V}_l^* \cos\varphi) \right] \hat{Z}_l^* \right\} d\mu, \quad (15)$$

σ_0 是 Laplace 潮汐方程的特征频率。记 $W_l^* = \alpha_l^* + i\beta_l^*$, 则 (14) 可写成

$$\begin{cases} \frac{d\alpha_l^*}{dt} - (\sigma_l^*)_0 \beta_l^* - \sum_l^L b_{ll}^* \beta_l^* = 0, \\ \frac{d\beta_l^*}{dt} + (\sigma_l^*)_0 \alpha_l^* + \sum_l^L b_{ll}^* \alpha_l^* = 0, \end{cases} \quad (16)$$

令

$$X = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_L^*, \beta_1^*, \beta_2^*, \dots, \beta_L^*), \quad (17)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -E \\ E & 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$E = \begin{bmatrix} (\sigma_1^*)_0 + b_{11}^* & b_{12}^* & b_{13}^* & \dots & b_{1L}^* \\ b_{21}^* & (\sigma_2^*)_0 + b_{22}^* & b_{23}^* & \dots & b_{2L}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{L1}^* & b_{L2}^* & b_{L3}^* & \dots & (\sigma_L^*)_0 + b_{LL}^* \end{bmatrix}. \quad (19)$$

这样, 可得谱系数方程如下:

$$\frac{dX}{dt} + DX = 0, \quad (20)$$

研究扰动的发展变化归根到底就是求解方程 (20)。

3.2 数值方法

把方程 (20) 离散化, 即

$$\frac{X^{n+1} - X^n}{\Delta t} + D \frac{X^{(n+1)} + X^n}{2} = 0, \quad (21)$$

则可得 X 的迭代方程如下:

$$X^{n+1} = \left(1 + \frac{\Delta t D}{2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{\Delta t D}{2}\right) X^n. \quad (22)$$

在计算过程中, 沿经圈的积分用 64 点高斯积分, 模式初值也都插到高斯格点上; 截断波数至 $s=16$, 截断模态数至 $L=60$ 。在 $s \geq 1$ 时, 30 个对称模为 $LEG=0, 2, 4, \dots, 16$, $LR=1, 3, 5, \dots, 23$, $LWG=0, 2, 4, \dots, 16$; 30 个反对称模为 $LEG=1, 3, \dots, 17$, $LR=0, 2, 4, \dots, 24$, $LWG=1, 3, 5, \dots, 17$; 在 $s=0$ 时, 成对选取重力波 $l_g, l_g^* = 0, 1, 2, \dots, 35$; $LR=-1, 1, 2, \dots, 23$ 也是 60 个模态。

在时间积分方案中, 步长取 $\Delta t=0.25$ (相应的有量纲量约 0.5 h), 每积分一步都计算了流场、位势场和散度场。

3.3 扰动模式初值

由于平流层爆发性增温发生在中高纬, 用 1979 年 2 月 22 日 10 hPa 上 30°N 以北地区的地转偏差作为模式的初值, 因此, 初始流场为中心位于 $(60^\circ\text{E}, 60^\circ\text{N})$ 和 $(90^\circ\text{W}, 60^\circ\text{N})$ 的两个反气旋环流。

南半球的初始扰动都取为 0, 即 $u'=v'=h'=0$ 。计算结果表明, 在积分过程中这种情形不随时间变化, 流场和位势场都保持为 0, 以后我们只画北半球区域扰动场的演变。

4 平流层地转适应的数值模拟

利用上述数值模式和数值方法, 并利用模式的初始场进行积分至 50 小时, 即积分 100 步, 从而得到初始场作用下的北半球平流层地转适应的变化情况。

图 3 是把图 2 所示的初始扰动流场按 Hough 函数展开后再按 (11) 式求和所得, 可以看到, 图 3 所示的流场与图 2 所示的初始场是一致的, 而位势场都是零值。这说明在本模式数值解中应用 Hough 函数是正确的。

图 4a~e 分别是模式积分为 0.5、1.0、2.0、25.0 和 50.0 h 后的 10 hPa 扰动流场、位势场的分布情形。从图 4a 可以看到, 扰动流场很少变化, 仍然保持为两个反气旋性结构, 而扰动位势场略发生了改变, 在 $(55^\circ\text{E}, 55^\circ\text{N})$ 和 $(75^\circ\text{W}, 60^\circ\text{N})$ 出现了两个位势高值区, 这两个区域正好是反气旋性地转偏差的大致位置。这说明位势场已表现出向流场调整的特点。

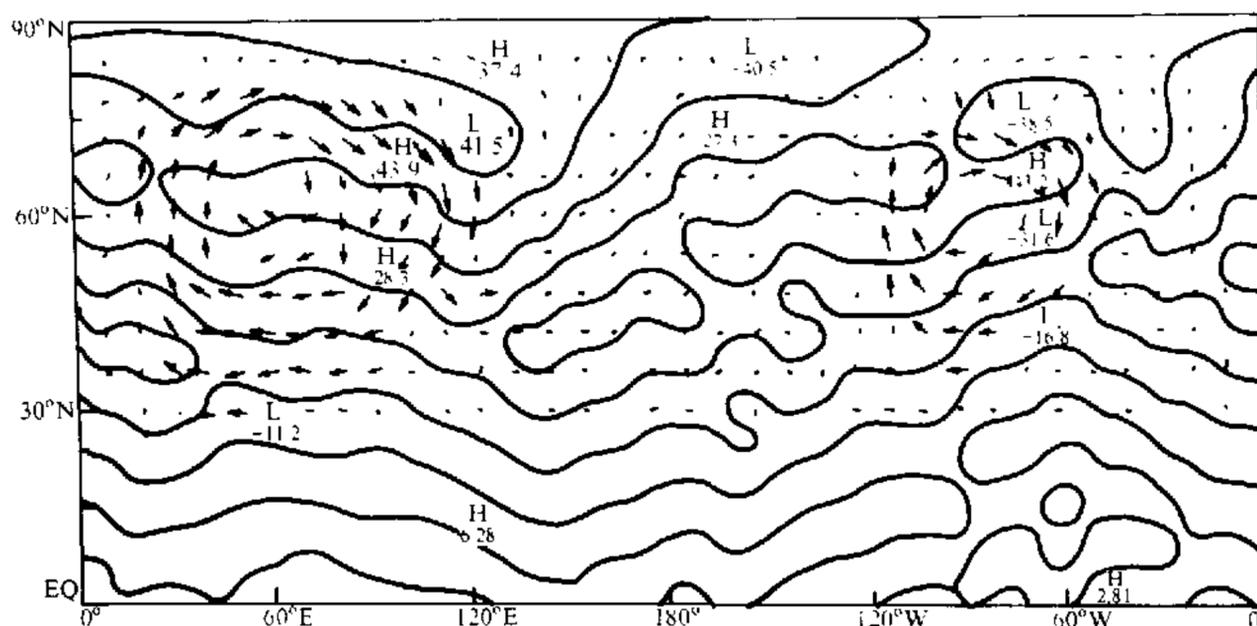


图3 积分起步 ($t=0$ h) 时的流场、高度场 (实线, 单位: gpm) 的分布

图 4b 是积分到第 2 步 (约 1 h) 的 10 hPa 上扰动流场和位势场的分布情形。可以看到, 在图 4b 中的两个位势高值区加强, 已经发展成为高压, 中心值分别已达 361 gpm 和 402 gpm, 而流型仍然是少变的。

图 4c 是模式积分到 2.0 h 时的 10 hPa 面上扰动流场与高度场分布。可以看到, 扰动流型仍然少变, 但在扰动高度场已经有两个很强的高压, 中心值分别为 664 gpm 和 756 gpm, 这与初始场非地转流场相配置; 并且, 模式积分到 4.0 h 时扰动流场和扰动高度场与图 4c 相类似, 扰动流场和位势高度场已经较好地满足地转关系。

然而, 当模式积分 4.0 h 以后, 在模式的积分过程中扰动流场和位势高度场的这种地转关系配置少变 (图略); 当模式积分至 25.0 h (见图 4d), 在位势场的高压有些减弱; 并且, 当模式积分到 50.0 h, 流型已经发生大的改变, 不再是前面所述的两个反气旋性的结构了, 高度场也被多个高低压中心所代替。在这过程中, 虽然流场和位势场发生了大的改变, 但两者之间仍然保持着较好的地转关系。

从上面的积分结果可知, 本次地转适应大致在 2~4h 内完成, 是一个快过程; 并且此次地转适应过程中流场是少变的, 主要是高度场向流场进行调整, 以达到地转适应; 另一方面, 如果注意到每张图中单位矢量所代表的大小, 可以发现, 流型虽然少变, 但流场也呈减小趋势, 这就是说, 也存在这流场向气压场的适应, 因此, 适应过程是相互的。

5 地转适应过程中散度场的演变

正如引言中所述, 在地转适应中, 散度场的变化主要反映了惯性重力波的活动 (参见文献[9,14])。因此, 为了分析在这次平流层地转适应过程中惯性重力波的活动情况, 我们利用散度场的演变来研究平流层地转适应过程中惯性重力波的活动情况。从图 5a~e 中所示的散度场的变化可以看到; 与每个反气旋性流场相对应, 总有一对流辐散辐

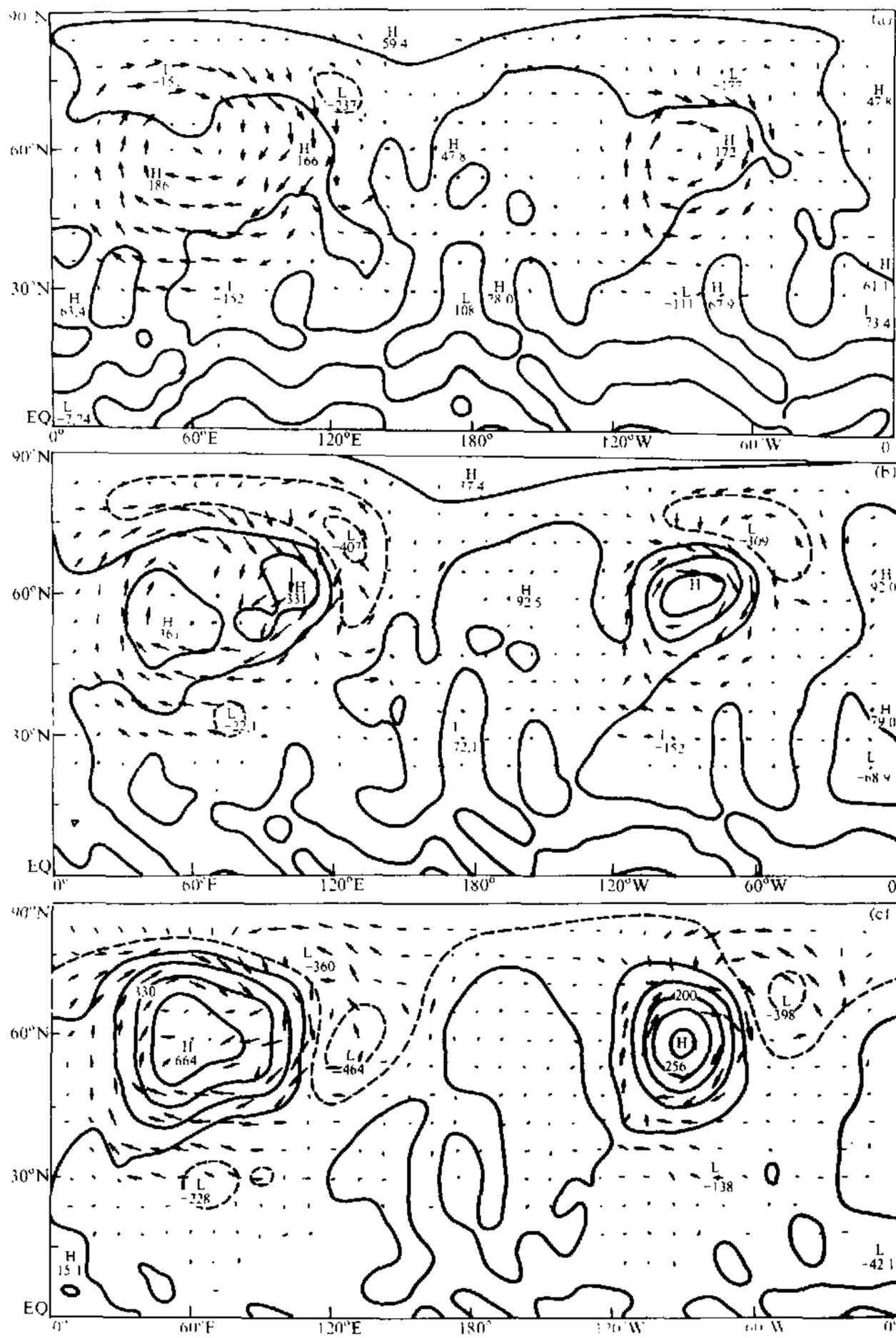


图4 模式积分时扰动流场和扰动高度场(实线,单位:gpm)的分布
(a)积分0.5h;(b)积分1.0h;(c)积分2.0h;

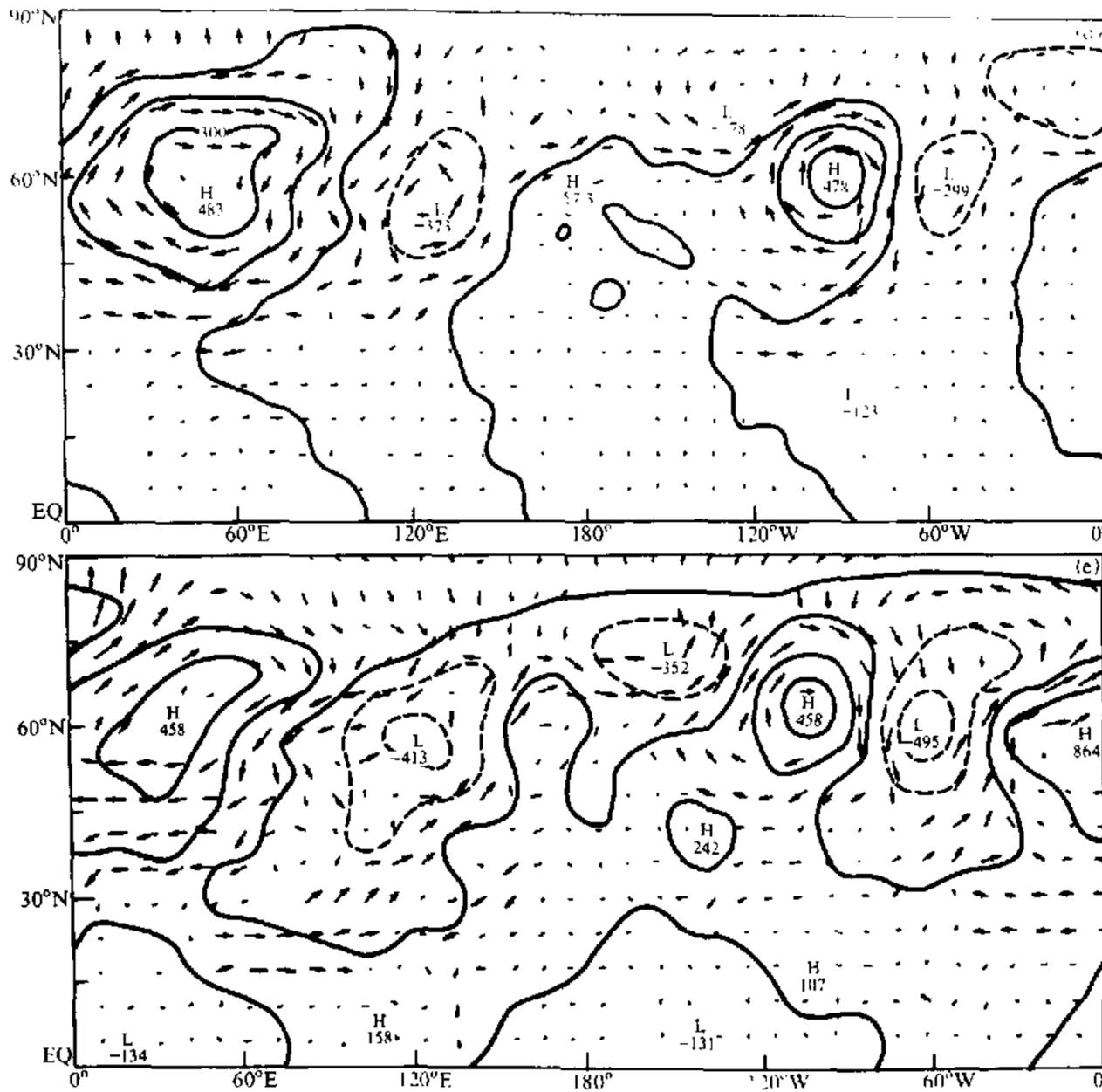


图 4 (续) 模式积分时扰动流场和扰动高度场 (实线, 单位: gpm) 的分布
(d) 积分 25.0 h; (e) 积分 50.0 h

合很强的区域; 并且, 在积分的前几步, 散度场各极值中心 (辐散辐合中心) 有明显的移动, 其中心量值都是逐渐加大的 (图中散度都乘了 10^5), 表明在地转适应过程中, 辐散辐合是加强的, 这说明惯性重力波活动加强。然而, 在积分到 25.0 h 和 50.0 h, 散度场值逐渐减小, 如图 5d 中散度很小, 只剩下零线, 这说明地转适应完成后, 散度量值减小, 惯性重力波活动减弱。

为了进一步讨论在地转适应过程中散度随时间的演变, 我们作了散度沿纬向—时间剖面图 (见图 6a 和 b)。从图 6 可以看到, 在高纬地区散度的极值区随时间向东移动, 这说明惯性重力波激发出来后向东传播; 而在中纬地区惯性重力波的传播特征不如高纬度地区明显, 大体上是东传的, 有些区域也有向西传的特征。

图 7 是模式积分过程中散度沿 50°E 和 75°W (强烈的非地转运动位于这两个经度) 的纬度—时间剖面图。从图 7 很明显地看出, 在地转适应过程中惯性重力波活动是向南传播的。

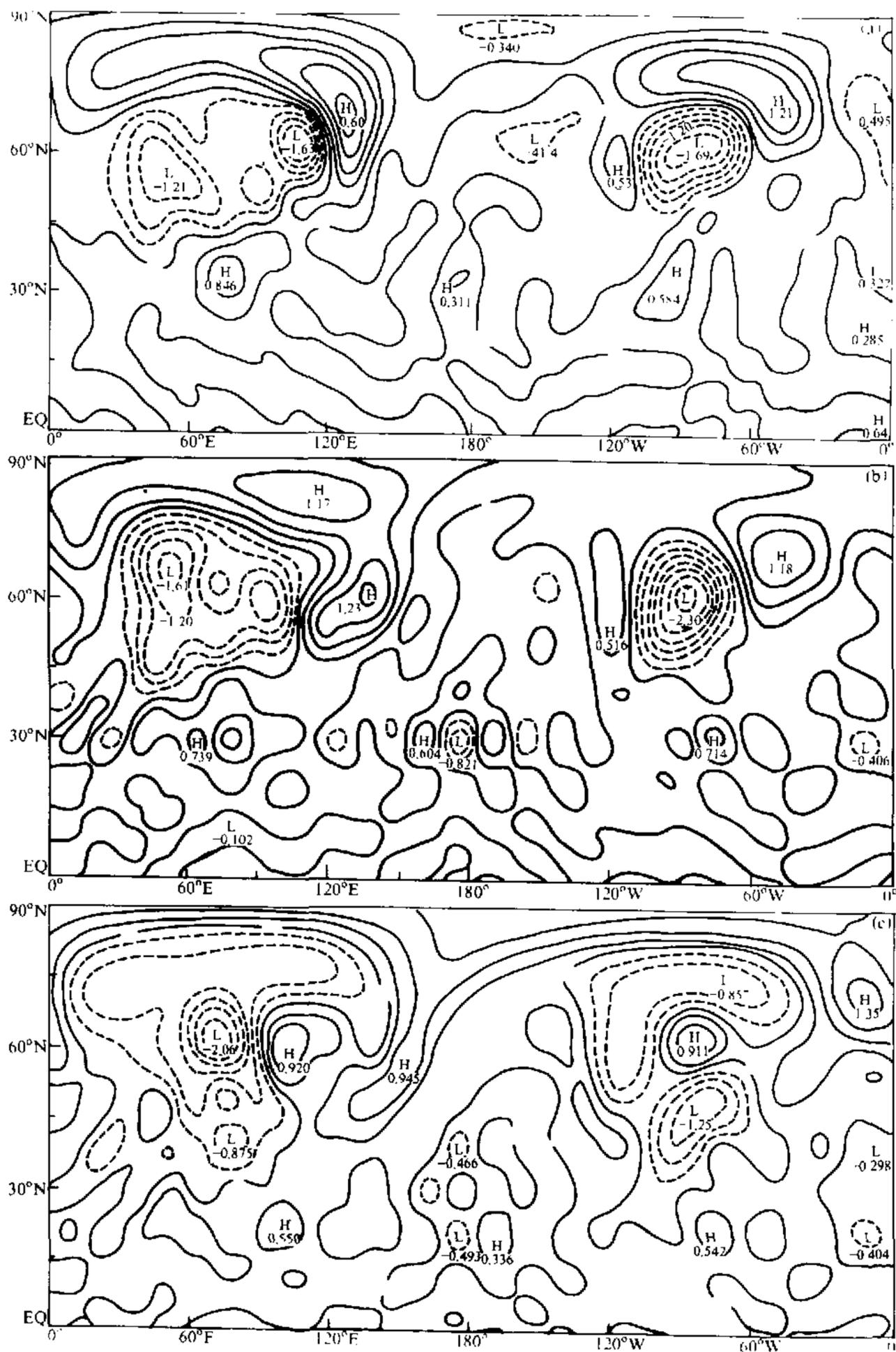


图5 模式积分时散度场的分布 (单位: 10^{-5} s^{-1})
 (a) 积分 0.5 h; (b) 积分 1.0 h; (c) 积分 2.0 h;

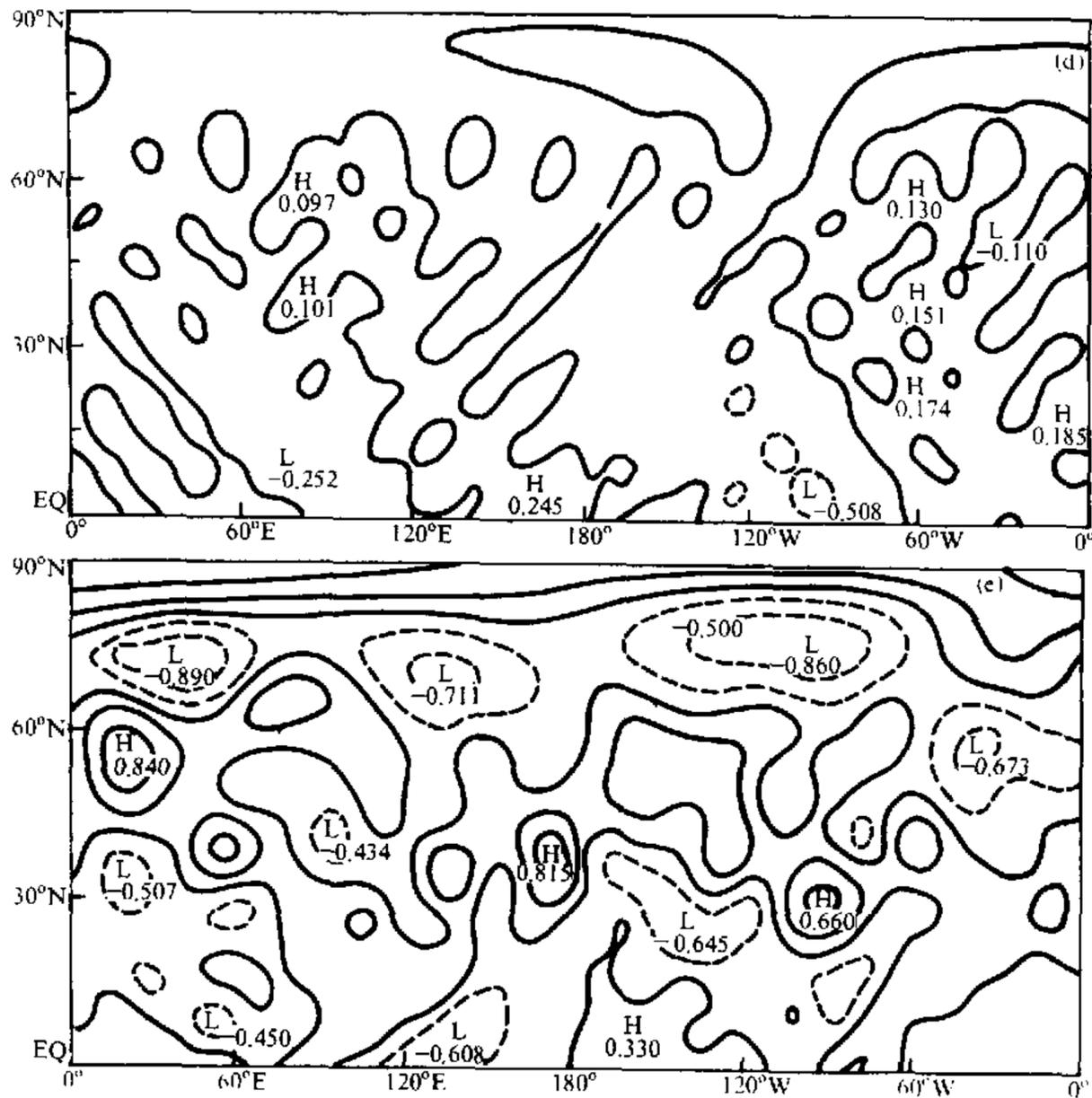


图5 (续) 模式积分时散度场的分布 (单位: 10^{-5} s^{-1})
(d) 积分 25.0 h; (e) 积分 50.0 h

从图6和图7可以看到,在这次平流层地转适应过程中,流场散度演变有两个很重要的特征:其一是散度在模式积分到3h左右达到极值,然后量值减小;其二是当模式积分到10h后,散度场差不多都为零值。这说明由于地转偏差,惯性重力波激发在地转适应过程开始到3h前最为强烈。观测事实表明,在平流层爆发性增温期间,经常可观测到周期为几小时大振幅的温度波动,这是由于一种周期为2~4h的大振幅惯性重力波所造成^[15]。因此,本数值试验与观测事实相符。并且,由于惯性重力波能量频散,当模式积分到10h后,散度急剧减小,这时流场与气压场处于地转平衡关系。这表明单从气压场与流场的配置来看,这次平流层地转适应的时间是2~4h,而从散度场的演变来看,要使惯性重力波能量很小,大约需要5~10h左右。

6 结论与讨论

本文利用 Hough 函数构造一个线性正压全球谱模式,并以 1979 年 2 月 22 日平流

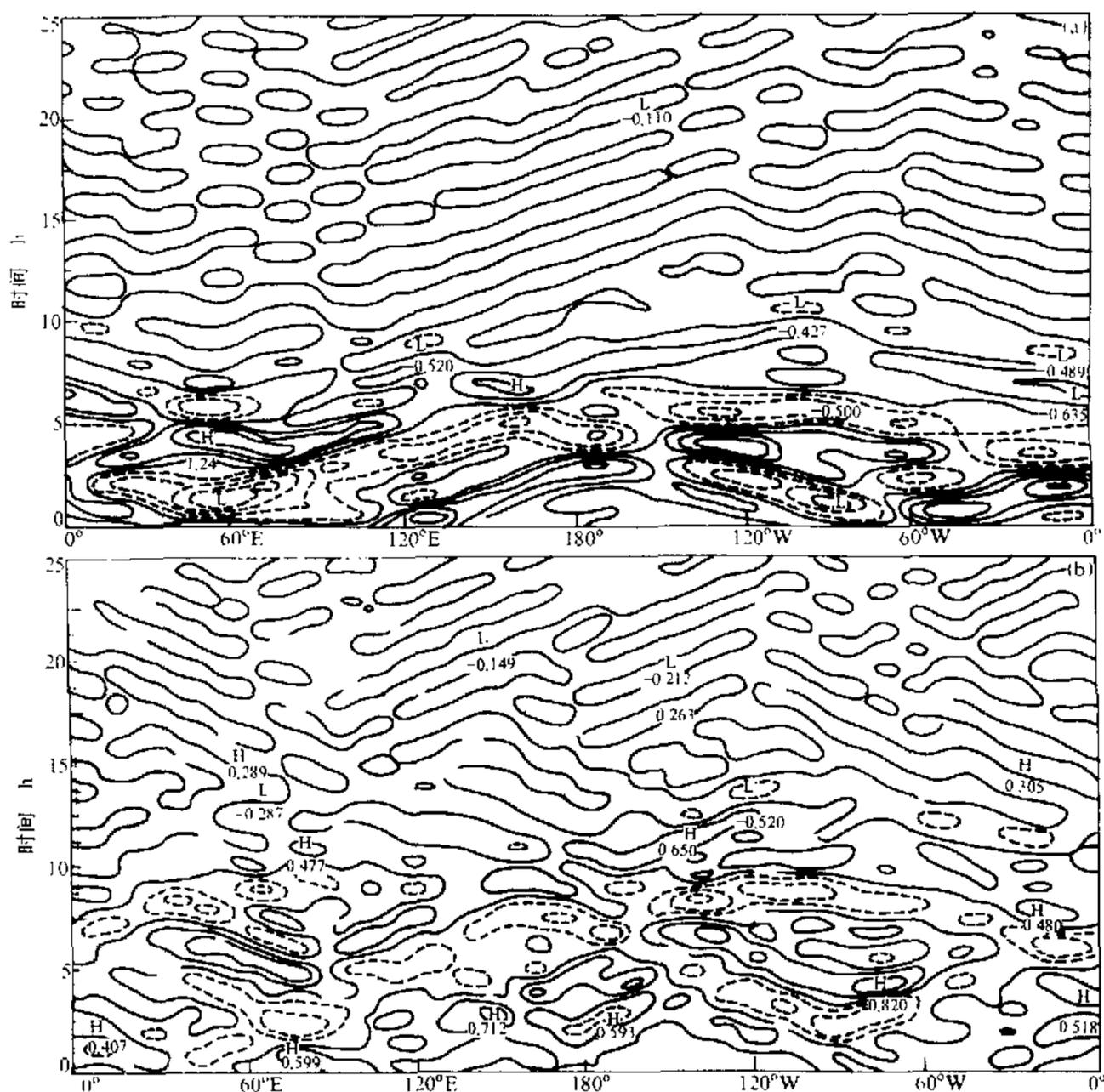


图6 模式积分过程中散度的经度-时间剖面图 (单位: 10^{-5} s^{-1})
(a) 沿 75°N ; (b) 沿 45°N

层爆发性增温时 10 hPa 的实际很强的地转偏差作为初始场, 模拟了平流层爆发性增温时扰动的地转适应过程, 并从散度场的变化讨论了平流层爆发性增温时惯性重力波的激发和传播。从模式模拟的结果表明: 由于平流层爆发性增温时, 伴随着大范围的非地转运动, 从而产生地转适应过程。在这过程中气压场与风场互相调整, 经过 2~4 h 它们之间达到地转关系。并且, 在这地转适应过程中散度场发生强烈变化, 当模式积分到 3 h 时, 散度场达到最大, 之后慢慢衰减, 这说明在这适应过程中所激发的惯性重力波的活动是很剧烈的。因此, 平流层爆发性增温期间强烈的系统性的非地转运动是平流层惯性重力波的一个重要源区。

本研究表明, 在平流层发生爆发性增温时, 若没有对流层行星波继续上传, 由于平流层强烈非地转运动所激发的惯性重力波的能量频散, 只要经过 2~4 h 左右气压场与流场互相调整, 从而很快达到地转平衡, 并且, 散度场经过 10 h 左右就很快被削减。

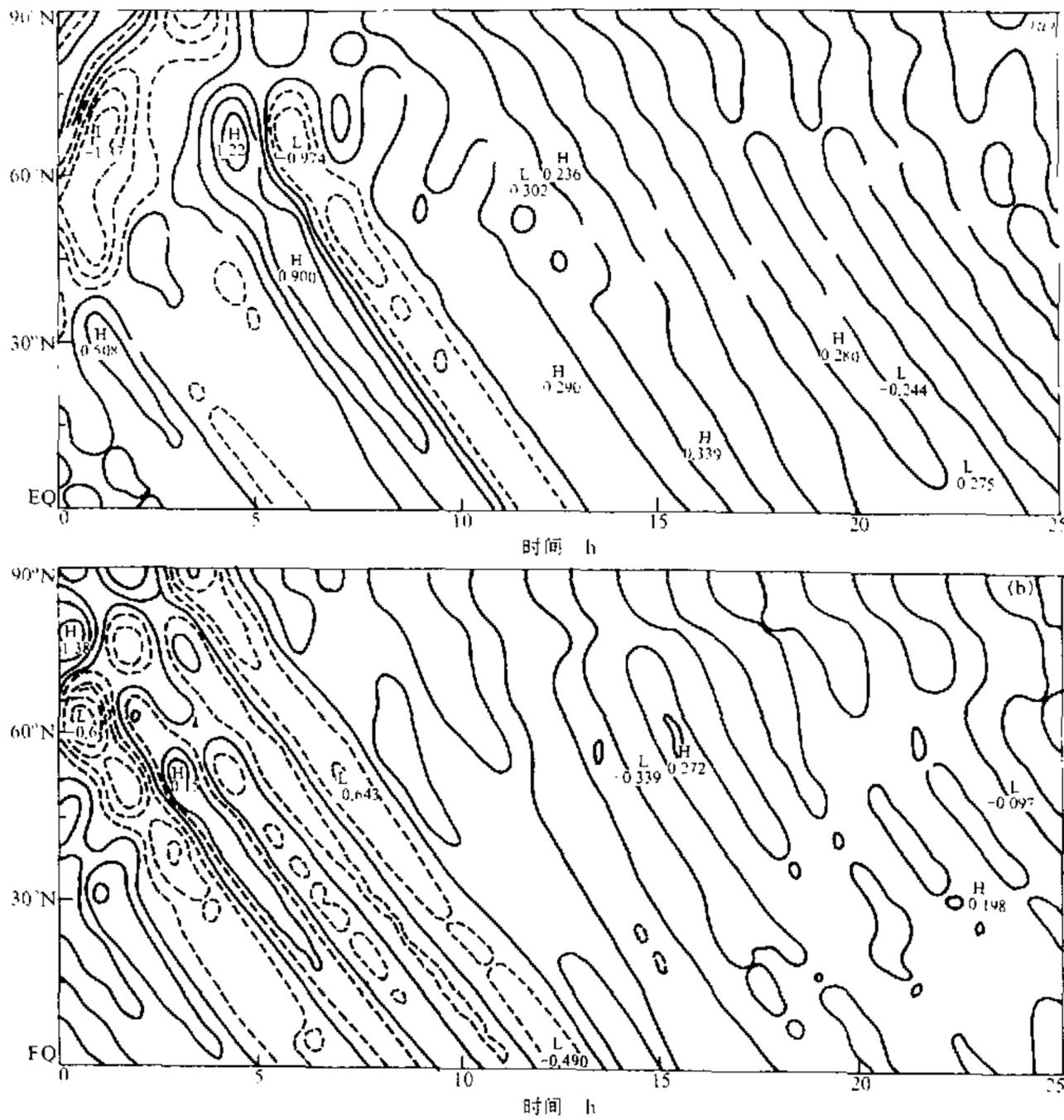


图 7 模式积分过程中散度的纬度时间剖面图 (单位: $10^{-5} s^{-1}$)
(a) 沿 $50^{\circ}E$; (b) 沿 $75^{\circ}W$

然而, 由于平流层爆发性增温期间, 对流层行星波可能在数天期间不断上传到平流层, 因此, 在平流层爆发性增温期间, 平流层地转适应过程并不是通过一次过程就进行完毕, 而可能是连续进行数天。一旦对流层行星波不能上传到平流层, 爆发性增温也就很快停止了, 则平流层爆发性增温时非地转运动在 2~4 h 之后达到地转平衡。

从本文研究结果可以看到, 在平流层大尺度地转适应过程中气压场向风场适应。叶笃正和李麦村^[9]阐述了在对流层大尺度运动中地转适应过程往往是风场向气压场适应, 并且, 他们指出在高层(平流层)大尺度运动的地转适应过程与对流层是不同的, 往往是动力性的。这可能是由于平流层冬季风场变化很大, 而气压场变化往往比较小, 因此, 在地转适应过程中往往是动力性的, 即气压场向风场适应。因此, 本文的结果证实了他们理论上所分析的结论。

致谢: 作者撰稿时, 与叶笃正、曾庆存院士进行了多次讨论, 他们对本文提出了许多宝贵意见, 在此谨表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Rossby, C. G., On the mutual adjustment of pressure and velocity disturbances in certain simple current systems, I, *J. Mar. Res.*, 1937, **1**, 15~27.
- 2 Rossby, C. G., On the mutual adjustment of pressure and velocity disturbances in certain simple current systems, II, *J. Mar. Res.*, 1938, **2**, 239~263.
- 3 Cahn, A., An investigation of the free oscillation of a simple current system, *J. Meteor.*, 1945, **2**, 113~119.
- 4 Charney, J. G., The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current, *J. Meteor.*, 1947, **4**, 135~163.
- 5 Yeh, T. C., On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere, *J. Meteor. Soc. Japan*, the 75th Anniversary Volume, 1957, 130~134.
- 6 曾庆存, 扰动特性对大气适应过程的影响和测风资料的使用问题, *气象学报*, 1963, **33**(1), 37~50.
- 7 曾庆存, 大气中的适应过程和发展过程 (一) 物理分析和线性理论, *气象学报*, 1963, **33**(2), 163~174.
- 8 曾庆存, 大气中的适应过程和发展过程 (二) 非线性问题, *气象学报*, 1963, **33**(3), 281~289.
- 9 叶笃正、李麦村, 大气运动中的适应问题, 北京: 科学出版社, 1965, 125pp.
- 10 Wu-Nielsen, A., On geostrophic adjustment on the sphere, *Beitr. Phys. Atmos.*, 1976, **49**, 254~271.
- 11 Janic, Z. and A. Wu-Nielsen, On geostrophic adjustment and numerical procedures in a rotating fluid, *J. Atmos. Sci.*, 1977, **34**, 297~310.
- 12 Walterscheid, R. L. and F. J. Boueche, Jr., A simple model of the transient response of the thermosphere to impulsive forcing, *J. Atmos. Sci.*, 1984, **41**, 1062~1072.
- 13 Fritts, D. C. and Luo, Z., Gravity wave excitation by geostrophic adjustment of the jet stream, I: two-dimensional forcing, *J. Atmos. Sci.*, 1992, **49**, 681~697.
- 14 Matsuda, Y. and H. Takayama, Evolution of disturbance and geostrophic adjustment on the sphere, *J. Meteor. Soc. Japan*, 1989, **67**, 949~965.
- 15 Heath, D. F. et al., Observations of the global structure of the stratosphere and mesosphere with sounding rockets and with remote sensing techniques from satellite, *Structure and Dynamics of the Upper Atmosphere*, Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1974, 131~198.
- 16 陈金中、黄荣辉, 中层大气重力波的一种激发机制及其数值模拟 I. 非地转不稳定和波结构, *大气科学*, 1995, **19**(5), 554~562.
- 17 黄荣辉、邹捍, 球面斜压大气中上传行星波与纬向平均气流的相互作用, *大气科学*, 1989, **13**(4), 383~392.
- 18 Kasahara, A., Normal modes of ultralong waves in the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, 1976, **104**, 669~690.
- 19 Kasahara, A., Numerical integration of the global barotropic primitive equation with Hough harmonic expansions, *J. Atmos. Sci.*, 1977, **34**, 687~701.
- 20 董双林、吴津生、王宗皓, 哈佛函数的计算和应用: (I) 计算, *气象学报*, 1981, **39**(1), 1~9.
- 21 Longuet-Higgins, M. S., The eigenfunctions of Laplace's tidal equations over a sphere, *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 1968, **A262**, 511~627.

Geostrophic Adaptation Process and Excitement of Inertial-Gravity Waves in the Stratospheric Spherical Atmosphere

Huang Ronghui and Chen Jinzhong

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The observations showed that due to the upward propagation of quasi-stationary planeta-

ry waves, strong geostrophic motion existed in the stratosphere, which caused strong divergence field and strong, large-amplitude gravity-wave actions during the stratospheric sudden warming in February, 1979. In order to simulate this process, the Hough function is used to structure a linear, barotropic spherical-spectral model. Taking the actual geostrophic deviations at 10 hPa in February 22, 1979 as the initial disturbances, the geostrophic adaptation process of geostrophic disturbances during the stratospheric sudden warming is simulated by using this model. Moreover, the excitement and propagation of gravity waves during the stratospheric sudden warming are also discussed from the variations of divergence field. The simulated result shows that when the sudden warming occurs in the stratosphere, the pressure field adjusts quickly with the velocity field each other (in the adaptation process, mainly the pressure field is adjusted to the velocity field), and through 2~3 h, a geostrophic relation between the pressure field and the velocity field is established. Moreover, the divergence field occurs serious variations during the adaptation process, and this may explain that the inertial-gravity wave actions excited in the adaptation process are serious.

Key words: stratosphere; geostrophic adaptation; gravity wave; Hough function

附录 Hough 函数

Hough 函数是 Laplace 潮汐方程的特征解。虽然 Hough 函数不是有基流时线性正压浅水波方程的特征解, 但对于相同数量的模式变量, Hough 函数展开法是一种比球函数更有效的工具, 利用 Hough 函数展开法可以很方便地把快波(重力波)和慢波(涡流波)分开; 另外, Hough 函数展开法中三个要素 u 、 v 、 h 只有一个共同的谱系数, 这意味着三个要素之间有着一种内在的动力学约束, 物理意义更明显。

Laplace 潮汐方程组如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{\partial \Phi}{a \cos \varphi \partial \lambda}, \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{\partial \Phi}{a \partial \varphi}, \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h_c}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (\text{A3})$$

上述方程组中的 u 、 v 分别是纬向、经向速度, $\Phi = gh$ 为位势, 方程组的特征解即是 Hough 函数。

引入流函数 Ψ 和速度势 χ , 则

$$u = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \Psi}{a \partial \varphi}, \quad v = \frac{1}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda}. \quad (\text{A4})$$

这样就有涡度 $\zeta = \nabla^2 \Psi$, 而散度 $D = \nabla^2 \chi$, 并设

$$\begin{bmatrix} \chi \\ \Psi \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{gh_c}{2\Omega} \hat{\chi}_{(s)} \\ \frac{gh_c}{2\Omega} \hat{\Psi}_{(s)} \\ h_c \hat{Z}_{(s)} \end{bmatrix} e^{i(s\lambda - \sigma t)}. \quad (\text{A5})$$

记 $\mu = \sin \varphi$, $m = \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \mu} = (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu}$, $\sigma = \frac{\nu}{2\Omega}$, 其中 σ 是无量纲频率, s 是波数, 代入方程 (A1)

~ (A3), 可得如下方程组:

$$(\sigma \nabla^2 - s)(i\hat{\chi}) + (\mu \nabla^2 + m)\hat{\Psi} = \nabla^2 \hat{Z}, \quad (\text{A6})$$

$$(\sigma \nabla^2 - s)\hat{\Psi} + (\mu \nabla^2 + m)(i\hat{\chi}) = 0, \quad (\text{A7})$$

$$\sigma \hat{Z} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla^2 (i\hat{\chi}), \quad (\text{A8})$$

其中 c 是 Lamb 数, $\varepsilon = 4a^2 \Omega^2 / gh_c$, ∇^2 是 Laplace 算符,

$$\nabla^2 = \frac{d}{d\mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu} \right] - \frac{s^2}{1 - \mu^2}.$$

无量纲振幅 $\hat{\chi}$, $\hat{\Psi}$, \hat{Z} 只是 μ 的函数, 可按连带 Legendre 函数展开,

$$\begin{bmatrix} \hat{\chi} \\ \hat{\Psi} \\ \hat{Z} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} iA_n^s \\ B_n^s \\ C_n^s \end{bmatrix} p_n^s(\mu). \quad (\text{A9})$$

把方程 (A8) 带入方程 (A6) 与 (A7), 并利用标准化 Legendre 函数的正交性, 可得

$$\begin{aligned} A_n^s [n(n+1)\sigma - s] - B_{n+1}^s n(n+2) \sqrt{\frac{(n+1)^2 - s^2}{4(n+1)^2 - 1}} \\ - B_{n-1}^s (n-1)(n+1) \sqrt{\frac{n^2 - s^2}{4n^2 - 1}} - C_n^s n(n+2) = 0, \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} B_n^s [n(n+1)\sigma - s] - A_{n+1}^s n(n+2) \sqrt{\frac{(n+1)^2 - s^2}{4(n+1)^2 - 1}} - A_{n-1}^s (n-1)(n+1) \sqrt{\frac{n^2 - s^2}{4n^2 - 1}} \\ - \frac{n(n+1)}{\varepsilon} A_n^s - \sigma C_n^s = 0. \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

1 $s \geq 1$ 的情形

方程 (A10) 和 (A11) 据 Legendre 函数的奇偶性可分为下列对称情形和反对称情形, 并令

$$\begin{cases} X = (A_s^s, B_{s+1}^s, C_s^s, A_{s+2}^s, B_{s+3}^s, C_{s+2}^s, \dots), \\ Y = (B_s^s, A_{s+1}^s, C_{s+1}^s, B_{s+2}^s, A_{s+3}^s, C_{s+3}^s, \dots), \end{cases} \quad (\text{A12})$$

并令

$$\begin{aligned} d_n &= \frac{n+1}{n} \sqrt{\frac{n^2 - s^2}{4n^2 - 1}}, & e_n &= \frac{n}{n+1} \sqrt{\frac{(n+1)^2 - s^2}{4(n+1)^2 - 1}}, \\ K_n &= -\frac{S}{n(n+1)}, & r_n &= -\frac{n(n+1)}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

这样, 就有下面两种情形:

(1) 当在对称情形, 则有

$$(A - \sigma I)X = 0, \quad (\text{A13})$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} K_s & d_{s+1} & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ e_s & K_{s+1} & 0 & e_{s+2} & 0 & 0 & \dots \\ r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & e_{s+1} & 0 & K_{s+2} & d_{s+3} & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & e_{s+2} & K_{s+3} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & r_{s+2} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(2) 当在反对称情形, 则有

$$(B - \sigma I)Y = 0, \quad (A14)$$

$$B = \begin{bmatrix} K_s & d_{s+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ e_s & K_{s+1} & -1 & e_{s+2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & e_{s+1} & 0 & K_{s+1} & 0 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & e_{s+2} & -1 & d_{s+4} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

A、B分别是所得到的对称情形和反对称情形的特征矩阵, 并设

$$\begin{bmatrix} u \\ iv \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{gh_c} \hat{U}_{(\mu)} \\ \sqrt{gh_c} \hat{V}_{(\mu)} \\ \hat{Z}_{(\mu)} \end{bmatrix}, \quad (A15)$$

代入 (A4) 式, 可得:

$$\hat{U} = \frac{\gamma(is\hat{\chi} - m\hat{\Psi})}{\cos\varphi}, \quad (A16)$$

$$\hat{V} = \frac{i\gamma(is\hat{\Psi} + m\hat{\chi})}{\cos\varphi}, \quad (A17)$$

$$\frac{d\hat{V}\cos\varphi}{d\varphi} = \frac{i\gamma(ism\hat{\Psi} + m^2\hat{\chi})}{\cos\varphi}, \quad (A18)$$

其中 $\gamma = \varepsilon^{-1/2}$ 。

由 (A12) 和 (A13) 求解可得到 X、Y, 即得到 (A9) 式中的展开系数。X、Y 的量级是任意的, 可按每个模态能量相同进行归一化, 然后按 (A9) 式和 (A16)、(A17) 式便可求得对称情形和反对称情形下的 Hough 函数了。这样, 可记:

$$H_i^s = \begin{bmatrix} \hat{U}_i^s \\ -i\hat{V}_i^s \\ \hat{Z}_i^s \end{bmatrix}. \quad (A19)$$

(A19) 式中 H_l 即为 Hough 矢量函数, $H_l e^{i m \lambda}$ 为 Hough 函数, 其中 l 是模态经圈指数, s 为波数。

这样, 由 (A12) 和 (A13) 式可求出 X, Y , 并从 (A9) 式以及 (A16) ~ (A18) 式求出 Hough 函数的矢量函数, 并从 $H_l e^{i m \lambda}$ 求出对应于某一波数 s 的 Hough 函数的平面结构。

一般以 LWG 和 LEG 分别代表西传和东传重力波的经圈模指数, LR 代表 Rossby 波的经圈指数, 并且, 第一个西传重力波 (对应于 LWG=0) 为 Rossby-重力混合波, 第一个东传重力波 (对应于 LEG=0) 为 Kelvin 波。

2 $s=0$ 的情形

在波数 $s=0$ 时, 运动与 λ 无关, 代表纬向平均运动。此时, 惯性重力波模态可按上面办法构造, 东传和西传惯性重力波成对出现, 频率大小相等, 符号相反, 相应的特征函数成复共轭。由于涡漩波频率都为 0, 已无法再按 QR 算法来构造。 $s=0, \sigma=0$ 时, (A6) ~ (A8) 式可退化为地转关系, 因而, 此时的 Rossby 模亦称为地转模。