切变基流中β中尺度扰动的特征波动*

张立凤 施连俊

（解放军理工大学气象学院，南京 211101）

摘 要 利用 Bussinesq 方程，通过数值计算的方法，讨论了中尺度扰动的特征波动，发现β中尺度波动（一对重力惯性波和一支涡旋波）的波谱特征与背景场有关，在基流存在垂直切变的情况下，三支波动都存在连续谱。随着风切变的增大，连续谱发生重叠。在连续谱的重叠谱区，谱函数也发生了变化，即扰动结构发生了变化，这一点与α中尺度扰动的特征波动不同。

关键词：β中尺度扰动；特征波动；连续谱

文章编号 1006-9895（2004）04-0589-12 **中图分类号** P445 **文献标识码** A

1 引言

中尺度天气系统的发展演变通常与中尺度波动的活动密切有关，而暴雨等灾害性天气的出现又与中尺度的天气系统的发展有密切关系。因此，为了揭示这些灾害性天气的发生发展机制，人们对中尺度波动的稳定性研究越来越重视。而要研究波动的不稳定，必须要对波动的波谱特征和性质有所了解。在大气波动的波谱特征方面，曾庆存等[1~3]最早对正压原始方程组进行了研究，指出正压大气中只有涡旋波存在连续谱，并给出了其连续谱的结构，还指出波包的概念可以对连续谱的演化做出正确的描述，扰动的不同演变特性主要由基流的不均匀性和波动的类别所决定，同时基流的切变对波长和波包的能量均有着极其重要的影响。张立凤等[4,5]曾对斜压切变基流中横波型扰动的谱点和谱函数作过数值计算和定性分析，其结果表明基流存在切变时，无论是重力惯性波还是涡旋波都存在连续谱，当扰动的波长小于临界波长时，可出现两波或三波连续谱的重叠。当出现重叠谱时，若出现不稳定扰动，其频率的实部落在重叠谱区。在重叠谱区，重力惯性波只有一个临界层，但涡旋波则可以有 2 个或 3 个临界层。无论是涡旋波还是重力惯性波其连续谱的波包随时间都是衰减的，但涡旋波波包比重力惯性波波包衰减的要慢。但以上结果仅是针对天气尺度和α中尺度的波动而言，对于β中尺度的波动，由于其尺度小，非地转性强，其波谱分布及不稳定性质还没有人做过研究，而β中尺度系统又是与暴雨等中尺度灾害性天气直接有关系的系统，故研究其波谱和不稳定性质的重要性是不言而喻的。本文在文献［4，5］的基础上，对切变基流下的β中尺度扰动的谱点和特征波动做了进一步研究。

2003-04-08 收到，2003-10-14 到修改稿

* 国家重点基础研究发展规划项目 G1998040907 资助

2 数学模型和计算方法

考虑无粘，绝热无摩擦的 Boussinesq 方程组，并设基本气流 $\bar{\boldsymbol{U}}$ 仅是 z 的线性函数，且与 x 轴有一个夹角 δ，此时则有 $\bar{u}=\bar{U}\cos\delta$，$\bar{v}=\bar{U}\sin\delta$，这里 $\bar{U}$ 为基流的大小，而 $\bar{u}$ 和 $\bar{v}$ 分别为基流在 x 轴和 y 轴上的分量。为简单起见，设扰动沿 x 方向传播且在 y 方向是均匀的，则在 f 平面内将方程线性化后得到扰动方程组，引入流函数 Ψ 后，有

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial}{\partial x}\right)v+f\dfrac{\partial\Psi}{\partial z}-\dfrac{\mathrm{d}\bar{v}}{\mathrm{d}z}\dfrac{\partial\Psi}{\partial x}=0,\\ \left(\dfrac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial}{\partial x}\right)\theta+f\dfrac{\partial\Psi}{\partial z}\dfrac{\mathrm{d}\bar{\theta}}{\mathrm{d}z}-fv\dfrac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}-N^2\dfrac{\partial\Psi}{\partial x}=0,\\ \left(\dfrac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\Psi-f\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=0,\end{cases}\tag{1}$$

其中，

$$(u,v,w,\theta)\equiv\bar{\rho}\left(u',v',w',\frac{g}{\theta_0}\theta'\right),\quad u=\frac{\partial\Psi}{\partial z},$$

$$w=-\frac{\partial\Psi}{\partial x},\quad \nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2},\quad N^2=\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z},$$

这里“—”代表基本场，“′”代表扰动场，θ_0 是常数位温，N^2、f 也均取为常数。边界条件为

$$\Psi_{z=0}=\Psi_{z=H}=0,\tag{2}$$

这里 H 是模式顶高或对流层顶的高度。

可设解为

$$\begin{pmatrix}v\\ \theta\\ \Psi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathrm{i}V(z)\\ \Theta(z)\\ \Psi(z)\end{pmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+\sigma t)},\tag{3}$$

代入方程组（1），则有

$$\begin{cases}(\sigma+\bar{u}k)V+\mathrm{i}k\Psi\dfrac{\mathrm{d}\bar{v}}{\mathrm{d}z}-f\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}z}=0,\\ (\sigma+\bar{u}k)\Theta-k\Psi N^2-\mathrm{i}f\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}z}\dfrac{\partial\bar{v}}{\partial z}-fV\dfrac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}=0,\\ (\sigma+\bar{u}k)\left(\dfrac{\mathrm{d}^2\Psi}{\mathrm{d}z^2}-k^2\Psi\right)-f\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}+k\Theta=0.\end{cases}\tag{4}$$

方程组（4）中，当 $\bar{u}=0$，$\bar{v}\neq0$ 时，即 $\delta=90°$或 $\delta=270°$时，扰动的传播方向与基流垂直，其为对称型扰动；当 $\bar{u}\neq0$，$\bar{v}=0$ 时，即 $\delta=0°$或 $\delta=180°$时，扰动的传播方向与基流平行，其为横波型扰动；当 $\bar{u}\neq0$，$\bar{v}\neq0$ 时，扰动的传播方向与基流成 δ 角，其为斜交型扰动[6]，实际上对称型扰动和横波型扰动是斜交型扰动的两个特例，方程（4）还可化成一个变量的方程。

$$\begin{aligned}&(\sigma+\bar{u}k)\left[f^2-(\sigma+\bar{u}k)^2\right]\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}z^2}-2f^2k\left[\mathrm{i}\bar{v}_z(\sigma+\bar{u}k)+\bar{u}_z\right]\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}z}\\ &+k^2(\sigma+\bar{u}k)\left[N^2-(\sigma+\bar{u}k)^2-\mathrm{i}2f\bar{u}_z\bar{v}_z\right]W=0,\end{aligned}\tag{5}$$

当 $\bar{u}\neq 0$，$\bar{v}=0$，即 $\delta=0°$或 $\delta=180°$时，(5) 式可写成

$$(\sigma+\bar{u}k)\left[f^2-(\sigma+\bar{u}k)^2\right]\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}z^2}-2f^2k\bar{u}\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}z}$$
$$+k^2(\sigma+\bar{u}k)\left[N^2-(\sigma+\bar{u}k)^2\right]W=0, \tag{6}$$

(5)、(6) 式中的 W 是垂直运动 w 的振幅，$w=W(z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+\sigma t)}$，由 $w=-\partial\Psi/\partial x$ 知，$W=\mathrm{i}k\Psi$。取刚壁边界，方程 (4) 或 (5) 或 (6) 的边界条件为

$$\begin{cases}\Psi|_{z=0}=0, \quad \Psi|_{z=H}=0,\\ W|_{z=0}=0, \quad W|_{z=H}=0.\end{cases} \tag{7}$$

(6) 式即为文献 [4] 中讨论横波型扰动波谱的方程，分析 (5) 和 (6) 式可见，方程都存在三个奇点，分别对应一对重力惯性波和一支涡旋波的临界层。临界层方程为

$$\sigma+\bar{u}(z)k=0, \tag{8}$$
$$f^2-\left[\sigma+\bar{u}(z)k\right]^2=0. \tag{9}$$

临界层的存在及其高度决定于方程二阶导数前面的系数，而这一系数在 N^2 为常数时，只决定于纬向风场、波动频率和地转参数。对斜交型扰动，$\bar{u}\neq 0$，$\bar{v}\neq 0$，此时 $\bar{u}=\bar{U}\cos\delta$；对横波型扰动，$\bar{u}\neq 0$，$\bar{v}=0$，$\bar{u}=\bar{U}$。当 δ 不随 z 变化时，两种情况下的基本风场只是相差一个常数，所以，讨论横波型扰动的波谱特征与讨论斜交型扰动的波谱特征没有本质的差别。

方程组 (4) 或方程 (5) 和 (6) 与边界条件 (7) 均构成了一个特征值问题。σ 为特征值，与其相应的一组非零解为特征函数。若基流存在切变，则方程组 (4) 或 (5) 和 (6) 均是变系数方程，对其解析求解是困难的。但在基流只是 z 的函数时，可用数值方法求解。在垂直方向 [0，H] 区间上等距分为 n 层，间距 $\Delta z=H/n$，并采用交错网格，将方程 (4) 的第 1、2 式写在半数层上，第 3 式写在整数层上。这样离散化后的代数方程组可以用以下矩阵形式来表示：

$$\sigma\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{X}. \tag{10}$$

通过求解矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}$ 的特征值和特征向量即可得到原常微分方程特征问题的数值解。分析该矩阵的全部特征值就可以了解原常微分方程的谱分布。但必须注意的是，通过离散化得到的矩阵是有限维的，其特征值的个数也必须是有限可列的，当垂直分层为 n 时，计算特征值的个数为 $(3n-1)$；而原来问题在频率谱上存在连续谱时，其连续谱点是无限不可列的。故这种求解方法会将原问题中的连续谱歪曲为计算离散谱，但当垂直分层越来越多，即 n 越来越大时，计算连续谱的谱点会越来越密。故比较取不同 n 值所计算的谱点分布，就可以判断相应的谱点是连续的还是离散的。

3　重力惯性波和涡旋波的波谱特征及波谱重叠条件

文献 [4] 已对横波型扰动特征波动的谱点做了定性的讨论。特别需要指出的是，这里的波谱均指频率谱，其连续也指频率谱连续，在 N^2 为常数的情况下，本文的斜交型扰动模型同样可得到类似的结果，只是这里的 $\bar{u}$ 为基流的纬向风，$\bar{u}=\bar{U}\cos\delta$，因本文中 δ 不随高度变化，故 δ 的不同只改变基流的纬向风的大小，故仿照文献 [4] 可得

出下列结论。

设 $\bar{u}$ 在区间［0，H］上的最大值为 $\bar{u}_{\max}=\overline{U}_{\max}\cos\delta$，最小值为 $\bar{u}_{\min}=\overline{U}_{\min}\cos\delta$，若 σ 满足：

$$\bar{u}_{\min}k<\sigma<\bar{u}_{\max}k, \tag{11-1}$$

$$\bar{u}_{\min}k-f<\sigma<\bar{u}_{\max}k-f, \tag{11-2}$$

$$\bar{u}_{\min}k+f<\sigma<\bar{u}_{\max}k+f, \tag{11-3}$$

则满足（11-1）式的 σ 对应的是涡旋波的连续频率谱，满足（11-2）和（11-3）式的 σ 分别对应的是逆基流传播的重力惯性波和顺基流传播的重力惯性波的连续频率谱。在三支波动的频率谱都是连续的情况下，连续谱可发生重叠，其条件如下：

若波长 l 满足

$$l>l_0, \tag{12}$$

其中，$l_0=2\pi/k_0$，$k_0=f/(\bar{u}_{\max}-\bar{u}_{\min})$，则重力惯性波和涡旋波的波谱不发生重叠。

若波长 l 满足

$$l_0/2<l<l_0, \tag{13}$$

则出现逆、顺基流传播重力惯性波分别与涡旋波发生两波波谱的部分重叠。

若波长 l 满足

$$l<l_0/2, \tag{14}$$

则出现一对重力惯性波和涡旋波三支波动波谱的重叠。

由以上公式可看出，重力惯性波与涡旋波的波谱是否发生重叠，与基流的垂直切变、地转参数和波动的水平尺度有关，而与环境场的层结稳定度无关。在中纬度（纬度 45°），β 中尺度波动发生两波连续谱或三波连续谱重叠时，垂直风切变和水平波长的关系如表 1。

表 1 不同波长发生连续谱重叠时对应的纬向风的临界风切变（10^{-4} s^{-1}）

水平波长	200 km	150 km	100 km	50 km
两波重叠	3.183	2.387	1.592	0.796
三波重叠	6.366	4.775	3.183	1.592

从表 1 可看出，波长越短存在重叠谱所要求的垂直风切变越小，即出现重叠谱的条件越低，对水平波长为 200 km 的扰动，当纬向风的垂直风切变小于 3.183×10^{-4} s^{-1}时，不发生波谱的重叠；当纬向风的垂直风切变大于 3.183×10^{-4} s^{-1}，而小于 6.366×10^{-4} s^{-1}时，逆、顺基流传播的重力惯性波分别与涡旋波发生两波波谱的部分重叠；当纬向风的垂直风切变大于 6.366×10^{-4} s^{-1}时，两支重力惯性波和涡旋波的三支波谱发生重叠，此时已没有单纯的涡旋波的连续谱了。可见，在固定波长和纬度的情况下，纬向风的垂直风切变对波动频谱能否发生重叠起了决定的作用。

4 计算 β 中尺度频率谱及扰动结构分析

本文用求矩阵特征值和特征向量的 QR 方法[7]求解方程（10）中的实距阵 $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}$，数值计算中垂直分层为 50，即 $n=50$，这样可计算出 149 谱点。其主要参数取为：基流在垂直方向为线性切变，即 $\overline{U}=\overline{U}_0+\overline{U}_1 z$，取 $\overline{U}_0=0$，$\overline{U}_1$ 为基流的垂直切变，水平波长为 $l=200$ km，$f=1\times10^{-4}$ s^{-1}（相当于纬度 45°），下文的计算结果都是取 $\delta=0$，即

考虑横波型扰动的特征，对于斜交型扰动只要取纬向风为 $\bar{u}=\overline{U}_1 z\cos\delta$ 为纬向风即可。

4.1　无重叠谱时谱点分布及谱函数

取垂直风切变为 1×10^{-4} s^{-1}，$N^2=6.25\times10^{-8}$ s^{-2}，这时 $Ri=6.25$，不出现频谱的重叠，计算出的 149 个谱点的分布见图 1。一对重力惯性波和一支涡旋波在其频谱上是明显可分的，具体分布特征为：第 1～49 个谱点满足（11-2）式，对应的是逆基流传播的重力惯性波的连续谱，50～100 个谱点满足（11-1）式，对应的是涡旋波的连续谱，101～149 个谱点满足（11-3），对应的是顺基流传播的重力惯性波的连续谱。从频率上看，重力惯性波和涡旋波是明显可分的。

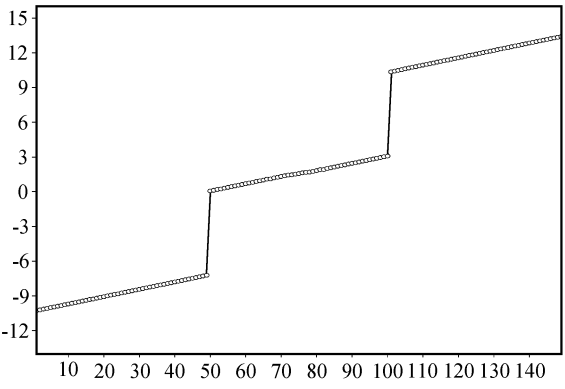

图 1　特征波的计算谱点分布

纵坐标为波动传播频率，单位：10^{-5} s^{-1}；横坐标为计算谱点数（$l=200$ km，$\overline{U}_z=1\times10^{-4}$ s^{-1}，$N^2=6.25\times10^{-8}$ s^{-2}）

图 2 和图 3 分别给出了重力惯性波和涡旋波的谱函数。从结构上可看出其与文献［5］给出的水平波长为 5000 km 的扰动结构非常相似，分析其原因可知，虽然此时水平波长较小属于 β 中尺度系统，但由于风切变很小，在基流为线性切变的情况下，使得平均 Ro 数也很小，此时的 $Ro=0.05$ 远远小于 1，所以，图 3 给出的涡旋波的结构也是准地转的，故与在较大风切变情况下的天气尺度的扰动结构相似。

4.2　出现重叠谱时谱点分布及谱函数

4.2.1　两支波动波谱重叠时的谱点分布和谱函数

由表 1 可知，当风切变大于 3.183×10^{-4} s^{-1}，波长为 200 km 的扰动就会出现重力惯性波频谱和涡旋波频谱的部分重叠。图 4 为风切变取 4×10^{-4} s^{-1}、$N^2=5.625\times10^{-7}$ s^{-2}，$Ri=6.25$ 计算出的谱点分布。由图 4 可见，这时计算出的 149 个谱点已不能明显地分为三段，而是连成一线，按上节给出的公式，可知各计算谱点与波动性质的关系如表 2。

表 2　二支波连续频率谱重叠时计算谱点数与波动性质的关系

计算谱点数	1、149	2～41	42～59	60～90	91～108	109～148
波动性质	分别对应两支重力惯性波的离散谱点	逆基流传播的重力惯性波的连续谱	逆基流传播的重力惯性波的连续谱与涡旋波连续谱重叠的谱区	涡旋波的连续谱	顺基流传播的重力惯性波的连续谱与涡旋波连续谱重叠的谱区	顺基流传播的重力惯性波的连续谱

由于出现了连续频率谱的重叠，使得从频率上已不能区分重力惯性波为快波，涡旋波为慢波了，而这时从谱函数上是否还能区分，即重叠谱区的谱函数特征是人们关心的问题。

仔细分析重叠谱区每个谱点对应的谱函数可发现，在重叠谱区的第 42、44、46、48、50、52、53、55、57 个谱点对应的结构与第 43、45、47、49、51、54、56、58、59 个谱点对应的结构不同，前者与重叠谱区外重力惯性波的结构相同，都存在一个重

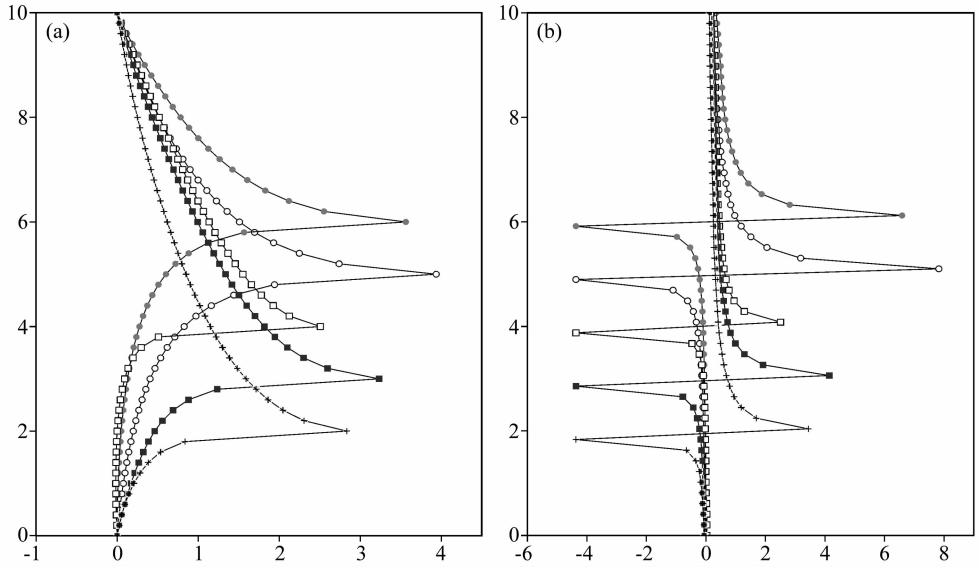

图 2 重力惯性波的谱函数

纵坐标为高度，单位：km，横坐标为特征向量的相对大小

（对应于 10，15，20，25，30 个计算谱点，参数同图 1）

（a）流函数；（b）V 场

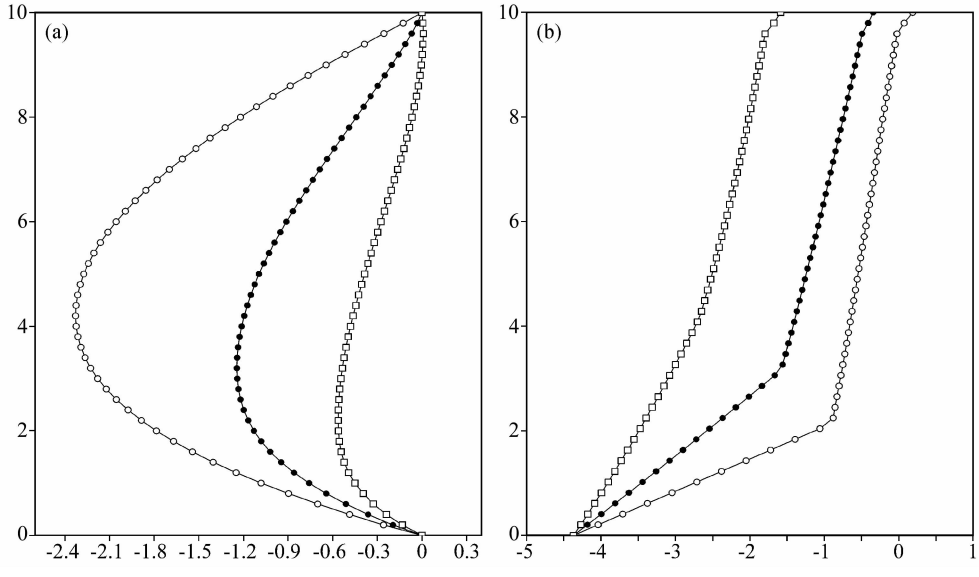

图 3 涡旋波的谱函数（对应于 60，65，70 个计算谱点，说明同图 2）

力惯性波的临界层，且这 9 个谱点与前面 40 个谱点正好组成了重力惯性波的连续频率谱，而后者既与重叠谱区外的重力惯性波结构不同，也与重叠谱区外的涡旋波的结构不同，在其谱函数上存在两个临界层，一个对应的是逆基流传播的重力惯性波的，一个对应的是涡旋波的。同样，在顺基流传播的重力惯性波和涡旋波的连续谱重叠区也存在这样两类谱函数，第 93、95、97、98、100、102、104、106、108 九个谱点其谱

函数与 108 至 148 这 40 个谱点组成顺传重力惯性波的连续谱，而重叠谱区的其他谱点也存在两个临界层。图 5 给出了重叠谱区的流函数和 V 场的结构。图 5a、c 对应的谱点数为 42，44，46，48，50，图 5b、d 对应的谱点数为 43，45，47，49，51。重叠谱区外的谱函数同纯重力惯性波和涡旋波（图略）。从图 5 可见，在重叠谱区，谱函数可分为两类，一类具有一个重力惯性波的临界层，另一类同时具有重力惯性波和涡旋波的两个临界层，在重叠谱区之外，其结构仍同不重叠时的情景。

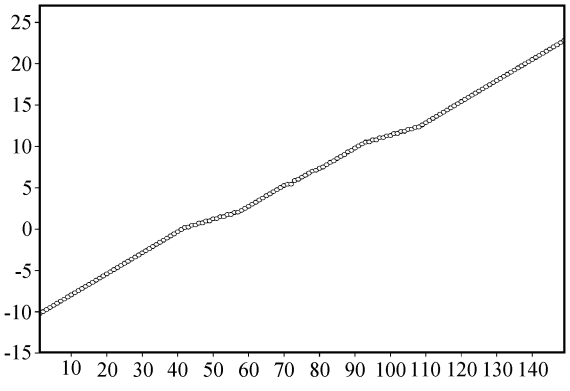

图 4　特征波动计算谱点分布（说明同图 1）
（l=200 km，$\bar{U}_z=1\times10^{-4}$ s^{-1}，$N^2=6.25\times10^{-8}$ s^{-2}）

4.2.2　三支波动频率谱重叠时的谱点分布和谱函数

当风切变大于 6.366×10^{-4} s^{-1}时，对于 200 km 波长的扰动可出现两支重力惯性波和一支涡旋波三支连续频率谱的重叠。若取风切变为 7×10^{-4} s^{-1}，$N^2=3.0625\times10^{-6}$ s^{-2}，$Ri=6.25$ 计算出的 149 个谱点与波动性质的关系表 3。

表 3　三支波连续频率谱重叠时计算谱点数与波动性质的关系

计算谱点数	1、149	2～24	25～69	70～80	89～125	126～148
波动性质	分别对应重力惯性波的一对离散谱点	重力惯性波的连续谱区	逆基流传播的重力惯性波的连续谱与涡旋波连续谱重叠的谱区	一对重力惯性波和涡旋波的三波连续谱的重叠谱区	顺基流传播的重力惯性波的连续谱与涡旋波连续谱重叠的谱区	重力惯性波的连续谱区

图 6 给出了三支波连续频率谱重叠区的谱函数。图 7 为逆传重力惯性波与涡旋波两支波连续频率谱重叠区的谱函数。图 8 是顺传重力惯性波与涡旋波两波连续谱重叠区的谱函数。

对不同的风切变计算后，仔细分析发现，随着风切变的加大，重叠谱的范围增大，在两波重叠谱区其结构总能分成两类，一类具有一个重力惯性波的临界层，一类同时具有重力惯性波和涡旋波的两个临界层。而在三波连续频率谱重叠区，其结构虽然也能分三两类，但与文献［5］的 α 中尺度的情况不同，在那里一类谱函数具有逆传重力惯性波的一个临界层；另一类具有顺传重力惯性波的一个临界层；第三类同时具有三个临界层，其分别对应的是逆传、顺传重力惯性波和涡旋波的。而对 β 中尺度扰动，三波重叠区的三类谱函数的结构是，一类具有一个临界层，对应的是逆传重力惯性波的；另一类具有三个临界层，对应的是逆传重力惯性波和顺传重力惯性波的和涡旋波的，但重力惯性波临界层处的振幅比涡旋波的要大；第三类也具有三个临界层，但与第二类明显不同的是涡旋波临界层处的振幅比重力波的大。

文献［5］曾指出，对于较大的 α 中尺度的扰动，虽然重力惯性波和涡旋波的频率谱可以发生重叠，从频率谱分布上已不能区分重力惯性波为快波，涡旋波为慢波了，但从谱函数的结构上还是可区分的，只是随着连续谱的重叠，重力惯性波的结构没有

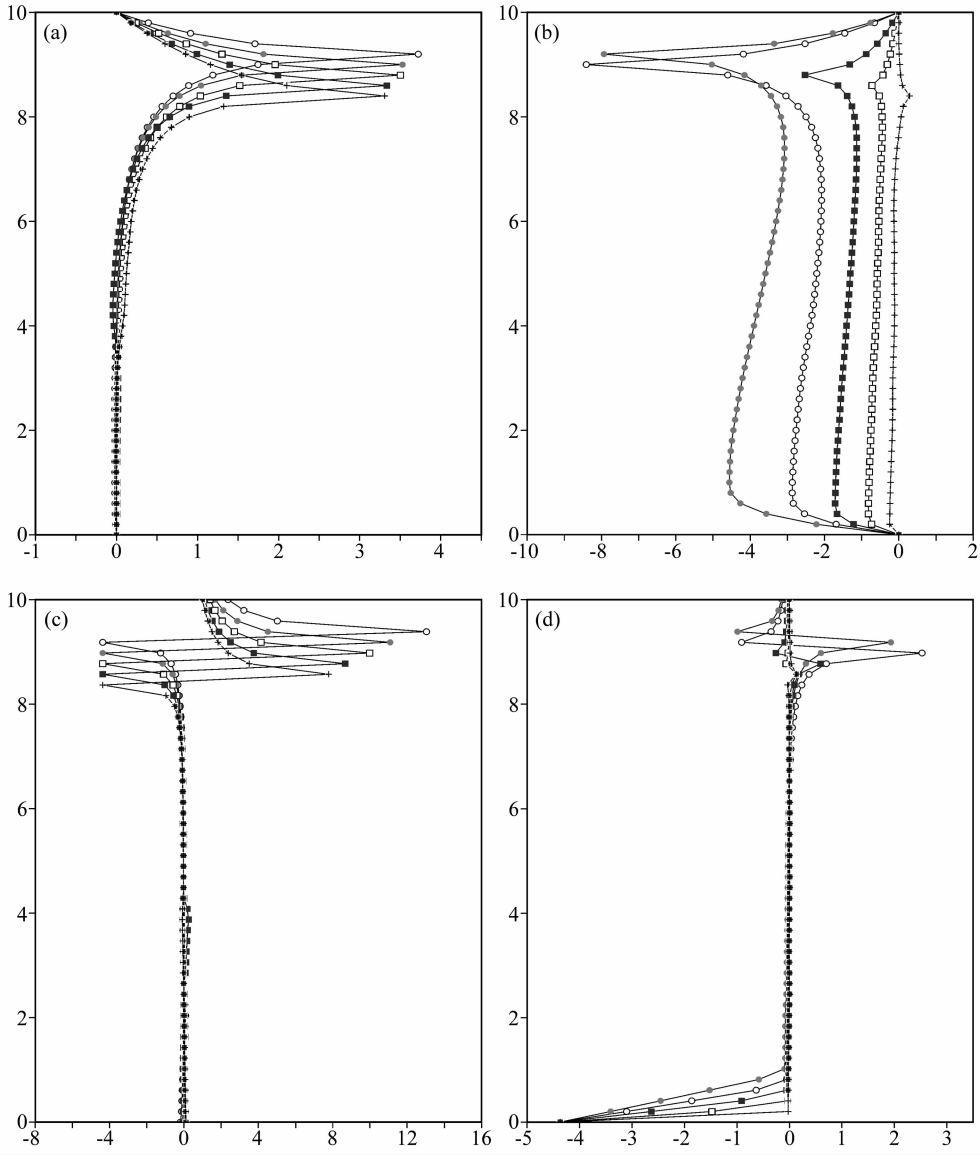

图5 重叠谱区的谱函数（说明同图2）

（a）、（b）流函数；（c）、（d）V场；

（a）、（c）的计算谱点数为：42，44，46，48，50；（b）、（d）的计算谱点数为：43，45，47，49，51

发生变化，而涡旋波的连续谱却是由一个临界层和两个（或三个）临界层的不同模态组成。对于较大的β中尺度扰动，从以上的计算结果看，在三波连续频率谱重叠区，如果将重力惯性波临界层处的振幅比较大的模态归为重力惯性波，涡旋波临界层处的振幅比较大的模态归为涡旋波，那么此时谱函数发生变化的不仅是涡旋波，还有顺基流传播的重力惯性波，即此时的涡旋波和顺基流传播的重力惯性波与经典的涡旋波和重力惯性波已不同，这时的涡旋波也有重力惯性波的特征，而顺基流传播的重力惯性波也有了涡旋波的特征。

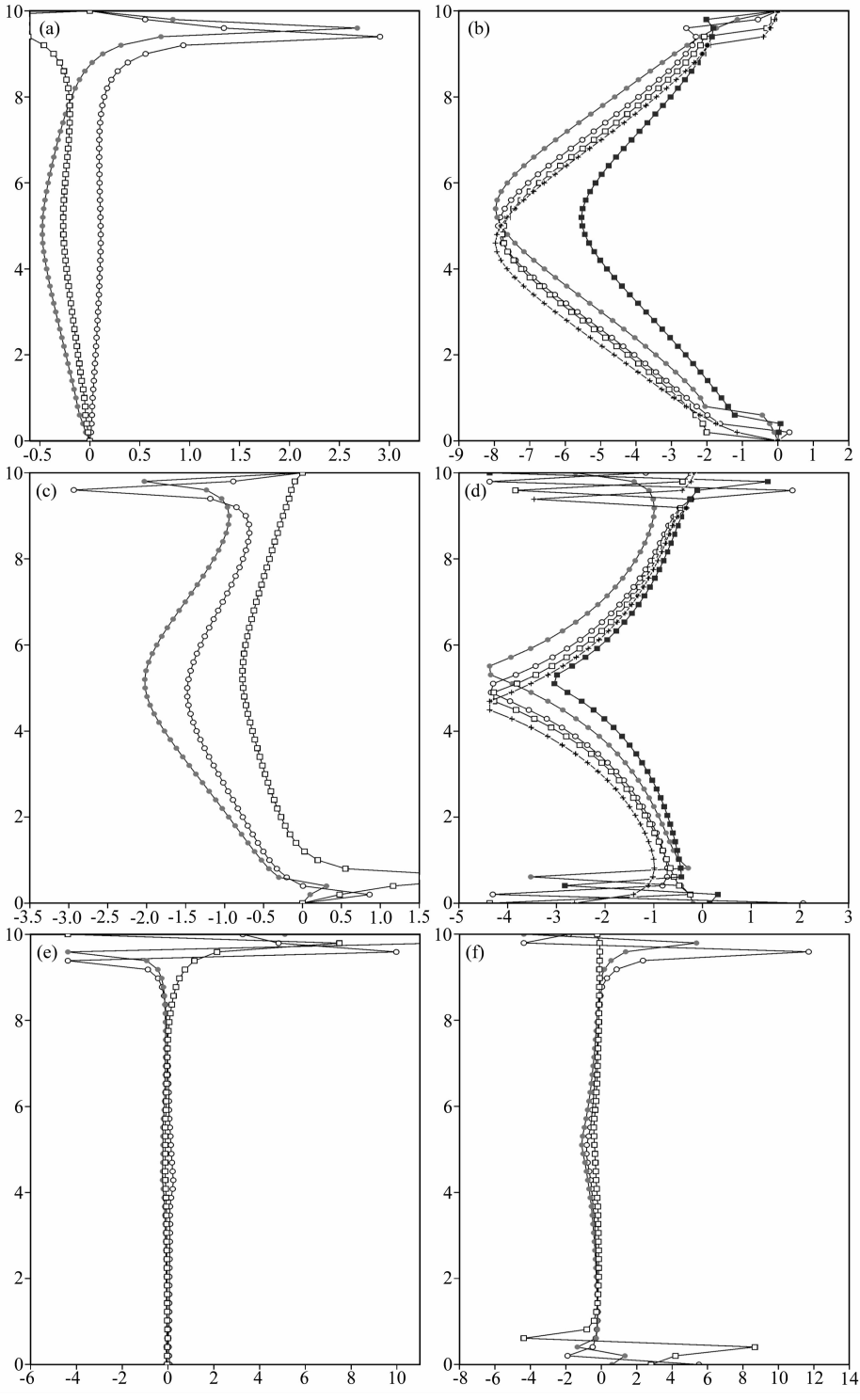

图 6　三波连续谱重叠区的谱函数（说明同图 2）

（a）、（b）、（c）为流函数，图 a 的计算谱点数为：71，73，76，图 b 的计算谱点数为：70，72，75，78，80，图 c 的计算谱点数为：74，77，79；图 d、e、f 为 V 场（计算谱点数分别同 b、a、c）。

$l=200$ km，$U_z=7\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$，$N^2=3.0625\times10^{-8}\,\mathrm{s}^{-2}$

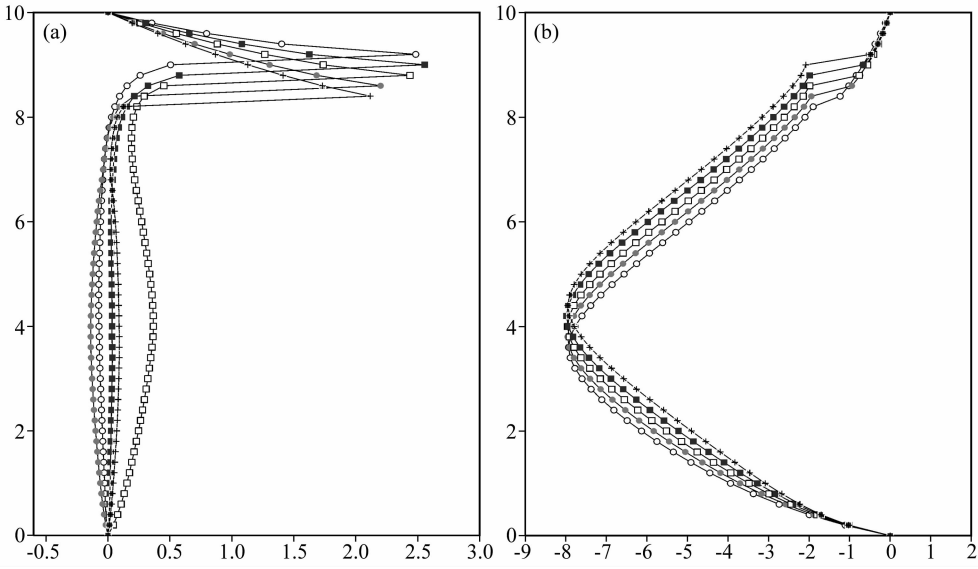

图7 逆传重力惯性拨与涡旋波两波连续谱重叠区的流函数（参数同图6）
（a）计算谱点数为61，63，65，67，69；（b）计算谱点数为60，62，64，66，68

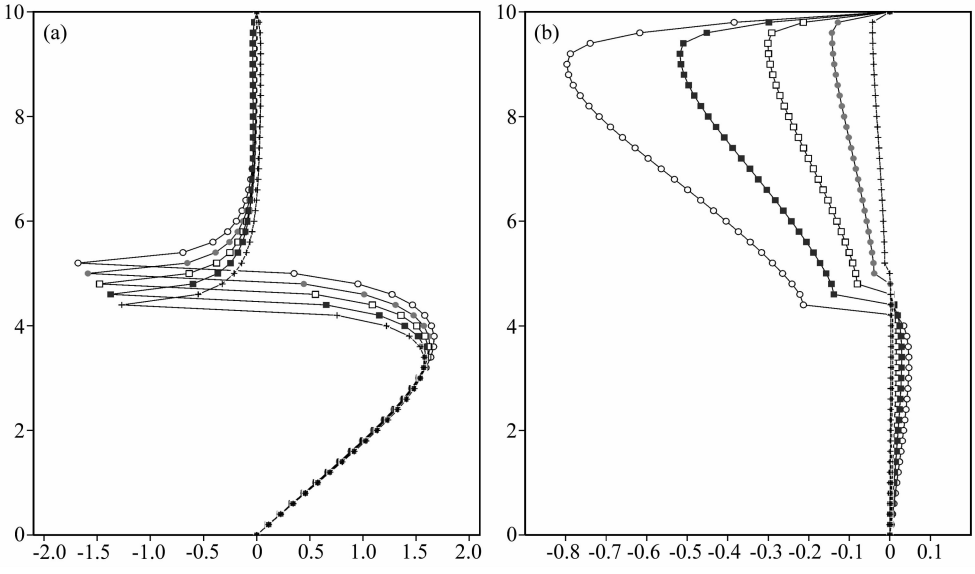

图8 顺传重力惯性拨与涡旋波两波连续谱重叠区的流函数（参数同图6）
（a）计算谱点数为125，123，121，119，117；（b）计算谱点数为124，122，120，118，116

5 结语

本文在文献［4，5］的基础上进一步讨论了β中尺度扰动的波谱特征，得到如下主要结论：

（1）基流存在切变时，对横波型或斜交型的β中尺度扰动，无论是重力惯性波还

是涡旋波，其频率谱都存在连续谱。

（2）随着风切变的增大，连续的频率谱可发生重叠，可表现为两支连续谱的重叠或三支连续谱的重叠。

（3）连续谱是否发生重叠与纬度、波动的水平尺度和风切变有关。

（4）在两波连续谱的重叠谱区，谱函数可分为两类；在三波连续谱的重叠谱区，虽然谱函数仍可分为三类，但这三类的结构与 α 中尺度的不同，而分别是具有一个临界层和三个临界层。具有三个临界层的谱函数又分为两类。

本文只是在线性风切变下，讨论了 β 中尺度扰动的波谱特征，且只是对 β 中尺度的高端波长为 200 km 的扰动进行了计算，对于更小尺度的扰动和更广泛的情况还没有进行研究。这也启发我们联想到此时是否类似于热带地区，存在重力惯性波和涡旋波的混合波，热带地区大气运动是非地转的，由于 β 的作用存在混合波，而对 β 中尺度波动，在风随高度呈线性变化时，较大的垂直风切变，会使 Ro 数很大，使波动是高度非地转的，那么在风切变的作用下，随着扰动尺度的进一步减小或垂直风切变的进一步增大，中纬度地区是否也存在混合波？这时中尺度不稳定的性质如何？这是人们最关心的问题，但随着尺度的减小或垂直风切变的增大，重力惯性波和涡旋波临界层的距离减小（$\nabla z = f/k\bar{u}_1$，参见文献［5］），这样在数值计算中必须增加垂直分辨率，而垂直分辨率的增加又会造成矩阵的病态，影响计算精度，故对此问题的进一步研究，还是有一定的困难的。尽管如此，为揭示中尺度天气的发生发展机制，了解中尺度不稳定的性质，进一步对其波谱特征进行研究是非常必要的。

参　考　文　献

1　曾庆存，强迫基流上 Rossby 波包的结构和演变，中国科学（B 辑），1985，No. 4，377～385.

2　曾庆存、李荣凤、张铭，旋转二维可压缩流动的谱和特征函数 I：谱点分析，大气科学，1990，**14**（2），129～42.

3　曾庆存、李荣凤、张铭，旋转二维可压缩流动的谱和特征函数 II：谱和谱函数结构的分析，大气科学，1991，**15**（1），1～15.

4　张立凤、张铭，斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 I：谱点分布，气象学报，1999，**57**（5），571～580.

5　张立凤、张铭，斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 II：谱函数，气象学报，2001，**59**（2），143～156.

6　张立凤、王丽琼、张铭，垂直切变基流中非地转涡旋波的不稳定，大气科学，2001，**25**（3），391～400.

7　冯康，数值计算方法，北京：国防工业出版社，1978，39～465.

Characteristic Wave of Meso-β Scale Disturbance in Shear Basic Flow

Zhang Lifeng, and Shi Lianjun

(*Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing* 211101)

Abstract The characteristic wave of meso-β scale disturbance is discussed using the means of numerical calculation by Bussinesq equations. The results show that the characteristic of wave spectrum of meso-β scale waves is related to basic field. When having vertical shear in basic flow, a pair of gravitational inertial waves and a branch vortex wave all exist continuous spectrum. The continuous spectrums occur to overlap with the increase of wind shear. The spectral functions also change in the overlap spectrum area, namely the disturbance structure change. It is different from the characteristic wave of meso-α scale disturbance.

Key words: meso-β scale disturbance; characteristic wave; continuous spectrum