

用正交小波分析近百年来中国降水气候变化*

严华生¹⁾ 万云霞¹⁾ 邓自旺²⁾ 曹 杰¹⁾

1) (云南大学大气科学系, 昆明 650091)

2) (南京气象学院, 南京 210044)

摘 要 从小波函数本身所具有的特点出发, 针对小波基函数的选择等问题, 从理论分析、方法比较以及实例计算等几方面对正交小波和非正交小波进行比较研究, 并在此基础上用正交小波对中国 17 个站点近百年的年降水量序列进行分析。得到如下的结果: 在对降水序列进行多尺度分析时, 正交小波分解出的各个时间层次上的信号之间是相互正交, 没有信息冗余。近百年中国降水的变化趋势在不同时间尺度上有不同的变化, 且各地之间的显著尺度也不同。具有显著的小于 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的周期活动特征。

关键词: 正交小波; 降水气候变化

文章编号 1006-9895 (2004) 01-0151-07

中图分类号 P468

文献标识码 A

1 引言

子波分析是近年来发展起来的应用数学技术。由于子波分析具有比其他一些分析方法更多的优点, 诸如局部化、多层次、多分辨等。许多气象工作者已把它引入了大气科学的研究中^[1,2], 尤其是在多尺度气候诊断中的应用, 已取得了一些很好的成果。比如, 尤卫红^[3]用 Marr 小波和 Morlet 小波分析了云南近百年气温的变化; 另外, 匡正等^[4]用墨西哥帽小波对华北降水时间序列进行了小波分析; 邓自旺等^[5]用 DB16 正交小波对南方涛动与北大西洋涛动进行了分析; 胡非^[6]对大气边界层湍流涡旋结构进行了小波分解。我们知道, 对任一个物理量 f , 利用小波分析可将它分解为不同时间尺度下的波的和, 即 $f = f_1 + f_2 + f_3 + \dots$, 从而能更好地分析各个时间尺度的信号变化情况。在子波分析中, 有许多不同的小波基函数可供选择, 对同一数据资料, 选择不同的小波基函数进行分析, 往往产生不同的分析结果。各种不同类型的小波基函数可以分成两类, 一类为正交小波基函数, 另一类为非正交小波基函数。那么, 在进行分析时, 就会面临这样一个问题: 选择什么小波基函数来进行分析? 它们各自有什么特点? 分解出来的各个时间尺度上的波 $f_1, f_2, f_3 \dots$ 之间有什么样的关系? 分解出来的波与原始序列有何种关系? 这些问题很值得研究。本文就是针对这些问题, 对正交小波 (以 DB16 小波为例) 和非正交小波 (以墨西哥帽小波为例) 的性质、变换原理、实例分析等几方面进行了比较研究, 据此对我国 17 个站点近百年的降水序列进行了分析。

2002-07-22 收到, 2002-11-18 收到再改稿

* 国家重点基础研究发展规划项目 G1998040905、中国科学院知识创新项目 KZCX2-203 和国家自然科学基金资助项目 40065001 共同资助

2 正交小波（以 DB16 小波为例）与非正交小波（以墨西哥帽小波为例）分析方法比较

DB16 小波是世界著名的小波分析学者 Ingrid Daubechies^[7]所构造的紧支正交二进小波族 Daubechies 中由 32 个系数标定的小波，它没有明确的表达式，其对应的尺度函数 $\varphi(x)$ 存在且也是紧支正交的，这使得它们可以作为多分辨分析的基函数具有很好的局部化特征。构造方法参见文献 [7]。利用多尺度分析方法，用正交小波变换可以对一个信号进行多次分解和重建，不同尺度的成分由不同数目的小波系数表示。墨西哥帽小波是 Gauss 函数的二阶导数，它是一个对称的子波函数，因其像墨西哥帽的截面，故称为墨西哥帽函数。由于它的尺度函数不存在，所以不具有正交性。构造方法及应用参见文献 [7]。由表 1^[7, 8]可知，DB16 小波具有正则性，既可用于连续小波变换也可用于离散小波变换，墨西哥帽小波不具正则性，仅可用于连续小波变换。另外，二种小波的支撑长度、滤波器长度也不同，DB16 小波的要比墨西哥帽小波的长得多。也就是说，性质的不同导致了两种分析方法本身的差异。

表 1 DB16 小波与墨西哥帽小波的主要性质

小波函数	正交性	双正交性	紧支撑性	连续小波变换	离散小波变换	支撑长度	滤波器长度	对称性
DB16 小波	有	有	有	可以	可以	31	32	近似对称
墨西哥帽小波	无	无	无	可以	不可以	有限长度	有限长度	对称

为了更好地了解两种小波函数的差异，作为实例比较，以北京的年降水量时间序列为例，分别进行 DB16 连续小波变换和墨西哥帽连续小波变换。结果得出，两种小波分析得到的结果是明显不同的，不同的时间尺度上有不同的变化；两个小波反映出来的变化强度的时段也不同。进一步，把各个时间尺度的小波系数提取出来，可以看出，DB16 正交小波的层次是分明的，从小尺度到大尺度，DB16 小波的变换系数所表示出来的信息在各个层次上是非常清晰的，可以很明显地看出哪一个信息是属于哪一个时间尺度的。并在此基础上分别计算两种小波变换系数之间的相关系数，DB16 小波由于不同尺度间小波变换系数是两两相互正交的，即相关系数为零，说明各层的高频、低频小波变换系数是相互独立的，也就可对这些小波变换系数序列做进一步的分析，如方差分析等。而墨西哥帽小波各层变换系数之间存在一定的线性相关关系，有一定的重复信息，说明提取出高低频信息不是独立的，难以对分解结果进行进一步的分析讨论。

由以上的分析可知，墨西哥帽小波不具有正交性，各个时间尺度小波系数间会受到重复信息的影响，在一定程度上不能很好地反映信号的变化情况，而 DB16 小波的正交性使得所分解出来的各成分之间是两两正交的，没有线性相关关系，没有信息冗余，并能提取各个时间尺度的相互正交的高低频小波系数，对这些各个层次的系数进行重构，能更清晰地分析出各个层次的信号变化及进行进一步的分析，更好地了解整个信号的变化情况。这说明 DB16 小波在一定程度上过滤一些“噪音”，却又严格保持了原信号的特性，从而更能揭示出信号的细微变化情况。因此，在以下的分析中，我们采

用 DB16 小波对我国从南到北不同纬度近百年的降水量进行分析。

3 用 DB16 正交小波分析 17 个站降水量的时空演变特征

3.1 资料

本文所采用的资料为 1901~2000 年全国 17 个站点的全年降水量资料，这 17 个站是：哈尔滨、长春、北京、南京、长沙、上海、杭州、温州、福州、厦门、广州、南宁、昆明、成都、重庆、兰州、西安。以上资料均为观测资料，并对缺测年份进行了插补。

3.2 17 个站降水的时空演变特征

对于本文分析的长度为 100 年的 17 个序列，采用多分辨分析方法，利用 DB16 正交小波对其进行分析（图 1），图 1 仅给出了北京、上海、南宁、成都的分析结果，图中第一个序列均为原始序列，横坐标为时间，纵坐标为时间尺度。由图 1 可看出，除原始序列外，100 年的资料分解为 6 个频带，即 5 个高频成分和一个平滑信息。我国降水变化在不同的时间尺度下各地之间的关系不同，其显著尺度也不同。对于最大的时间尺度 a_5 (>56 年) 来说，哈尔滨、长春、杭州、温州、福州、厦门、长沙、南宁、广州、昆明的变化趋势较一致；而北京、南京、上海、西安、兰州的年降水量的较一致；从振幅来看，大体上是南方大于北方的，也就是说降水变化幅度南方是大于北方的。

在此基础上，我们提取了各个时间层次的小波系数，进一步计算了各时间尺度变化的方差贡献及各尺度小波系数与原始序列的相关系数。结果见表 2（方差贡献）与表 3（相关系数）。

表 2 用 DB16 小波对 17 个站长度为 100 年的资料的方差分析结果

分辨 尺度	层次	周期/ a	方差贡献								
			北京	哈尔滨	长春	南京	上海	杭州	温州	福州	厦门
2^0	d1	<3.5	49.69	65.57	47.09	52.85	53.69	52.01	52.75	62.02	58.65
2^1	d2	$3.5\sim 7$	23.49	15.01	28.01	29.77	24.51	25.69	14.78	16.53	22.05
2^2	d3	$7\sim 14$	10.42	7.83	13.43	9.95	6.44	12.2	21.47	12.18	12.39
2^3	d4	$14\sim 28$	9.66	9.26	6.88	0.94	3.37	5.29	9.53	2.75	1.1
2^4	d5	$28\sim 56$	5.15	1.58	0.64	2.37	11.84	2.63	0.19	2.54	1.54
2^4	a_5	>56	1.58	2.76	3.95	4.1	5.2	2.17	1.28	3.98	4.27
分辨 尺度	层次	周期/ a	方差贡献								
			长沙	南宁	广州	成都	重庆	昆明	西安	兰州	
2^0	d1	<3.5	42.98	49.34	53.71	36.2	63.05	56.34	50.76	44.44	
2^1	d2	$3.5\sim 7$	26.41	29.18	18.37	16.54	21.87	23.54	33.19	29.13	
2^2	d3	$7\sim 14$	6.18	15.17	16.32	30.82	7.54	10.76	7.77	23.37	
2^3	d4	$14\sim 28$	17.61	2.2	9.49	6.4	4.91	7.27	5.49	0.11	
2^4	d5	$28\sim 56$	4.74	3.41	1.31	1.73	1.71	1.36	1.13	0.88	
2^4	a_5	>56	2.08	0.7	0.79	8.31	0.92	0.24	1.67	1.57	

由表 2 可看出，17 个时间序列中，方差贡献率的变化基本上是随时间尺度的增长而趋于减小的。方差贡献率最大的几个频带是时间尺度为小于 3.5 年、 $3.5\sim 7$ 年、 $7\sim 14$ 年，这三个成分的和能解释 85% 以上的方差，这说明能反映我国降水变化情况的主

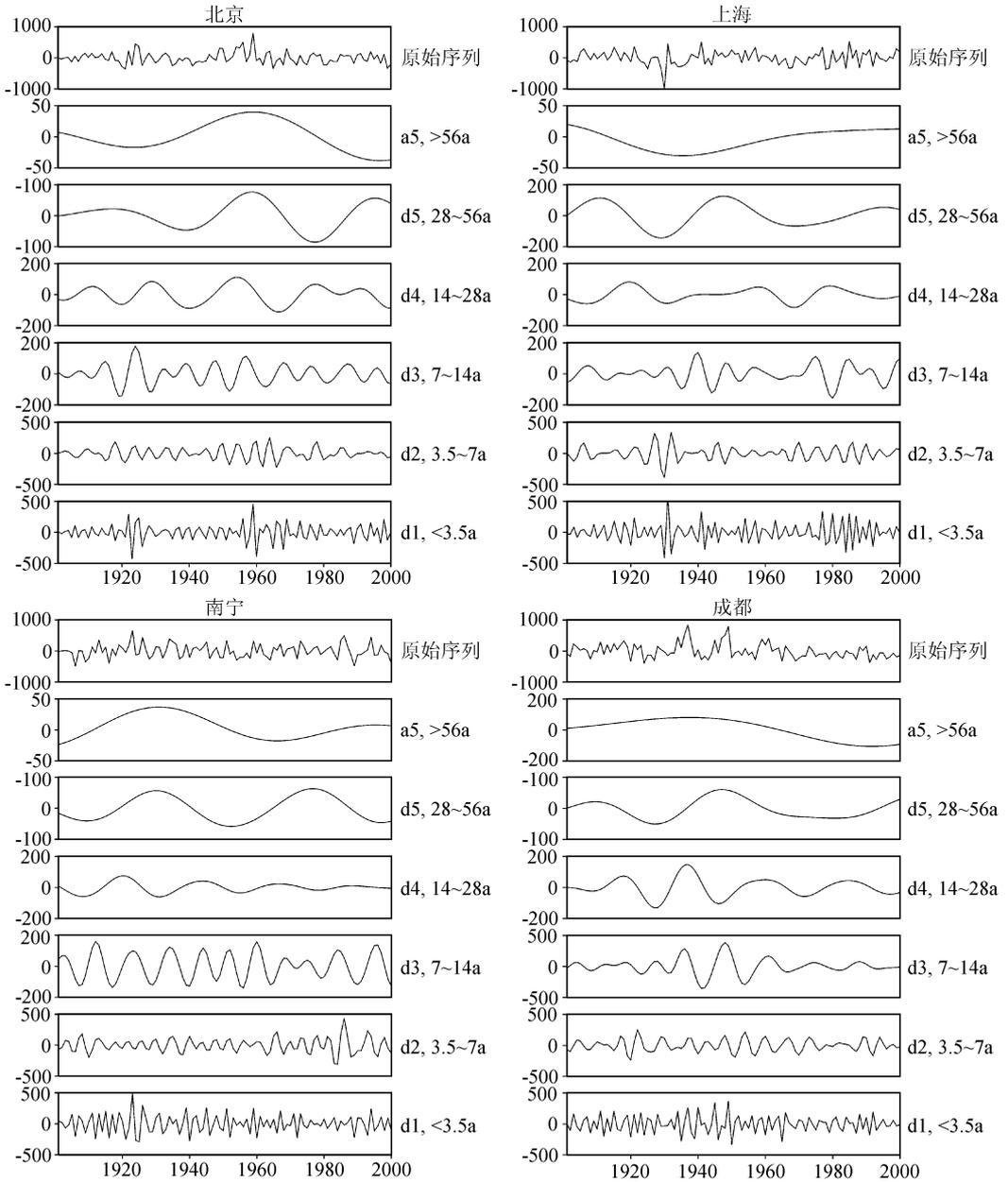


图 1 北京、上海、南宁、成都序列及其 6 个频带序列

要是集中在这几个时间尺度上。也就是说，我国的降水变化有小于 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的周期的变化；而哈尔滨、北京、长春、温州、长沙、广州、昆明等站在 14~28 年这个时间尺度上，也能解释 5%~10% 的方差贡献，这说明这 7 个站的降水量还有 14~28 年的周期；上海较特殊，时间尺度为 28~56 年的成分的方差贡献也较大，占了 11.84%，即 28~56 年时间尺度也能反映上海的年降雨量变化情况。从表 3 也可以看出，通过显著性检验的相关系数的较大值也主要集中在这几个时间尺度上。

表 3 各层小波系数与原始序列的相关系数

分辨 尺度	层次	周期/ a	方差贡献									
			北京	哈尔滨	长春	南京	上海	杭州	温州	福州	厦门	
2^0	d1	<3.5	0.695	0.8	0.68	0.71	0.72	0.72	0.72	0.77	0.75	
2^1	d2	$3.5\sim 7$	0.49	0.39	0.53	0.55	0.5	0.52	0.39	0.42	0.49	
2^2	d3	$7\sim 14$	0.34	0.25	0.38	0.34	0.27	0.36	0.47	0.41	0.39	
2^3	d4	$14\sim 28$	0.34	0.31	0.29	0.13	0.21	0.24	0.33	0.2	0.13	
2^4	d5	$28\sim 56$	0.24	0.16	0.12	0.21	0.38	0.18	0.14	0.19	0.19	
2^4	a5	>56	0.16	0.18	0.21	0.24	0.12	0.16	0.13	0.21	0.26	

分辨 尺度	层次	周期/ a	方差贡献							
			长沙	南宁	广州	成都	重庆	昆明	西安	兰州
2^0	d1	<3.5	0.64	0.70	0.73	0.59	0.78	0.73	0.71	0.66
2^1	d2	$3.5\sim 7$	0.51	0.55	0.43	0.41	0.47	0.48	0.57	0.54
2^2	d3	$7\sim 14$	0.32	0.4	0.41	0.55	0.3	0.35	0.28	0.49
2^3	d4	$14\sim 28$	0.46	0.16	0.32	0.26	0.25	0.35	0.24	0.1
2^4	d5	$28\sim 56$	0.25	0.21	0.14	0.2	0.18	0.21	0.14	0.12
2^4	a5	>56	0.2	0.15	0.11	0.34	0.12	0.06	0.16	0.14

在以上分析的基础上，我们对 17 个站中方差贡献、相关系数值较大的三层小波系数（即 d1、d2、d3）分别做谱分析。谱分析图仅给出北京、广州的（图 2），其余站的谱分析图略。通过对 d1、d2、d3 的分析，我国降水量的周期为小于 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的通过了 95% 的显著性检验。再对哈尔滨、北京、长春、温州、长沙、广州、昆明的小波系数 d4 做谱分析，发现周期为 14~28 年通过了 95% 的显著性检验，即这 7 个站还具有 14~28 年的周期；对上海时间尺度为 28~56 年时间尺度的小波系数

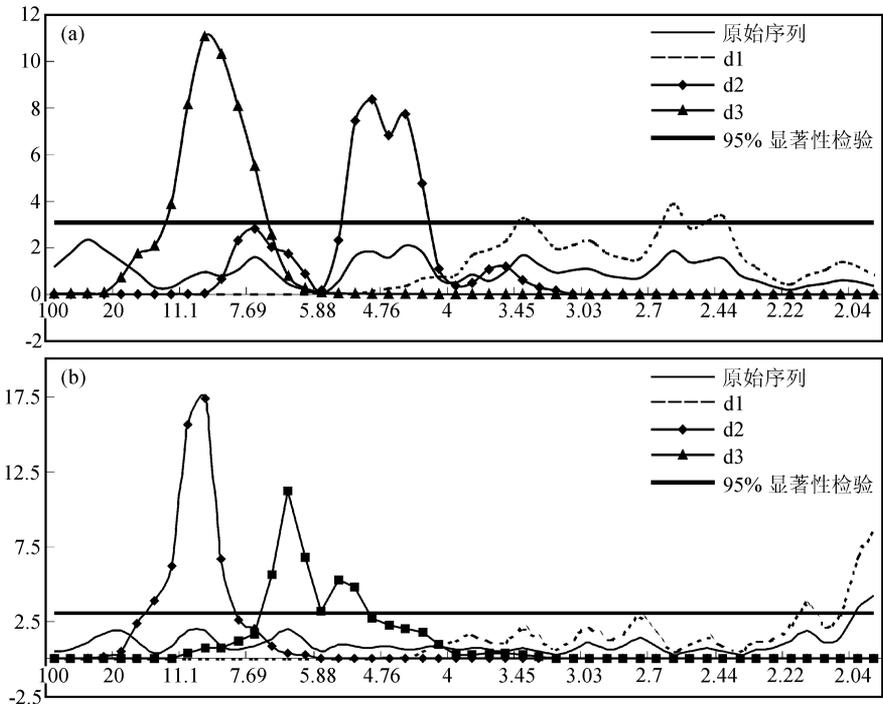


图 2 北京 (a)、广州 (b) 100 年降雨量原始序列、小波分析系数 d1、d2、d3 的谱分析
横坐标为周期，纵坐标为功率谱的 F 检验值

做谱分析,长周期 28~56 年也通过了 95% 的显著性检验,也就是说上海还具有 28~56 年的周期。

3.3 小结

通过用正交小波分析我国近百年 17 个站的降水气候变化,得到如下几点结论:

(1) 降水变化在不同的时间尺度下各地之间的关系不同,其显著尺度也不同。对于最大的时间尺度(>56 年)来说,哈尔滨、长春、杭州、温州、福州、厦门、长沙、南宁、广州、昆明的变化趋势较一致;而北京、南京、上海、西安、兰州的年降水量的变化趋势较一致;从振幅来看,大体上是南方大于北方的,也就是说降水变化幅度南方是大于北方的。

(2) 近百年我国降水量变化趋势在不同尺度上有不同的变化。从方差贡献率及相关系数看,我国近百年的降水量变化有较明显的小于 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的周期变化。

(3) 哈尔滨、北京、长春、温州、长沙、广州、昆明还具有 14~28 年的周期变化,而上海还具有 28~56 年的长周期变化。

4 结论

由前面的分析讨论,有如下的结论:

(1) 由于 DB16 小波具有正交性,分解出来的各成分之间是两两正交的,没有线性相关关系,没有信息冗余,可提取各时间层次上相互独立的高频、低频小波变换系数,并利用这些系数可以很清晰地对各层次或各时间尺度的信号进行分析和重构,从而更好地分析信号的变化。

(2) 降水变化在不同的时间尺度下各地之间的关系不同,其显著尺度也不同。在一种时间尺度下是一种关系,在另一种时间尺度下又是另一种关系,从空间上看,降水变化幅度总的来说是南方大于北方。

(3) 方差贡献率及相关系数最大的几个频带是周期为小于 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年这几个频带。这说明我国近百年的降水量变化具有较明显的 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的变化。

(4) 哈尔滨、北京、长春、温州、长沙、广州、昆明除了 3.5 年、3.5~7 年、7~14 年的周期变化外,还有 14~28 年的周期变化,上海还具有 28~56 年的长周期变化。

参 考 文 献

- 1 林振山、邓自旺,气候子波诊断技术的研究,北京:气象出版社,1999.
- 2 邓自旺、林振山、尤卫红,子波分析及其在大气科学中的应用方法,南京大学学报,1996,32(地学专辑),47~51.
- 3 尤卫红,气候变化的多尺度诊断分析和预测的多种技术方法研究,北京:气象出版社,1998,9~42.
- 4 匡正、季仲贞、林一骅,华北降水时间序列资料的小波分析,气候与环境研究,2000,5(3),312~317.
- 5 邓自旺、施能、王永波,南方涛动(SO)与北大西洋涛动(NAO)百年变化的正交小波分析,热带气象学报,2001,17(1),57~64.

- 6 胡非, 大气边界层湍流涡旋结构的小波分解, 气候与环境研究, 1998, **3** (2), 97~105.
- 7 Cohen, A., and J. C. Daubechies, Ciorthogonal bases of compactly supported wavelets, *Comm. Pure Appl Math.*, 1992, **45**, 485~560.
- 8 胡昌华、张军波、夏军等, 基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析, 西安: 电子科技大学出版社, 2000, 6~178.

Orthogonal Wavelet Analysis of the Variations of the Recent 100-years Precipitation in China

Yan Huasheng¹⁾, Wan Yunxia¹⁾, Deng Ziwang²⁾, and Cao Jie¹⁾

1) (*Department of Atmospheric Science, Yunnan University, Kunming 650091*)

2) (*Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044*)

Abstract Aiming for the questions about the choice of the wavelet mother function and their respective features, a comparison of orthogonal wavelet and non-orthogonal wavelet is studied by means of theory analysis, method comparison and example calculation. 17 stations about 100-years (1901-2000) annual time series of precipitation in China are analyzed by means of orthogonal wavelet transform. The results show that the signals on different time-scales are orthogonal when DB16 wavelet is used to multi-time-scale analysis. It also shows precipitation changes in China are various on different time scales. The most significant variation of precipitation in China has the periodic variations of 3.5 year, 3.5~7 year, 7~14 year.

Key words: orthogonal wavelet transform; precipitation variation