

最优化方法在确定对流混合层 顶夹卷率中的应用^{*}

卢 萍 郑 琴 宇如聪 穆 穆

(中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

摘 要 晴天充分混合的对流边界层 (CBL) 中常采用相对简单的零阶近似平板模式。在该模式中, 通常假设边界层顶的夹卷通量与地面通量有着固定的线性关系作为其闭合条件, 即 $\overline{w\theta}_h = -A \overline{w\theta}_s$ 。由于受观测资料的限制, 参数 A 通常是由大涡模拟 (LES) 的方法得到, 并利用有限的观测资料加以验证。作者基于 ARM (Atmospheric Radiation Measurement Program) 观测资料, 利用最优化参数算法, 确定该闭合参数, 使得对流混合层模式能最大可能地再现实际边界层的发展过程。首次尝试了最优参数算法在确定真实物理过程参数中的应用。模拟结果分析表明, 在观测资料足够多的情况下, 最优化方法应是确定该闭合参数的行之有效的方法。

关键词: 混合层; 夹卷率; 最优化算法

文章编号 1006-9895 (2004) 01-0112-13 **中图分类号** P4 **文献标识码** A

1 引言

位于大气最底层的边界层和我们人类的生活息息相关。长期以来, 很多科学家对行星边界层进行了大量的研究^[1~6], 使人们对它的认识有了很大提高。

白天, 晴天边界层内因为强烈的混合往往给诸如位温和湿度等守恒变量留下一个几乎不随高度变化的分布, 甚至边界层大部分范围内的风向风速也是如此, 因此, 人们往往把这样的边界层称作完全混合层。混合既可以由机械产生, 也可以由浮力产生。对大气来说, 切变产生的混合在近地层比在混合层顶部更为重要。受浮力湍流产生支配的混合层, 就叫做对流边界层 (CBL)。描述对流边界层活动的最简单的模式就是如图 1 所示的平板混合层模式。该模式中, 边界层的状态可由四个参量来决定, 即边界层内的位温 θ 、反映边界层顶逆温强度的 $\Delta\theta$ 、边界层高度 h 和自由大气的温度递减率 γ_θ , 而 γ_θ 通常被设为常数。平板混合层模式的闭合条件是给出边界层顶的夹卷通量或夹卷率。Ball^[1]提出该夹卷通量可以通过表面热通量来参数化; Stull^[7]进一步发展了这一理论; Lilly^[2]认为夹卷率和逆温强度成反比。本文则采用了 Tennekes 等^[4]提出的闭合方案, 即假设对流边界层顶的最小的浮力通量和表面热通量存在固定的比例关系 [见第 2 节公式 (6)]。本文将利用 ARM (Atmospheric Radiation Measurement Pro-

2002-10-09 收到, 2003-02-21 收到修改稿

^{*} 中国科学院创新项目 KZCX2-208、“十五”攻关项目 2001BA607B 和国家自然科学基金资助项目 40233031 共同资助

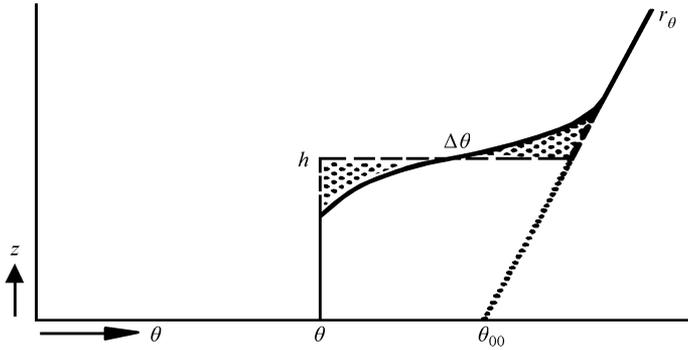


图1 平板模式中位温垂直廓线

实线：观测曲线；长虚线：简化的对流边界层廓线；点线：参考廓线； $\Delta\theta$ ：逆温强度

gram) 每天多时次的加密观测资料结合最优化参数算法，来确定参数 A 的大小，以使得对流混合层能够最大限度地再现晴天对流边界层的发展过程。之所以用优化算法来确定该参数，因为它和传统的方法相比的确具有很多优点。首先，它的精度高，它的优选精度可以根据需求来自定义。其次，它考虑全面，把每个物理因子的作用都包括在内，不像传统的方法那样，一般只要个别较重要的因素达到要求，就算达标，往往不能兼顾。最后，它还快速，省时。

本文的结构如下：第 2 节，给出混合层模式和最优化算法；第 3 节说明 ARM 观测资料及个例选取；第 4 节介绍如何用最优算法确定参数 A ，并将模拟结果和观测廓线进行比较；第 5 节是讨论和小结。

2 混合层模式和最优化算法

对混合层最简单的表示是假设混合层内部平均变量不随高度变化，以及混合层与自由大气层之间有明显的 discontinuity，本文即采用这种理想化的平板模式。

平板混合层模式的控制方程^[8,9]为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{h} [\overline{(\theta w)_s} - \overline{(\theta w)_h}], \quad (1)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{h} [\overline{(q w)_s} - \overline{(q w)_h}], \quad (2)$$

$$\frac{d(\Delta\theta)}{dt} = \gamma_\theta \left(\frac{dh}{dt} - \bar{w}_h \right) - \frac{1}{h} [\overline{(\theta w)_s} - \overline{(\theta w)_h}], \quad (3)$$

$$\frac{d(\Delta q)}{dt} = \gamma_q \left(\frac{dh}{dt} - \bar{w}_h \right) - \frac{1}{h} [\overline{(q w)_s} - \overline{(q w)_h}], \quad (4)$$

$$-\overline{(\varphi w)_h} = \Delta\Phi \left(\frac{dh}{dt} - \bar{w}_h \right) \quad (\text{在 } z = h \text{ 高度上, 通常满足该条件}), \quad (5)$$

这里， γ_θ 和 γ_q 分别是自由大气中位温和水汽的递减率。下标 s 和 h 分别指在表面和逆温层高度上的值。其他的符号与常见的物理意义相同， θ 是边界层内的位温， q 是比湿， h 是边界层顶的高度。 Φ 可以分别指代 θ 或 q ， φ 为 Φ 的扰动量。对流边界层中常用 Tennekes 等^[4]的闭合方案，闭合假设为

$$-\overline{(\omega\theta)_h} = A \overline{(\omega\theta)_s} = \Delta\theta\omega_c. \quad (6)$$

即假设对流边界层顶的夹卷通量和表面热通量之间存在固定的比例关系。在考虑了水汽的作用以后, 可以用虚位温 θ_v 代替 θ , (6) 式同样成立, 且 $\theta_v = \theta(1 + 0.61q)$; ω_c 表示夹卷速度。

$$\omega_c = \frac{dh}{dt} - \overline{\omega}_h, \quad (7)$$

$$\Delta\theta_v \approx \Delta\theta + 0.61\theta\Delta q. \quad (8)$$

将公式 (5)、(6) 代入基本方程组后整理可得:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{h} [g_1(t) + \Delta\theta\omega_c], \quad (9)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{h} [g_3(t) + \Delta q\omega_c], \quad (10)$$

$$\frac{d\Delta\theta_v}{dt} = \gamma_\theta\omega_c - \frac{1}{h} [g_1(t) + \Delta\theta\omega_c], \quad (11)$$

$$\frac{d\Delta q}{dt} = \gamma_q\omega_c - \frac{1}{h} [g_3(t) + \Delta q\omega_c], \quad (12)$$

$$\omega_c = \frac{Ag_2(t)}{\Delta\theta_v}, \quad (13)$$

这里,

$$g_1 = \overline{(\theta\omega)_s},$$

$$g_3 = \overline{(q\omega)_s},$$

$$g_2 = ag_1 + bg_3,$$

其中, $a=1$, $b=0.61\theta$, θ 取常值 305 K。

在确定参数 A 后, 给定观测的边界场 (感热通量和水汽通量) 和初始场, 就可以求解该方程组。本文采用时间中央差的方法进行积分迭代。

模式初始场的产生过程:

- (1) 通过实测廓线, 得到模式的初始场 h , θ , q , $\Delta\theta$, Δq , γ_θ 及 γ_q (见第 3 节)。
- (2) 利用初始场 (θ 、 $\Delta\theta$ 、 Δq) 计算 $\Delta\theta_v$ 。
- (3) 用 $\Delta\theta_v$ 和边界场 $[\overline{(\theta\omega)_s}, \overline{(q\omega)_s}]$ 及参数 A 来计算夹卷速度 ω_c 。

模式积分过程:

- (1) 先通过夹卷速度 ω_c 来计算混合层顶的高度 h 。

(2) 再由初始场和边界场来计算下一时刻 (t) 混合层内的位温 θ , 比湿 q 及边界层顶的逆温强度 $\Delta\theta$ 和湿度跃变 Δq 。之后, 再以求得的边界层的各个物理量为初始场, 进行同样的积分循环, 计算 $t+1$ 时刻的各个物理量, 一直积分到第 N 时刻。

在本文中, 参数 A 的值通过最优化算法^[10]来确定。

优化算法的基本构思是: 构造一个泛函, 该泛函反映了模式解与观测资料之间的差异程度。通过求此泛函在模式约束下的极小值, 来选取最优的参数值, 使得在给定的时间与空间范围内, 模式解与观测值最接近。该实验中, 通过求解目标泛函相对于给定参数的梯度的方法, 使之沿该梯度方向快速地搜索最佳的参数值 (采用的是有限记忆的优化算法)。具体求解过程如下。

首先, 给出量度模拟的各个物理量 (包括 h 、 θ 、 q 、 $\Delta\theta$ 、 Δq) 和观测值之差的目标准泛函 $J(A)$,

$$J(A) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \left\{ [h(t, A) - h_{\text{obs}}(t)]^2 \omega_1 + [\theta(t, A) - \theta_{\text{obs}}(t)]^2 \omega_2 + [q(t, A) - q_{\text{obs}}(t)]^2 \omega_3 + [\Delta\theta(t, A) - \Delta\theta_{\text{obs}}(t)]^2 \omega_4 + [\Delta q(t, A) - \Delta q_{\text{obs}}(t)]^2 \omega_5 \right\} dt, \quad (14)$$

这里, $\omega_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 是权系数, 用以平衡这五个物理量之间的量级差异, 它还可以调节这几个变量对 $J(A)$ 的作用的大小, 下标 obs 代表观测值。

我们的目标是寻找一个合适的参数 A^* , 使之满足:

$$J(A^*) = \min_A J(A), \quad (15)$$

当 $J(A)$ 可微分时, 必有

$$\frac{dJ(A^*)}{dA} = 0. \quad (16)$$

代价函数 $J(A)$ 关于参数 A 的梯度可由下式确定:

$$\begin{aligned} \frac{dJ(A)}{dA} = \int_{t_0}^t \left\{ [h(t, A) - h_{\text{obs}}(t)] \omega_1 \frac{dh}{dA} + [\theta(t, A) - \theta_{\text{obs}}(t)] \omega_2 \frac{d\theta}{dA} + [q(t, A) - q_{\text{obs}}(t)] \omega_3 \frac{dq}{dA} + [\Delta\theta(t, A) - \Delta\theta_{\text{obs}}(t)] \omega_4 \frac{d\Delta\theta}{dA} + [\Delta q(t, A) - \Delta q_{\text{obs}}(t)] \omega_5 \frac{d\Delta q}{dA} \right\} dt, \end{aligned} \quad (17)$$

其中, dh/dA 、 $d\theta/dA$ 、 dq/dA 、 $d\Delta\theta/dA$ 、 $d\Delta q/dA$ 可通过对方程 (7) ~ (13) 两边关于参数 A 求导而获得, 最终得到形如方程 (18) 的一阶线性非奇次的微分方程组,

$$\frac{dX}{dt} = F(t)X + B(t), \quad (18)$$

X 、 $F(t)$ 、 $B(t)$ 的具体表达式见附录。

因为各个物理量中所隐含的参数是一个不确定的量 A^{**} , 它与模式中有待调节的参数 A 没有关系, 所以, 我们给定下列初始条件:

$$\left(\frac{dh}{dA}, \frac{d\theta}{dA}, \frac{dq}{dA}, \frac{d\Delta\theta}{dA}, \frac{d\Delta q}{dA} \right) \Big|_{t=0} = (0, 0, 0, 0, 0).$$

既然有观测的各个物理量的大小, 又有模拟的各个时刻的值, 就能够给出上面方程的解。所以只要给定计算精度 ϵ (该精度一般在优化程序中给出), 就可以确定参数 A^* , 此时有

$$\left\| \frac{dJ(A^*)}{dA} \right\| < \epsilon \quad (\epsilon \text{ 为一个极小量}).$$

3 ARM 观测资料及个例选取

ARM 计划是 1989 年由美国能源部创立的, 主要目的是通过对目前全球气候变化中的许多不确定因素的研究, 来改进用于气象研究和预报的全球气候模式 (general circulation models)。为了实现这一目标, ARM 首先在某些气候上具有重大意义的地区建

立并运作了一些外场研究基地——云和辐射实验基地 (Cloud and Radiation Testbeds Site)。主要对气溶胶、大气廓线、云、辐射、地表能量通量、地表各个气象要素等进行观测。本实验中所用的 ARM 观测资料来源于气球探空系统 (Balloon-borne Sounding System)。这些资料是 ARM 位于大平原观测中心的各个站点在 1995 年到 1998 年期间的某些时段的观测资料。ARM 在这一地区的测站分布见图 2。

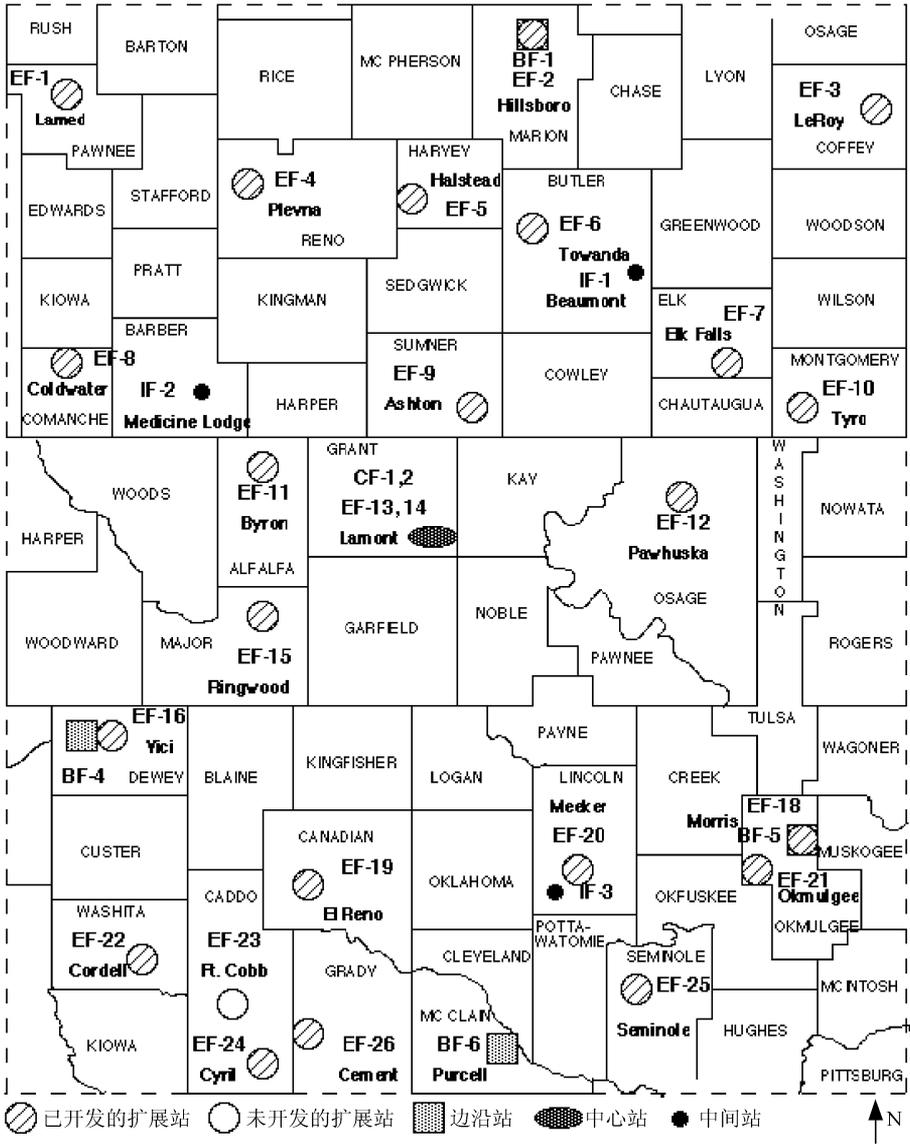


图 2 南部大平原的云和辐射实验基地全貌示意图 (箭头指示北方)

实验所用的资料分别来源于图 2 中的中心站和边沿站, 下面给出这几个测站所对应的具体位置 (表 1)。

本次实验所用的资料就是来自表 1 中的这些观测站点。表 2 将具体给出各个个例所对应的站点及观测的日期。

表 1 ARM 在大平原地区的中心测站和边界测站的具体方位

站点	CF-1 (c)	BF-1 (n)	BF-4 (w)	BF-5 (e)	BF-6 (s)
	(36.61°N, 97.49°W)	(38.30°N, 97.30°W)	(36.07°N, 99.20°W)	(35.68°N, 95.85°W)	(34.97°N, 97.42°W)

注：B、C 分别代表边界和中心站点，c、n、w、e、s 则代表中心、北边、西面、东边、南面。

表 2 选取的 5 个个例

	个例 1	个例 2	个例 3	个例 4	个例 5
站点	BF-5 (e)	BF-4 (w)	BF-5 (e)	BF-6 (s)	BF-6 (s)
时间	1995 年 7 月 11 日	1997 年 7 月 13 日	1997 年 9 月 19 日	1997 年 9 月 16 日	1998 年 5 月 12 日

虽然针对所研究的问题，我们从 ARM 资料中选取了比较符合充分混合的边界层状况的探空曲线。但由于观测的曲线和理想的对流边界层廓线之间始终存在着差异，所以在进行模拟之前需要首先将观测的曲线处理成理想廓线，其具体方法如图 1 所示。

为了确定简化的边界层高度 h 、边界层内的位温 θ 及边界层顶的逆温强度 $\Delta\theta$ ，我们遵从这样一个规律——随着空气抬升，混合层总的热量守恒（表现为图 1 中阴影的面积相等）。

如果定义一条参考廓线 $\theta = \theta_{00} + \gamma_{\theta}z$ （见图 1 的点线），那么热量盈亏一定是守恒的，即：

$$\int_0^{\infty} [\theta_{00} + \gamma_{\theta}z - \theta_{\text{obs}}(z)] dz = \int [\theta_{00} + \gamma_{\theta}z - \theta_{\text{mod}}(z)] dz$$

$$= h\Delta\theta - \frac{1}{2}\gamma_{\theta}h^2.$$

利用这一方法，就可以根据实测廓线确定简化模型中各个物理参量（边界层顶的高度、逆温强度、比湿跃变及层内的位温和比湿）。

下面，我们来看应用上面提到的方法进行简化的几个具体实例。

从图 3、4、5 可以看出白天，尤其是正午，边界层高度是随着时间逐渐增长的。再

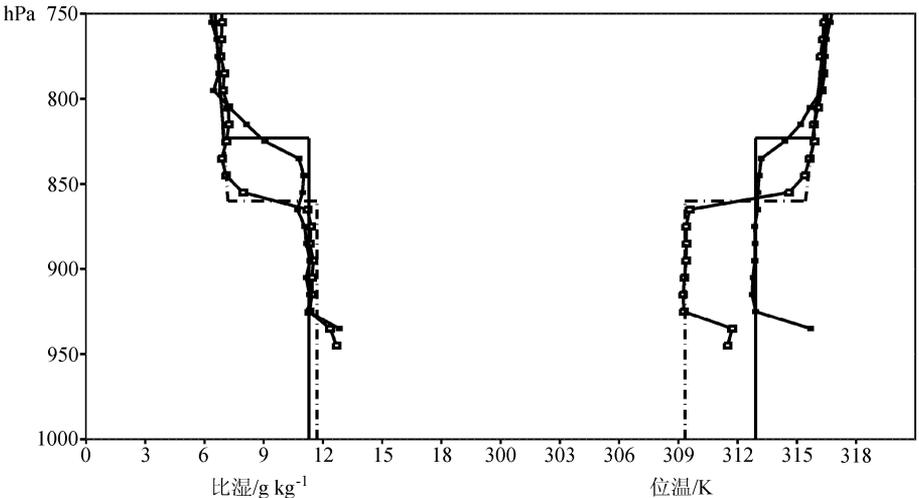


图 3 1997 年 9 月 19 日 BF-5 测站的廓线

空心方框线：当地 11 时的观测廓线；实心方框线：当地 14 时的观测廓线；

点虚线：简化后 11 时的理想廓线；实线：简化后 14 时的理想廓线

看边界层内的状况, 由于对流作用, 位温和湿度得到充分混合, 边界层顶的逆温覆盖相当明显。以上几点都很好地体现了对流边界层的基本性质。

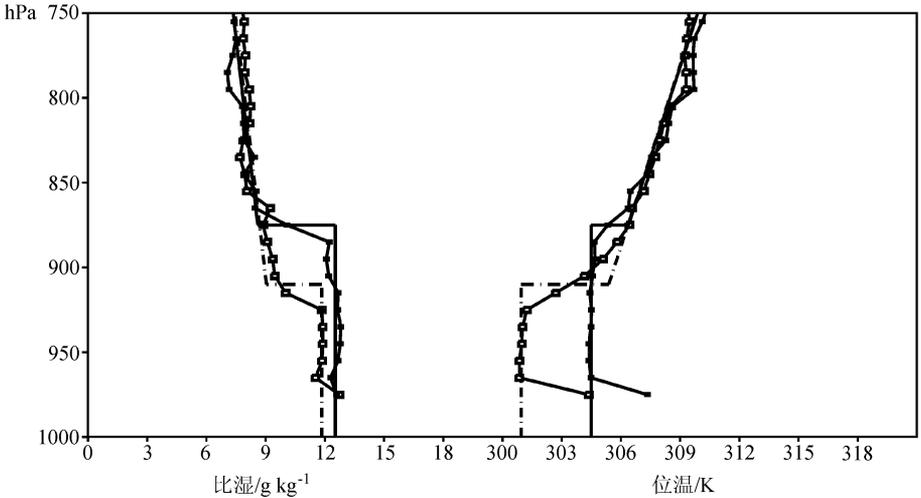


图 4 1997 年 9 月 16 日 BF-6 测站的廓线, 其余同图 3

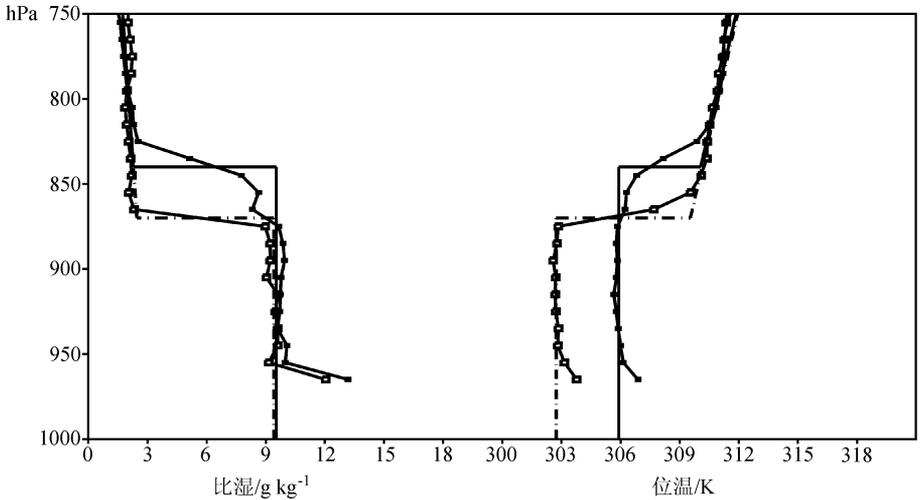


图 5 1998 年 5 月 12 日 BF-6 测站的廓线, 其余同图 3

4 利用最优化方法确定参数 A 和模拟结果的比较

图 6 和图 7 分别给出 1995 年 7 月 11 日, 在 BF-5 (e) 测站所得的初始场廓线和地表湍流输送量的日变化 (从清晨 8 时到傍晚 17 时) 分布的图例。

以下将具体地说明利用最优化算法来确定参数 A 的过程 (其数理基础详见第 2 节)。具体的做法是: 首先任意给定一个初始猜值 A , 代入模式的基本方程组 [公式 (7) ~ (13)], 利用观测的初始场廓线积分 3 个小时, 将得到的模式解和对应时次的观测值进行比较, 求取各个物理量 [包括边界层顶高度、逆温强度, 比湿跃变及层内

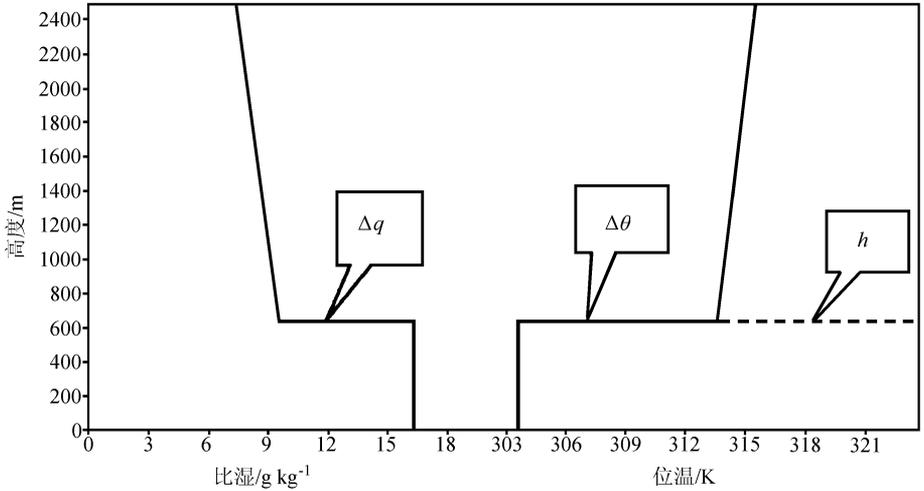


图 6 1995 年 7 月 11 日 11 时, 在 BF-5 (e) 测站所得的初始场曲线

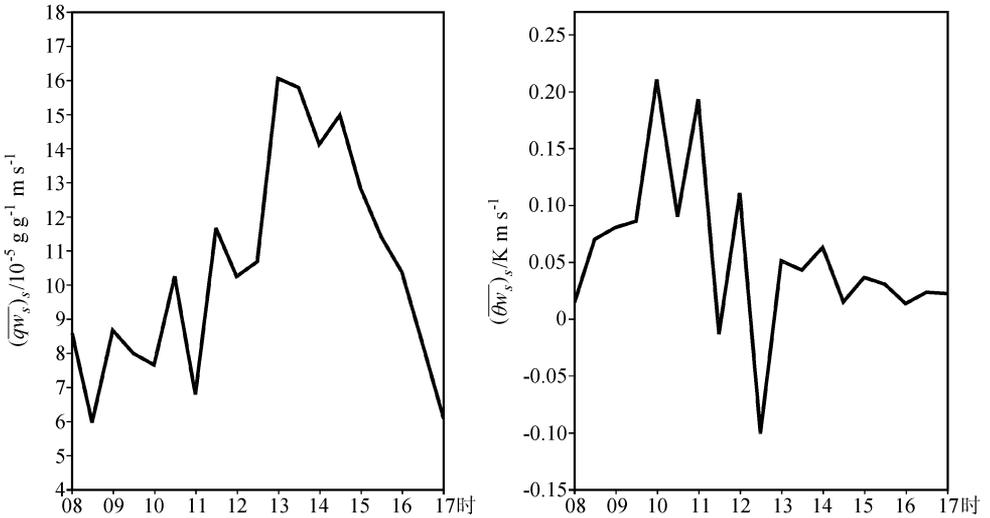


图 7 1995 年 7 月 11 日, BF-5 (e) 测站观测到的地表对大气的水汽(左图)和热量(右图)的湍流输送(下边界场)

的位温、比湿)的方差和 $J(A)$ (公式 (14)) 及其梯度 $dJ(A)/dA$ [公式 (17)]。模式就沿着 $dJ(A)/dA$ 的方向搜索新的参数 A' , 再将 A' 作为下一次的初始参数值, 且把 $dJ(A')/dA'$ 作为新的搜索方向, 不断重复这一过程, 直到 $\|dJ(A)/dA\| \ll \epsilon$ (ϵ 是一个趋近于零的极小量, 本实验中取 $\epsilon=10^{-4}$), 就获得了满足条件的最优参数 A^* 。

下面将应用优化算法选取的参数 A 值, 所模拟得到的混合层廓线和观测廓线进行对比 (图 8~10)。通过图 8~10 的比较, 可以看出, 用该方法所选的参数来模拟对流边界层, 得到的各个物理量随时间变化的状况基本上和观测相符。尤其是边界层的生长高度和边界层内的位温变化以及逆温强度都模拟得很好, 不过比湿廓线相对较差些, 模拟的比湿往往比实测值大些, 可能是由于观测的地表水汽通量偏大所致。

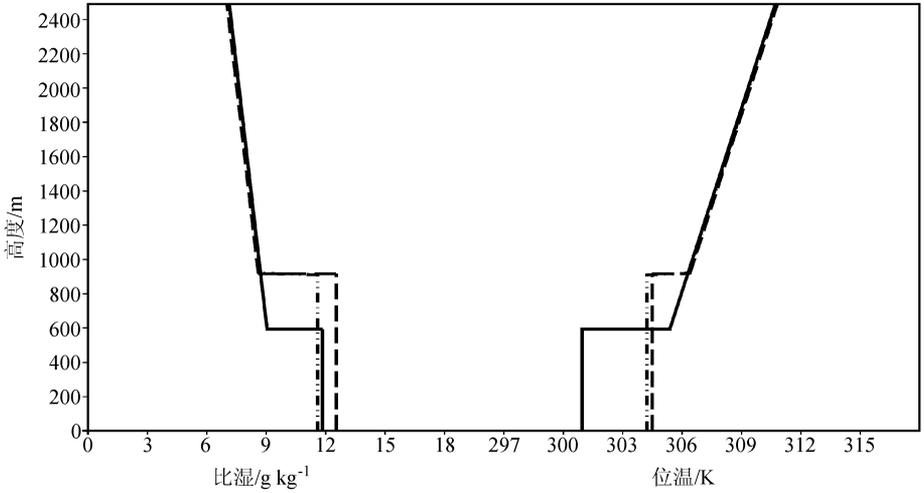


图 8 1997 年 9 月 16 日, BF-6 (s) 测站的廓线

实线: 11 时的廓线 (初始场); 长虚线: 观测的 14 时的廓线; 点虚线: 模拟的 14 时的廓线

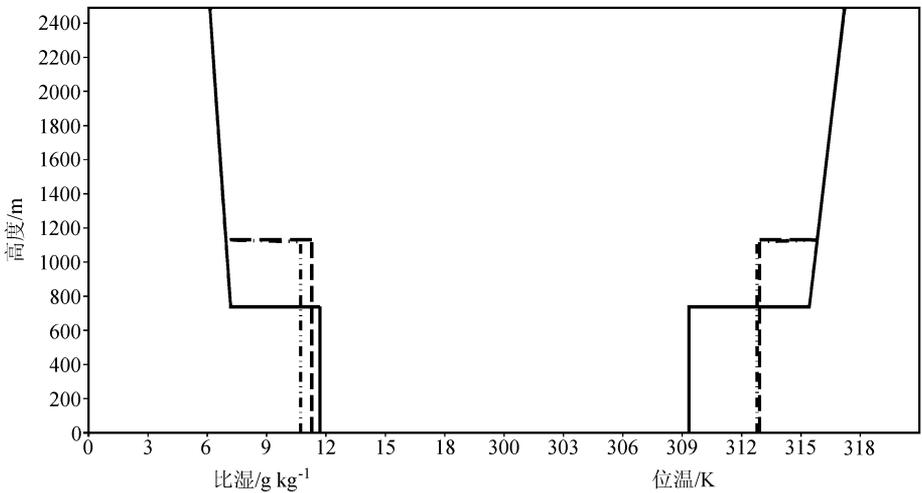


图 9 1997 年 9 月 19 日, BF-5 (e) 测站的廓线, 其余同图 8

表 3 列出在本次实验中所选取的几个个例采用优化算法所得到的参数 A 值。将表 3 中用优化所选的 A 值取平均, 得到:

$$\bar{A}_{\text{mod}} = 0.5796,$$

下标 mod 表示该参数值由模式模拟所得。

表 3 两种方法得到的参数 A

个例	个例 1		个例 2		个例 3		个例 4		个例 5	
积分始—末时次	11—14	14—17	11—14	14—17	11—14	14—17	11—14	14—17	11—14	14—17
优化算法选取的 A	0.573	0.568	0.660	0.669	0.691	0.328	0.502	0.655	0.751	0.399
用平均场粗估的 A	0.607	0.641	0.754	0.450	0.772	0.401	0.531	0.812	0.787	0.616

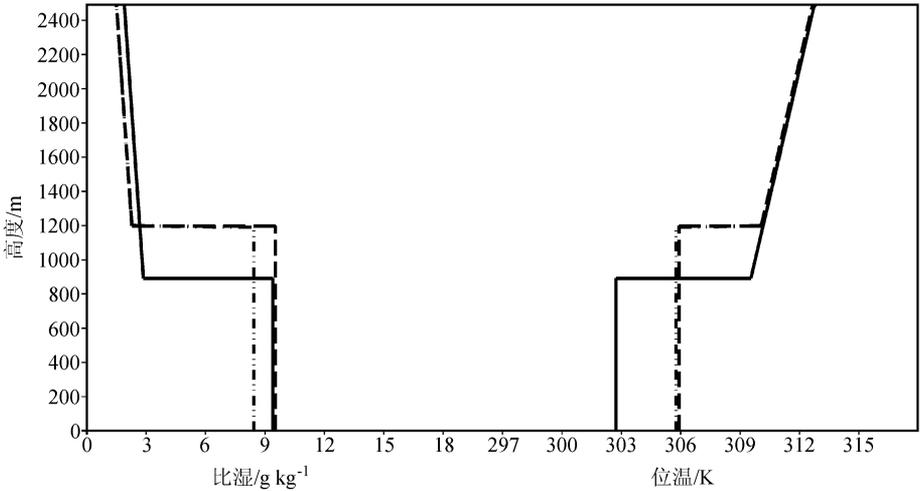


图 10 1998 年 5 月 12 日, BF-6 (s) 测站的廓线, 其余同图 8

从表 3 中可以看出, 实验得到的各个参数值都在这个平均值附近波动, 波动幅度在 0.2 左右。

用优化理论所算出的这些参数值是否合理和可靠呢? 为了进一步探讨这个问题, 本文又再利用丰富的 ARM 资料从平均场的角度对参数值 A 重新进行估算。用每 3 小时一次的 ARM 观测资料, 不难得到混合层顶 h 的平均增长率, 虚逆温强度和地表的热通量等物理量, 将方程 (6) 和 (11) 进行变换整理后, 参数 A 就可以表示成如下形式:

$$A = \frac{\overline{\omega_e \Delta \theta_v}}{(\overline{\omega \theta_v})_s} = \frac{(dh/dt) \Delta \theta_v}{(\overline{\omega \theta_v})_s}.$$

在此, 假定自由大气的下沉速度 $\overline{\omega_h} = 0$ 。上方方程的右边的各个分量都可以从观测资料中得到: $dh/dt = h_{t+3} - h_t / \Delta t$ (Δt 为 3 小时); 将三个小时时段内所观测的所有的 $(\overline{\omega \theta_v})_s$ 取算术平均即可; 每两个三小时时段的 $\Delta \theta_v$ 值算术平均。因此, 可以直接由这些观测场来计算粗略的参数 A 值, 计算结果见表 3。将用平均场初估的参数值算术平均, 得到

$$\overline{A}_0 = 0.6371.$$

从表 3 中, 还可以看出优化算法得到的参数值和用平均场粗估的 A 值相近, 至于其差别则是因为各个物理量并非时间的线性函数, 而我们在平均过程中却一概采用了算术平均, 这一做法很可能引入误差。通过这一比较, 进一步验证了利用优化算法选取的参数的准确性和可靠性。所得参数值 ($\overline{A}_{\text{mod}} = 0.5796$) 说明, 对于发展快速的混合层, 边界层顶的夹卷通量对表面热通量的响应是相当可观的。

5 讨论和小结

用最优化算法来进行参数的选取, 和传统的方法相比的确具有它的很多优点。首先, 它的精度高, 它的优选精度可以根据需求来自定义。其次, 它考虑全面, 把每个

物理因子的作用都包括在内。不像传统的方法那样,一般只要个别较重要的因素达到要求,就算达标,往往不能兼顾。最后,它还快速,省时。它的沿梯度逼近的搜索方式既快又准。而且,它的应用范围很广,该方法除了用来研究初值和参数的问题而外,还可广泛用于解决最大可预报时间和最大预报误差的问题^[10]。

这个简单的混合层平板模式虽能模拟出晴天对流边界层的基本变化情况,但是依然存在许多不足之处,如:

就参数 A 而言,可能是由于观测误差的关系,该值的波动较大,且其平均值也远远超出经验值 0.2 , 分析造成这一结果的原因,可能由于:

(1) 对初始场的处理,各个影响参数值的物理量都是根据观测的廓线简化而来,简化过程本身就存在着一定的误差。

(2) 边界场的精确性、可靠性、观测的地表通量的误差可能在模式中得到放大,从而对模拟结果产生一定的影响。

(3) 该模式并非真实的边界层的描绘,它是经过处理简化而来。其简化假设主要考虑浮力引起的对流作用,而缺少切变等机械作用,也可能造成 A 值的偏差。事实上在混合层的底部和顶部的切变作用并非完全是个小值^[11]。Moeng 和 Sullivan^[12] 也曾经通过大涡模拟,得到在不忽略切变作用的情况下,该参数值接近于 0.5 。

(4) 对自由大气下沉速度为零的假设,使得混合层顶增长的这一重担完全落在了夹卷率身上,为了满足这一目标,夹卷和地表通量之间的相互作用不得不加强,也要求一个较大的响应参数值 A 。

常用参数值 0.2 是前人在观测资料较少的情况下通过大涡模拟得到的,这一参数是否能较为真实地反映了混合层的物理过程? 这还有待于进一步的研究。

总得说来,越来越多的观测资料给人们研究边界层带来了便利条件,利用这些资料,应用优化算法来确定闭合问题中的一些参数值是切实可行的。

参 考 文 献

- 1 Ball, F. K., Control of inversion height by surface heating, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1960, **86**, 483~494.
- 2 Lilly, D. K., Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, *J. Atmos. Sci.*, 1968, **30**, 1092~1099.
- 3 Kraus, E. B., *Atmosphere-Ocean Interaction*. Cambridge University Press, Oxford, 1972, 275pp.
- 4 Tennekes, H., A model for the dynamics of the inversion above a convective layer, *J. Atmos. Sci.*, 1973, **30**, 558~567.
- 5 Wyngaard, J. C., and R. A. Brost, Top-down and bottom-up diffusion of a scalar in the convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 1984, **41**, 102~112.
- 6 Margreet, C. V., P. G. Duynkerke, and W. M. C. Joannes, Entrainment parameterization in convective boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, 1999, **56**, 813~828.
- 7 Stull, R. B., The energetics of entrainment across a density interface, *J. Atmos. Sci.*, 1976, **33**, 1260~1267.
- 8 Driedonks, A. G. M., Dynamics of the Well-Mixed Atmospheric Boundary Layer, Doctoral Dissertation, Free University of Amsterdam, KNMI Scientific Report WR 81-2, 1981, 189pp.

- 9 Driedonks, A. G. M, models and observations of the growth of the atmospheric boundary layer, *Boundary Layer Meteorology*, 1982, **23**, 283~306.
- 10 Mu Mu, Duan Wangsuo, and Wang Jiacheng, The predictability problems numerical weather and climate prediction, *Adv. Atmos. Sci.*, 2002, **19** (2), 191~204.
- 11 Mason, P. J. , Large-eddy simulation of dispersion in convective boundary layers with wind shear, *Atmos. Environ.*, 1992, **26A**, 1561~1571.
- 12 Moeng, C. -H. , and P. P. Sullivan, A comparison of shear- and buoyancy-driven planetary boundary layer flows, *J. Atmos. Sci.*, 1994, **51** (7), 999~1021.

Application of the Optimization Arithmetic to Ascertain the Entrainment Velocity in the Top of the Well-Mixed Layer

Lu Ping, Zheng Qin, Yu Rucong, and Mu Mu

(State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract A simple zero-order flat model is usually used to characterize the well-mixed convective boundary layer under clear sky. In this model, we often hypothesize the closed-condition as the entrainment flux in the top of the atmosphere boundary layer has the fixed linear relationship to the surface heat flux, that is $(\overline{\omega\theta})_h = -A \overline{(\omega\theta)_s}$. Due to the limited observation data, the parameter A is always obtained from the large eddy simulation, then the limited observation data is utilized to confirm it again. In this study, based on the ARM data the optimization arithmetic is used to ascertain the closed-parameter, so that the convective mixed layer model can reappear the actual boundary layer's developing process. This study tries to apply the optimization arithmetic to ascertain the factual physical process parameter. The results suggest that, if the data is enough, the optimization arithmetic should be an effective approach to ascertain the closed-parameter.

Key words: mixed layer; entrainment velocity; optimization arithmetic

附录：(18) 式的详细解释

方程组 (7) ~ (13) 两边关于 A 求导, 就得到物理量 $(h, \theta, q, \Delta\theta, \Delta q)$ 的形如方程的一阶线性非齐次的微分方程组

$$\frac{dX}{dt} = F(t)X + B(t). \quad (18)$$

在方程 (18) 中, $X, F(t)$ 和 $B(t)$ 的表达式如下所示:

$$X = \left(\frac{dh}{dA}, \frac{d\theta}{dA}, \frac{dq}{dA}, \frac{d\Delta\theta}{dA}, \frac{d\Delta q}{dA} \right)^T,$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{0.61Ag_2(t)\Delta q}{\Delta\theta_v^2} & 0 & -\frac{Ag_2(t)}{\Delta\theta_v^2} & -\frac{0.61A\theta g_2(t)}{\Delta\theta_v^2} \\ -\frac{g_1(t) + \Delta\theta v_c}{h^2} & -\frac{0.61Ag_2(t)\Delta\theta\Delta q}{h\Delta\theta_v^2} & 0 & \frac{1}{h} \left(w_c - \frac{Ag_2(t)\Delta\theta}{\Delta\theta_v^2} \right) & -\frac{0.61A\theta\Delta\theta g_2(t)}{h\Delta\theta_v^2} \\ -\frac{g_3(t) + \Delta q v_c}{h^2} & -\frac{0.61Ag_2(t)\Delta q^2}{h\Delta\theta_v^2} & 0 & -\frac{Ag_2(t)\Delta q}{h\Delta\theta_v^2} & \frac{1}{h} \left(w_c - \frac{0.61Ag_2(t)\Delta\theta q}{\Delta\theta_v^2} \right) \\ -\frac{g_1(t) + \Delta\theta v_c}{h^2} & -\left(\gamma_\theta + \frac{\Delta\theta}{h} \right) \frac{0.61Ag_2(t)\Delta q}{\Delta\theta_v^2} & 0 & \frac{w_c}{h} - \left(\gamma_\theta + \frac{\Delta\theta}{h} \right) \frac{Ag_2(t)}{\Delta\theta_v^2} & \left(\gamma_\theta + \frac{\Delta\theta}{h} \right) \frac{0.61Ag_2(t)\theta}{\Delta\theta_v^2} \\ -\frac{g_3(t) + \Delta q v_c}{h^2} & -\left(\gamma_q + \frac{\Delta q}{h} \right) \frac{0.61Ag_2(t)\Delta q}{\Delta\theta_v^2} & 0 & \left(\gamma_q + \frac{\Delta q}{h} \right) \frac{Ag_2(t)}{\Delta\theta_v^2} & \frac{w_c}{h} - \left(\gamma_q + \frac{\Delta q}{h} \right) \frac{0.61Ag_2(t)\theta}{\Delta\theta_v^2} \end{pmatrix},$$

$$B(t) = \left(\frac{g_2(t)}{\Delta\theta_v}, \frac{g_2(t)}{\Delta\theta_v} \frac{\Delta\theta}{h}, \frac{g_2(t)}{\Delta\theta_v} \frac{\Delta q}{h}, \frac{g_2(t)}{\Delta\theta_v} \left(\gamma_\theta - \frac{\Delta\theta}{h} \right), \frac{g_2(t)}{\Delta\theta_v} \left(\gamma_q - \frac{\Delta q}{h} \right) \right)^T,$$

θ_v 的表达式见公式 (8), g_1, g_2, g_3 的表达式见第 2 节。