

# 21 层大气环流模式 IAP AGCM-III 的设计及气候数值模拟\*

## I. 动力框架

左瑞亭<sup>1)</sup>\*\* 张 铭<sup>1)</sup>\*\* 张东凌<sup>2)</sup>  
王爱慧<sup>2)</sup> 曾庆存<sup>2)</sup>

1) (解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

2) (中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

**摘 要** 设计了 IAP (Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences) AGCM-III, 对其动力框架作说明和检验, 时间积分采用改进的非线性迭代法。用 Rossby-Haurwitz 波对框架进行了波型检验、能量检验和波速检验。结果表明, 非线性迭代 3 次的时间积分方案具有较好的稳定性, 能够有效地抑制短波, 同时对长波的歪曲较小, 且时间积分步长可放得较大; 该框架能够较长时间地保持 Rossby-Haurwitz 4 波波型, 在积分过程中能够较高精度地保持总有效能量守恒; 模式计算的 Rossby-Haurwitz 波速为每天西传 15 个经度, 这与理论值很接近。

**关键词:** 大气环流模式; 动力框架; 非线性迭代时间积分方案

**文章编号** 1006-9895 (2004) 05-0659-16 **中图分类号** P435 **文献标识码** A

## 1 引言

发展高分辨率的数值模式, 对大气环流的准确描述和预报具有重要意义, 也是目前世界各国普遍关注的问题。截至目前, 参加 AMIP II (Atmospheric Model Intercomparison Project II) 的各种大气环流模式 (AGCM) 共有 35 个, 基本上也代表了现阶段各国数值模式的最高水平。就格点模式而论, 加拿大数值预报研究中心的 RPN GEM 水平分辨率  $2^\circ \times 2^\circ$  为最高, 美国戈达德空间飞行中心 (Goddard Space Flight Center) 的 GSFC GEOS-2 垂直分层多达 70 层。尤其值得一提的是, 日本最近将要研制 1~5 km 网格的全球非静力大气环流模式, 并构建了地球模拟巨型计算机 (Earth Simulator) 作为模式设计、运行的硬件保证, 该巨型机有 5120 个高性能处理器, 单处理器速度为每秒  $8 \times 10^9$  次, 总体峰值可达每秒  $40 \times 10^{12}$  次<sup>①</sup>。我国现有的格点模式 IAP AGCM-II 只有 9 层, 且其水平分辨率仅为  $5^\circ \times 4^\circ$ , 亟需提高水平和垂直分辨率<sup>[1,2]</sup>。虽

2003-06-04 收到, 2003-11-26 收到修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目 40233027 和国家重点基础研究发展规划项目 G1998040900 共同资助

\*\* 中国科学院大气物理研究所国际气候与环境科学中心访问研究学者

① Kimasa Sumi A., Model Development by Using the Earth Simulator, Second International Symposium on Physico-Mathematical Problems Related to Climate Modeling and Prediction, Shanghai, China, 2002.

然这主要是由于我国计算条件的限制,但现今已有很大改观,如国内的 ICCES (International Center for Climate and Environment Sciences)/IAP (Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences) 和 LASG (State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics) /IAP 对 AGCM 的发展均有很大贡献,本文的工作也正是 ICCES 的一部分。LASG 对 AGCM 的贡献在差分格式方面较多,如显式完全平方守恒等,同时也致力于高分辨率模式的发展,但截止到本模式 10 个模式年试运行完毕,尚未见其新模式的公开发布。

分辨率的限制,必然会影响对大气环流细节的刻画和描写能力,如影响到对流层顶逆温和行星边界层要素垂直输送等物理特征的计算,从而影响模拟和预报的质量。IAP AGCM-II 在两极的误差较大<sup>[3]</sup>,在对广义季风系统的模拟上,高层季风的模拟效果也差些,这些可能主要受限于模式的分辨率较粗<sup>[3]</sup>。由于水平分辨率较粗,非洲撒哈拉沙漠西南到刚果盆地的热带雨林气候也模拟得不太好,那里的降水气候模拟也较差,模拟的雨带特征与真实观测值相比也有较大的差异;模拟的赤道东太平洋地区雨带也太宽。

本工作所做的模式设计主要在于改进水平和垂直分辨率,但由于物理过程和垂直分辨率要协调,因此,在改进 IAP AGCM-II 分辨率的同时也要调整物理过程。这模式就称为 IAP AGCM-III,它是在曾庆存领导下设计的,明显不同于 9 层模式的主要之处有分辨率明显提高,尤其是垂直分辨率;时间积分方案采用了改进的非线性迭代法;物理过程进行了重新协调,如垂直扩散的强度分布、积云对流的触发条件、模式滤波等,详细情况请参阅文献 [4]。截至目前,IAP 大气环流格点模式的发展情况如表 1 所示。

表 1 IAP 大气环流模式系列

模式名称	分辨率	主要完成人	初版完成时间
IAP AGCM-I	$5^{\circ} \times 4^{\circ} \times 2L$	曾庆存、袁重光、张学洪、梁信忠、卢咸池、包宁	1986 年
IAP AGCM-II	$5^{\circ} \times 4^{\circ} \times 9L$	梁信忠、毕训强、张学洪、曾庆存、林朝晖	1990 年 10 月
IAP AGCM-III	$2.5^{\circ} \times 2^{\circ} \times 21L$	曾庆存、左瑞亭、张 铭、张东凌、王爱慧	2002 年 12 月

为了以后改进版本时书写方便,我们这里把这个初出的模式称为 IAP AGCM-III·0 (初版)。考虑到模式动力框架的设计和检验是模式全面设计的第一步,框架计算必须保证不能引入虚假的源、汇作用,保证差分离散的大气方程具有真实大气的整体性质。作为气候模式,框架要有长期稳定积分的能力。IAP 大气环流模式的框架都如此,且还具有许多特色,例如引入了模式标准大气,将热力学变量都代以其偏差量进行计算,这有效地减小了大地形附近计算气压梯度力的截断误差等;框架还采用了一套保持总有效能量守恒的变量替换 (IAP 变换) 和“可容许替代”,使得差分模式框架没有引入任何虚假的源汇,并能长时间稳定积分等等<sup>[5~7]</sup>。为此,IAP AGCM-III·0 的框架仍将继续沿用这些技术。

在大气环流模式中,时间积分方案也是非常重要的一个技术环节,它不仅决定模式的计算稳定性,还会影响模式对各种波速的描述,以及影响模式的预报结果。时间积分方案在谱模式中多采用隐式或半隐式格式,而在格点模式中,蛙跃格式则用得较多,以前的 IAP 模式版本也都采用该格式 (尽管曾庆存一直建议采用半隐式或隐式格

式, 而且早在 20 世纪 60 年代至 80 年代就提出了非线性解法<sup>[8]</sup>)。蛙跃格式似乎有较好的计算精度, 但有计算解、振幅位相每一时间步存在 180° 的交替变化, 且计算波速与物理波速反向<sup>[9]</sup>, 这又会影响到计算的稳定性和精度, 故对其必须配以时间滤波处理以作补救。今在 IAP AGCM-III·0 的动力框架中, 我们使用了曾庆存<sup>①</sup>设计的非线性迭代时间积分方案。

## 2 模式动力框架

### 2.1 微分形式的模式方程

IAP AGCM-III 大气环流模式仍采用原始方程组, 垂直坐标采用  $\sigma$  坐标:

$$\sigma = \frac{p - p_t}{p_{es}}, \quad p_{es} = p_s - p_t, \quad (1)$$

作 IAP 变换, 引入变量

$$P \equiv \sqrt{p_{es}}, \quad V \equiv Pv, \quad U \equiv Pu, \quad W \equiv P\dot{\sigma}, \quad \Phi = \frac{1}{C_0}PRT'. \quad (2)$$

略去推导过程, 模式动力框架的基本方程组<sup>[6]</sup>可写为

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(V) - P_\theta^{(1)} - P_\theta^{(2)} + f^*U + PF_\theta, \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(U) - P_\lambda^{(1)} - P_\lambda^{(2)} - f^*V + PF_\lambda, \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(\Phi) + \frac{S}{\sigma P} \left( C_0 + \delta \frac{\kappa \Phi}{P} \right) (\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) + \frac{RP}{C_0} F_T + \frac{\kappa P}{C_0} \dot{H}, \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial p_{es}}{\partial t} = - D(p) - \frac{\partial PW}{\partial \sigma}, \quad (3-4)$$

$$p = \sigma P^2 + p_T, \quad S = \sigma \frac{P^2}{p}, \quad (3-5)$$

其中, 各种算子请参阅文献 [7]。垂直方向上运动学边界条件可写为

$$W|_{\sigma=0,1} = 0, \quad (4)$$

地表位势高度偏差满足的几何边界条件为

$$\varphi'|_{\sigma=1} = \frac{R\tilde{T}_s}{\tilde{P}_s} P_s', \quad (5)$$

其中

$$\tilde{T}_s \equiv \tilde{T}(P_s), \quad P_s' \equiv P_s - \tilde{P}_s, \quad (6)$$

$P_s'$  为地面气压相对于标准状态的偏差。

从上述动力框架中略去源、汇及耗散项, 则可推出自由大气方程组具有下列大气运动整体性质:

- (1) 总质量守恒

① 该方案为首次使用, 尚未发表。

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi D(P) a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda \, d\sigma = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi p_{es} a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda = 0. \quad (7)$$

(2) 平流项二次守恒

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi FL_m(F) a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda \, d\sigma = 0 \quad (F = U, V, \Phi; m = 1, 2, 3). \quad (8)$$

(3) 能量守恒关系

表面位能产生的关系式为

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ -UP_\lambda^{(1)} - VP_\theta' + \Phi \frac{C_0 S}{P\sigma} \Omega^{(1)} \right] a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda \, d\sigma \\ &= - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{RT_s}{P_s} \frac{1}{2} (p_{es}')^2 a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda. \end{aligned} \quad (9)$$

部分动能和有效位能转换项满足:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ -UP_\lambda^{(2)} + \Phi \frac{C_0 S}{P\sigma} \Omega_\lambda^{(2)} \right] a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda = 0, \quad (10)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ -VP_\theta^{(2)} + \Phi \frac{C_0 S}{P\sigma} \Omega_\theta^{(2)} \right] a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda = 0. \quad (11)$$

基于 (7) ~ (11) 式, 作为总动能、总有效位能及表面位能之和的总“有效能量”可以写为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + \Phi^2) d\sigma + \frac{RT_s}{p_s} \frac{1}{2} (p_{es}')^2 \right] a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\lambda \\ &= \delta \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\kappa S \Phi^2}{P^2 \sigma} (\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\sigma. \end{aligned} \quad (12)$$

特别应指出的是, 上述方程右端项在标准层结近似下 ( $\delta=0$ ) 会消失。这样一来, 就有总有效能量守恒, 对大尺度运动而言, 这条性质比总能量守恒更有意义。此外, 从相对误差角度而言, 标准层结近似引入的误差是很小的<sup>[5,10]</sup>。上述性质表明, 微分形式的模式方程中没有引入任何虚假的“源”和“汇”。

## 2.2 差分形式的模式动力框架

借鉴加拿大气候中心的模式, IAP AGCM-III 在垂直方向上不等距分为 21 层, 模式界面层  $\sigma$  分别为 0.000、0.010、0.045、0.090、0.140、0.190、0.245、0.304、0.366、0.430、0.494、0.558、0.622、0.684、0.744、0.800、0.850、0.894、0.932、0.964、0.990、1.000。垂直变量配置见图 1a, 所有预报量诸如  $U$ 、 $V$ 、 $\Phi$  和  $Q$  均放在整数层 (模式层) 上, 而诊断量  $W$  和  $\varphi'$  等放在半数层 (界面层) 上。水平方向采用均匀经纬度网格, 水平格距为经向  $\Delta\theta=2^\circ$ , 纬向  $\Delta\lambda=2.5^\circ$ , 水平变量配置采用 IAP AGCM-I 和 II 的配置, 具体配置见图 1b。

由上述可写出不包括源、汇项及水汽方程的差分形式框架方程组, 有以下形式:

$$\left[ \frac{\partial U}{\partial t} \right]_{i-\frac{1}{2}, j, k} = \left[ - \sum_{m=1}^3 L_m(U) - P_\lambda^{(1)} - P_\lambda^{(2)} - f^* V \right]_{i-\frac{1}{2}, j, k}, \quad (13-1)$$

$$\left[ \frac{\partial V}{\partial t} \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k} = \left[ - \sum_{m=1}^3 L_m(V) - P_\theta^{(1)} - P_\theta^{(2)} - f^* U \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k}, \quad (13-2)$$

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{i, j, k} = \left[ - \sum_{m=1}^3 L_m(\Phi) + \frac{S}{\sigma P} \left[ C_0 + \left( \kappa - \frac{1}{C_0} \frac{dC_0}{d \ln p} \right) \frac{\Phi}{P} \right] (\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) \right]_{i, j, k}, \quad (13-3)$$

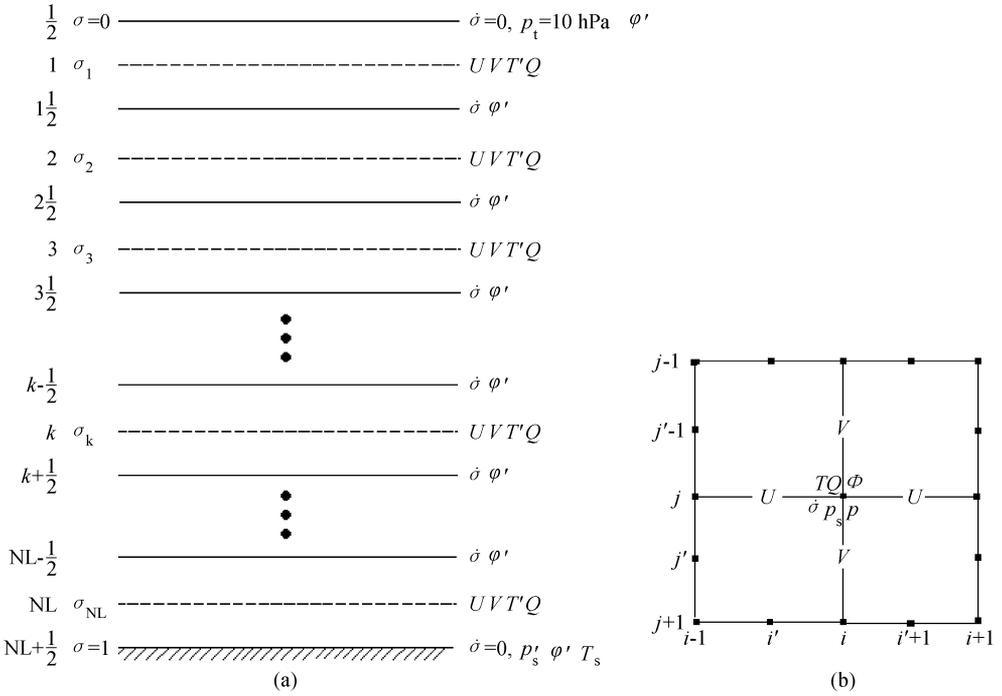


图 1 模式变量配置关系: (a) 垂直方向; (b) 水平方向

$$\left[ \frac{\partial p_{es}}{\partial t} \right]_{i,j} = - \left[ D(P) + \frac{1}{\Delta\sigma} \delta_\sigma(PW) \right]_{i,j,k} \quad (13-4)$$

$$\frac{1}{\Delta\sigma} \delta_\sigma \phi' = P_{i,j} \left[ \frac{C_0 \Phi}{p} \right]_{i,j,k} \quad (13-5)$$

各差分算子请参阅文献 [1, 7]。类似于微分方程, 差分形式的模式方程亦有如下性质<sup>[8]</sup>:

(1) 总质量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J [p_{es}]_{i,j} a^2 \epsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda = 0, \quad (14)$$

其中,

$$\epsilon_j = \begin{cases} \sin\theta_j, & j \in [2, J-1], \\ \frac{1}{4} \sin \frac{\Delta\theta}{2}, & j = 1, J. \end{cases} \quad (15)$$

(2) 平流项二次守恒

$$\sum_{i=1}^I [FL_1(F)]_i a \Delta\lambda = 0, \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I [FL_2(F)]_j a \Delta\theta = 0, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^I [FL_3(F)]_k \Delta\sigma = 0, \quad (18)$$

$i', j'$  的取值由相应变量  $F = (\Phi, U, V)$  决定。

(3) 科里奥利力做功为零

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^{J-1} [(f^* V) U]_{i-\frac{1}{2},j,k} a^2 \varepsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda - \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^{J-1} [(f^* U) V]_{i,j+\frac{1}{2},k} a^2 \varepsilon_{j+\frac{1}{2}} \Delta\theta \Delta\lambda = 0. \quad (19)$$

(4) 总有效能量守恒

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^{J-1} \left( \frac{1}{2} U^2 \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} a^2 \varepsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda \Delta\sigma + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^{J-1} \left( \frac{1}{2} V^2 \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} a^2 \varepsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda \Delta\sigma \right. \\ & \quad \left. + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^J \left( \frac{1}{2} \Phi^2 \right)_{i,j,k} a^2 \varepsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda \Delta\sigma + \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^J \left[ \frac{RT_s}{\bar{p}_s} \frac{1}{2} (p_{cs}')^2 \right]_{i,j} a^2 \varepsilon_j \Delta\theta \Delta\lambda \right\} \\ & = \delta \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \frac{\Phi}{P} \left( \kappa - \frac{1}{C_0} \frac{dC_0}{d \ln p} \right) (\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) \right]_{i,j,k} a^2 \sin\theta \Delta\theta \Delta\lambda \Delta\sigma, \quad (20) \end{aligned}$$

上式花括号中第一项与第二项之和为动能  $E_k$ , 第三项为有效位能  $E_e$ , 第四项为有效表面位能  $E_s$ , 该四项之和则为总净能量  $E_{\text{net}}$ . 上式表明在标准层结近似下 ( $\delta=0$ ), 差分形式的模式方程也有总有效能量守恒, 此时也没有引入任何虚假的“源”和“汇”。

### 2.3 时间积分方案

模式的时间积分方案采用曾庆存<sup>①</sup>建议的改进非线性迭代时间积分方案, 迭代次数取 3, 由于时间步长可适当放长, 计算量不比蛙跃格式大。对于 21 层且水平分辨率为  $2.5^\circ \times 2^\circ$ , 模式的时间积分步长仍可取为 6 分钟。

### 2.4 模式滤波

为了避免由于纬向空间步长向极辐合而必须采用较小时间步长的限制, 我们不得不在计算每个预报量的时间倾向每步的第一个向前积分前都要用纬向平滑算子进行处理。此外, 均匀经纬网格在极区的计算稳定性条件要求滤去高纬度沿纬圈的短波, 为减少混淆误差, 中、低纬度的两倍格距波也应被滤除。本模式将要采用的平滑算子是 Arakawa 和 Lamb<sup>[10]</sup>1977 年滤波“平滑算子”的推广和具体化。南北半球各分成三个纬度带, 对不同纬度采用不同滤波方法。

(1) 当纬度  $|\Phi| > 70^\circ$  时, 采用 Arakawa 滤波器, 此时对临界波长以下的短波进行滤波或衰减振幅, 振幅阻尼因子为

$$S_F(K, j) = \min \left[ 1, \frac{\Delta\lambda \sin\theta_j}{\Delta\theta \sin(\pi K/2)} \right], \quad (21)$$

其中,  $K$  为纬向波长, 临界波数为

$$\tilde{K}_j = \text{int} \left[ \frac{I}{\pi} \arcsin(\Delta\lambda \sin\theta_j / \Delta\theta) \right] + 1, \quad (22)$$

其中,  $\theta = \Phi - 90^\circ$ ,  $j$  是纬向格点, 从北到南依次增加。具体做法是先对场  $F_{i,j}$  作 Fourier 展开, 然后对所有大于临界波数  $\tilde{K}_j$  的谱点数乘以阻尼因子  $S_F(K, j)$ , 再采用逆变换得到滤波的场  $\bar{F}_{i,j}$ 。

(2) 当  $38^\circ \leq |\Phi| \leq 70^\circ$  时, 采用 Fjörtoft 的三点递归算子:

$$F_{i,j}^n = F_{i,j}^{n-1} + r_j [F_{i-1,j}^{n-1} - 2F_{i,j}^{n-1} + F_{i+1,j}^{n-1}], \quad i \in [1, I], \quad n \in [1, N_j], \quad (23)$$

平滑因子  $r_j$  和递归次数  $N_j$  为经验常数。

(3) 当  $|\Phi| < 38^\circ$  时, 采用简单滤波器:

① 该方案为首次使用, 尚未发表。

$$\bar{F}_{i,j} = \begin{cases} F_{i,j} - A_j, & \text{当 } i \text{ 为偶数时;} \\ F_{i,j} + A_j, & \text{当 } i \text{ 为奇数时.} \end{cases} \quad (24)$$

$$A_j = \frac{2}{I} \sum_{i=1}^{\frac{I}{2}-1} (F_{2i,j} - F_{2i+1,j}). \quad (25)$$

上述三种方案构成 IAP21L AGCM 的全球纬向滤波器, 简称 FILTER, 在模式积分的每一步, 对各倾向场均要作一次 FILTER。

### 3 时间积分方案的分析

气候模式首先要求的是长时间计算的稳定性, 为此必须尽可能地减少噪音。本模式时间积分采用改进的非线性迭代方案。该方案首先进行向前积分, 然后再交替进行向后积分 (相当于一个欧拉后差格式) 和半步中央差积分, 一直做到达到所需的精度为止。以方程  $\partial f / \partial t = Af$  为例, 该方案具体操作过程如下:

$$f_{(1)}^{n+1} - f^n = \delta t A (f^n), \quad (26-1)$$

$$f_{(2)}^{n+1} - f^n = \delta t A (f_{(1)}^{n+1}), \quad (26-2)$$

$$f_{(3)}^{n+1} - f^n = \delta t A \left( \frac{f_{(1)}^{n+1} + f^n}{2} \right), \quad (26-3)$$

$$f_{(4)}^{n+1} - f^n = \delta t A (f_{(3)}^{n+1}), \quad (26-4)$$

$$f_{(5)}^{n+1} - f^n = \delta t A \left( \frac{f_{(4)}^{n+1} + f^n}{2} \right), \quad (26-5)$$

$$f_{(6)}^{n+1} - f^n = \delta t A (f_{(5)}^{n+1}), \quad (26-6)$$

$$f_{(7)}^{n+1} - f^n = \delta t A \left( \frac{f_{(6)}^{n+1} + f^n}{2} \right), \quad (26-7)$$

⋮  
⋮

一直作到  $|f_{2k+1}^{n+1} - f_{2k}^{n+1}| \leq \epsilon$ , 此时则取  $f_{2k+1}^{n+1}$  为最终结果,  $\epsilon$  为预先给定的精度。曾庆存<sup>①</sup>早就证明过, 如果  $A$  是线性算子, 未改进的非线性迭代 (即无偶数下标的“后差”过程) 是迭代收敛的, 但速度较慢, 故加入后差过程。因为引入了可容许替代, 我们这里的算子在每一步事实上就是线性型的。

下面以一维平流方程为例进行分析,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad (27)$$

其中,  $c > 0$  为一常数。空间差分取 2 阶中央差, 时间差分取上述迭代方案, 整理后有

$$f_{(j)}^{n+1} = f^n + \sum_{k=1}^j \left( \frac{(-\mu)^k}{2^{\lceil \frac{k-\text{mod}(j+1,2)}{2} \rceil}} \frac{1}{2^k} \nabla^{(k)} f^n \right), \quad (28)$$

其中,  $\mu = c\delta t/d$  反映了时间步长的特征,  $d$  为水平差分格距,  $\text{mod}(a, b)$  表示  $a$  对  $b$  的取余运算,  $[a]$  表示对浮点数  $a$  的取整运算,  $\nabla^{(k)} f^n$  表示  $f^n$  的  $k$  阶空间中央差分的分

① 该方案为首次使用, 尚未发表。

子部分。以  $f_i^n$  表示  $n\delta t$  时刻变量  $f$  在  $x=id$  处的值, 则对迭代次数  $\gamma=2, 3, 4, 5$  时, 分别有

$$f_{(2)}^{n+1} = f^n - \frac{\mu}{2}(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{\mu^2}{4}(f_{i+2}^n - 2f_i^n + f_{i-2}^n), \quad (29-1)$$

$$f_{(3)}^{n+1} = f_i^n - \frac{\mu}{2}(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{\mu^2}{2 \times 2^2}(f_{i+2}^n - 2f_i^n + f_{i-2}^n) - \frac{\mu^3}{2 \times 2^3}(f_{i+3}^n - 3f_{i+1}^n + 3f_{i-1}^n - f_{i-3}^n), \quad (29-2)$$

$$f_{(4)}^{n+1} = f_i^n - \frac{\mu}{2}(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{\mu^2}{2^2}(f_{i+2}^n - 2f_i^n + f_{i-2}^n) - \frac{\mu^3}{2 \times 2^3}(f_{i+3}^n - 3f_{i+1}^n + 3f_{i-1}^n - f_{i-3}^n) - \frac{\mu^4}{2 \times 2^4}(f_{i+4}^n - 4f_{i+2}^n + 6f_i^n - 4f_{i-2}^n + f_{i-4}^n), \quad (29-3)$$

$$f_{(5)}^{n+1} = f_i^n - \frac{\mu}{2}(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{\mu^2}{2 \times 2^2}(f_{i+2}^n - 2f_i^n + f_{i-2}^n) - \frac{\mu^3}{2 \times 2^3}(f_{i+3}^n - 3f_{i+1}^n + 3f_{i-1}^n - f_{i-3}^n) - \frac{\mu^4}{2^2 \times 2^4}(f_{i+4}^n - 4f_{i+2}^n + 6f_i^n - 4f_{i-2}^n + f_{i-4}^n) - \frac{\mu^5}{2^2 \times 2^5}(f_{i+5}^n - 5f_{i+3}^n + 10f_{i+1}^n - 10f_{i-1}^n + 5f_{i-3}^n - f_{i-5}^n). \quad (29-4)$$

设简谐波解可以写为

$$f_i^n = A(0)G^n e^{i\frac{2\pi}{p}i}, \quad (30)$$

其中,  $A(0)$  为初始时刻的振幅,  $I = \sqrt{-1}$  和  $p = \lambda/d$  表示波长和格距的倍数比,  $G$  为波幅的放大率。将 (30) 式代入 (29) 式后, 可求得波幅放大率  $G$  的模:

$$|G_2| = [1 - \xi + \xi^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (31-1)$$

$$|G_3| = \left[1 - \frac{3\xi^2}{4} + \frac{\xi^3}{4}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (31-2)$$

$$|G_4| = \left[1 - \xi + \xi^2 - \frac{3\xi^3}{4} + \frac{\xi^4}{4}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (31-3)$$

$$|G_5| = \left[1 - \frac{\xi^2}{4} + \frac{\xi^3}{2} - \frac{3\xi^4}{16} + \frac{\xi^5}{16}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (31-4)$$

这里  $\xi = \mu^2 \sin^2(2\pi/p) \geq 0$ ,  $G$  的下标表示迭代次数。

我们先来对这种迭代的生长率做一分析, 图 2 给出了当迭代次数取 2~5 时,  $|G|$  随  $\xi$  的变化曲线, 其中图 2b 是图 2a 的局部放大, 由图不难得到如下一些结论。

(1) 单纯从稳定性角度考虑, 几种不同迭代次数都是条件稳定的, 其中 3 次迭代的稳定条件最为宽松, 只要  $\xi \leq 3.0$  即可, 对应的时间步长可以放大到  $\delta t \leq \sqrt{3}d/c$ ; 5 次迭代的稳定条件最为苛刻, 要求  $\xi \leq 0.6$ , 即时间步长  $\delta t \leq 0.77459d/c$ ; 其他情况介于两者之间。

(2) 在稳定条件下, 几种格式对波幅都有衰减现象, 由图 2b 可以清楚地看出, 在

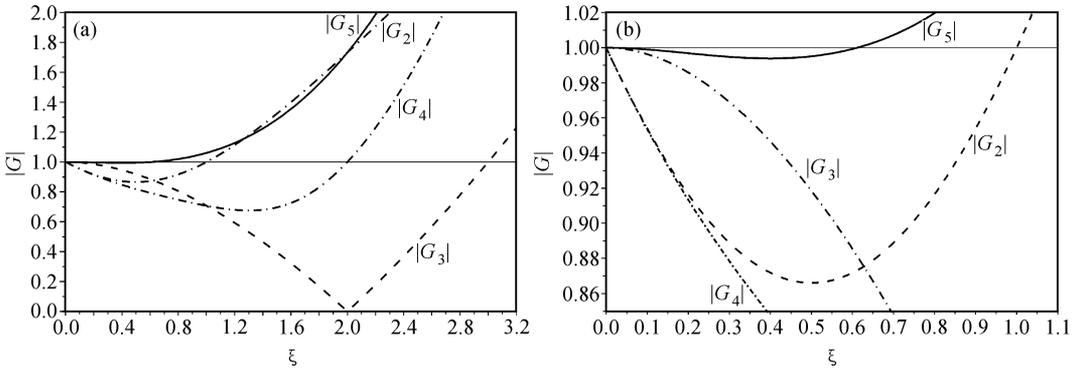


图2 非线性迭代2、3、4、5次时的波幅放大率  
(b)是(a)的局部放大

$\xi$ 不是很大的情况下, 迭代2次和4次对波幅的衰减尤为严重, 迭代3次的情况稍好, 迭代5次的情况最好。

由于  $\xi$  是波长和时间步长的组合量, 上述分析尚不便揭示波幅放大率、波长和时间步长之间更细致的关系, 但仔细分析三者配置关系后 (图略), 发现除有以上两特点外, 在稳定的前提下, 该格式对短波的衰减要明显强于长波, 即该格式具有滤除短波保持长波的性质; 随着时间步长的加大, 迭代3次和5次对长波的维持要好于迭代2次和4次的情形, 而迭代5次对波幅的总体维持非常好,  $|G|$  都在 0.99 以上。

最后还需指出的是, 非线性迭代方案对2倍格距波均不能完全过滤掉 (从能量守恒的要求看, 这也是自然的, 不过在实际应用上, 2倍格距波常是计算紊乱的主要表现, 以滤掉为好), 为此模式中还需要有相应的虽然是可以很弱的滤波处理, 这也是一般时间积分方案所通用的技术<sup>[10]</sup>。

下面我们来研究迭代次数对波速的影响, 有波速比:

$$R = \frac{\bar{c}}{c} = \frac{p\chi}{2\pi\mu}, \tag{32}$$

这里  $\bar{c}$  为计算的波速, 对不同的迭代次数,  $\chi$  分别取值如下:

$$\chi_2 = \arctan\left[\frac{\mu\sin(2\pi/p)}{1 - \mu^2\sin(2\pi/p)}\right], \tag{33-1}$$

$$\chi_3 = \arctan[\mu\sin(2\pi/p)], \tag{33-2}$$

$$\chi_4 = \arctan\left[\frac{\mu\sin(2\pi/p) - \frac{\mu^3}{2}\sin^3(2\pi/p)}{1 - \mu^2\sin^2(2\pi/p) + \frac{\mu^4}{2}\sin^4(2\pi/p)}\right], \tag{33-3}$$

$$\chi_5 = \arctan[\mu\sin(2\pi/p)]. \tag{33-4}$$

在此,  $\chi$  的下标也表示迭代次数。

从几种迭代次数波速比与波长和时间步长的三维配置上 (图略) 发现:

- (1) 该方案对波速均有所歪曲, 一般短波移速偏慢较严重, 长波移速则保持较好。
- (2) 随时间步长的增大, 2次迭代会使波速偏快, 而一旦时间步长超过某一临界值 ( $\mu \approx 1.3$ ), 由短波开始波速会骤然反向传播, 并且这种现象会向长波方向扩张; 4次迭

代之之类似，只是波速并不偏快，而是持续偏慢，出现反向传播的情况不如前者严重；3次和5次迭代则不会出现反向传播，仅是持续偏慢。

(3) 图3还给出当 $\mu=0.9$ 时（这相当于采用较大时间步长），波速比随波长的变化曲线，总体看长波波速歪曲较小，而短波较大，除2次迭代外波速普遍偏慢，4次迭

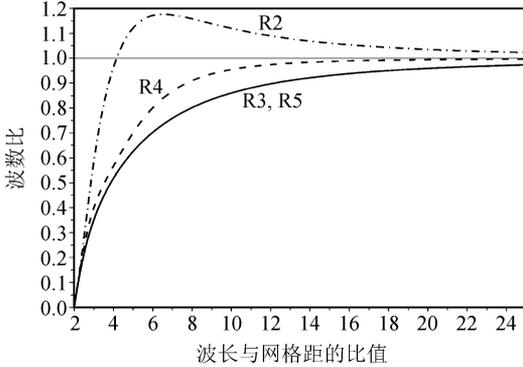


图3 当 $\mu=0.9$ 时几种积分格式的波速比随波长的变化

代的效果要好些；但当时间步长减小时，3次和5次迭代的衰减作用减弱而与4次迭代的效果相差不大。

综合以上分析，本文就选取迭代3次的方案，这是由于从波幅增长率来看该格式能够有效抑制短波，对长波保持较好，且该格式稳定性条件较为宽松，时间步长可放得较大；从波速比来看，迭代3次会使波速偏慢，但波速更依赖于空间差分的精度，因此可以通过提高网格分辨率或改善空间差分格式的精度

得到改善，甚至还可以通过系统订正而得到修正。其实，5次迭代对波幅的维持效果最好，能较为精确地描述各种波段波幅，但代价则是计算机时大大增加（因迭代次数增加和积分步长不能太大之故），所以在计算条件允许时，以选择5次迭代为宜。在IAP AGCM-III大气环流模式的动力框架中设有开关，可根据计算条件灵活选择迭代次数。超过5次的迭代则以繁重的计算量为代价，考虑到目前国内计算条件的限制，我们暂不采用。

## 4 Rossby-Haurwitz 波对框架的检验

下面利用 Rossby-Haurwitz 波（以下简称 RH 波）对模式动力框架进行性能检验。理论上，RH 波只在准地转模式且绝热无摩擦大气中能够以常相速传播而不畸变，但它只是原始方程的一种近似特解，且由于误差的影响，任何模式框架都不可能持久不变地维持 RH4 波的波型。不过，在计算初期，在误差积累不是很严重的情况下，仍不失为较好的检验工具。

本文的 RH 波仍然使用文献 [2, 12] 中的稳定 4 波结构形式：

$$u_k = a\bar{\Omega}_k \sin\theta + aA_k \sin^{m-1}\theta [(m+1)\cos^2\theta - 1] \cos(m\lambda), \quad (34-1)$$

$$\nu_k = maA_k \sin^{m-1}\theta \cos\theta \sin(m\lambda), \quad (34-2)$$

$$T_k' = T_0(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) + T_1(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) \cos(m\lambda) \\ + T_2(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) \cos(2m\lambda), \quad (34-3)$$

$$P_s' = P_0(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) + P_1(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) \cos(m\lambda) \\ + P_2(\theta, \bar{\Omega}_{k\pm 1/2}, A_{k\pm 1/2}) \cos(2m\lambda), \quad (34-4)$$

式中  $T_0$ 、 $T_1$ 、 $T_2$  及  $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$  可由 Phillips 公式计算出，具体可参阅文献 [12]， $m$  为波数取为 4，超旋转角速度  $\bar{\Omega}(\sigma)$  和波幅  $A(\sigma)$  依赖于具体的模式层，体现出弱斜压结构，可按如下计算：

$$\bar{\Omega}(\sigma) = \bar{\Omega}_1 - \bar{\Omega}_0 \left[ \frac{1}{2} - \left( 1 - \cos \frac{\pi}{6} \frac{\sigma - \sigma_*}{1 - \sigma_*} \right) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{6} \right)^{-1} \right], \quad (35)$$

$$A(\sigma) = A_1 - A_0 \left[ \frac{1}{2} - \left( 1 - \cos \frac{\pi}{6} \frac{\sigma - \sigma_*}{1 - \sigma_*} \right) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{6} \right)^{-1} \right], \quad (36)$$

其中,  $\bar{\Omega}_1 = 0.1625 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\bar{\Omega}_0 = 0.0250 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , 而  $A_1 = 0.1075 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $A_0 = 0.0150 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , 中部的参考层高度取为

$$\sigma_* = \sigma_{11\frac{1}{2}} = 0.4940. \quad (37)$$

利用该 21 层弱斜压 RH4 波作为初始场, 用模式的干动力框架积分 365 个模式天。

### 4.1 波型检验

图 4 给出了积分初始和第 150 天的全球 500 hPa 高度场, 可见积分 150 天时, 仍能保持全球 4 波结构, 但波幅强度有所减弱, 波峰和波谷的纬度差从初始的 25 个纬度减小为约 20 个纬度, 最大值由初始的 5750 位势米衰减为 5700 位势米。与之类似, 海平面气压场(图略)能够较好地保持 4 波波型, 但波幅强度衰减了 5 个纬度, 最大值由初始的 1035 hPa, 衰减为 1030 hPa。需要指出的是, 500 hPa 高度场和海平面气压场的

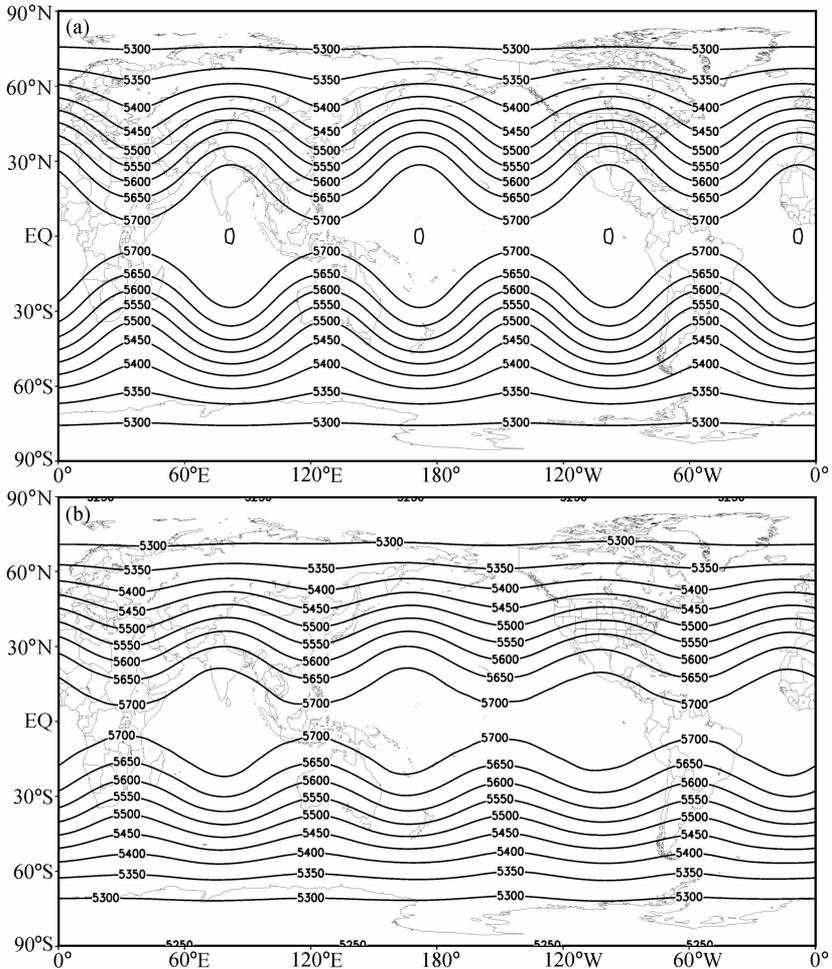


图 4 500 hPa 位势高度场  
(a) 积分初始时刻; (b) 积分 150 天结果

最大值衰减主要发生在积分的前两天,事实上,自积分的第二天起,两者的最大值就被模式分别适应衰减为 5700 位势米和 1030 hPa (图略),以后一直保持该最大值,直到积分的最后一天。

张学洪曾分别对 2 层<sup>[14]</sup>和 9 层<sup>[12]</sup>模式作过类似的检验,发现 2 层模式的地表气压在积分 100 天时仍能维持很好的 4 波波型,9 层模式 500 hPa 高度场的波型能够维持 300 天不变形。相比之下,21 层模式对波型的维持能力仍然很强,这正是 IAP 大气环流模式系列动力框架良好差分性质的体现。

图 5、6 给出了纬向和经向风场的积分情况。与上文类似的分析不再赘述,这里主要指出的是模式对于风场波型的维持效果不如质量场,尤其是纬向风场,在积分的第 120 天时,波型明显破碎,4 波结构开始遭到破坏;经向风场稍好,但波型在积分 120 天时也已经出现明显破碎的痕迹。风场波型的破碎基本上是在积分 110 天时开始的,此前模式一直能较好地保持其初始波型,无论强度和波幅都比较好(图略)。

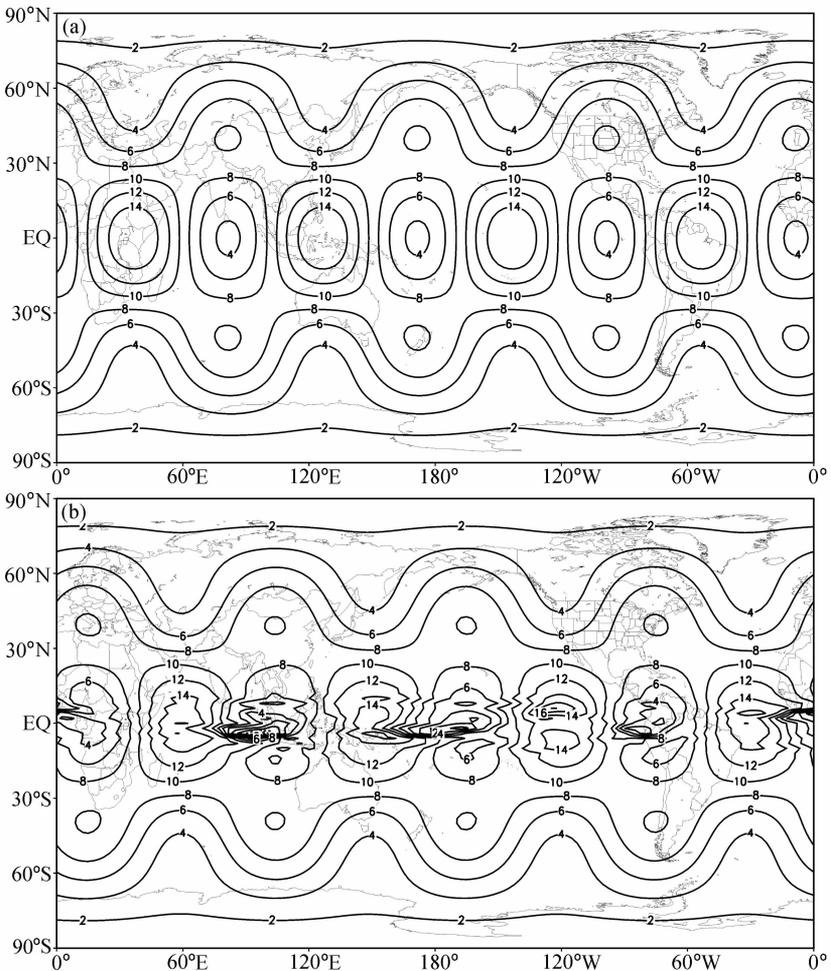


图 5 纬向风场

(a) 积分初始时刻; (b) 积分 120 天结果

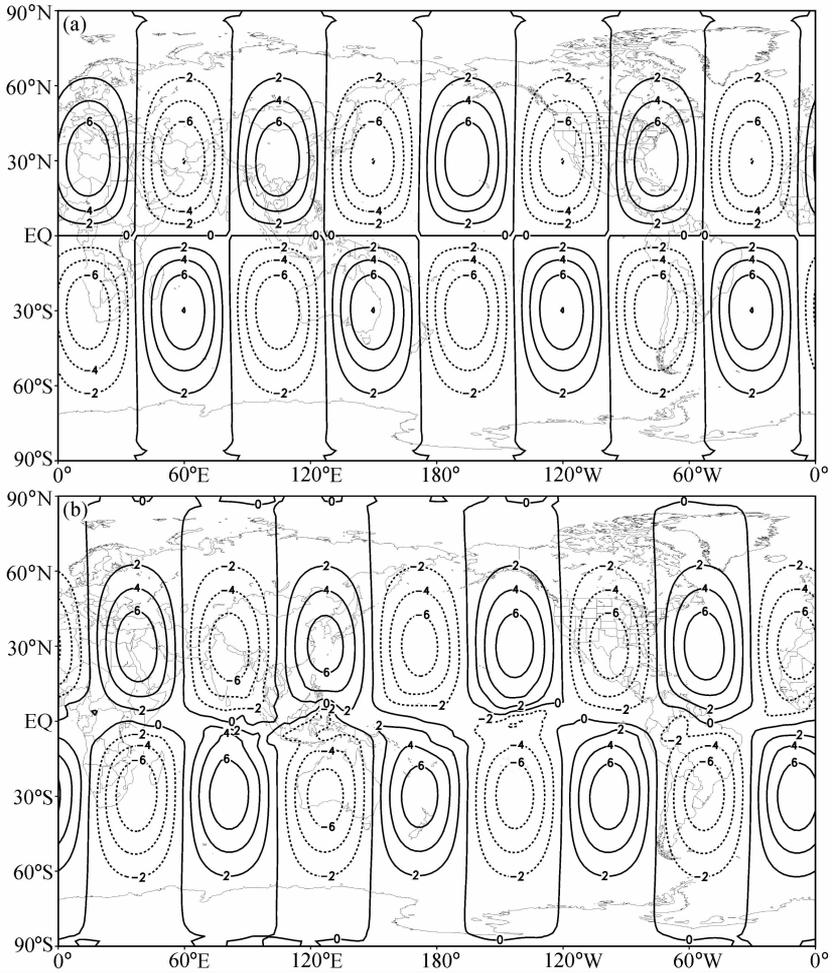


图6 经向风场  
(a) 积分初始时刻; (b) 积分120天结果

综上所述, 从RH波的波型看, 该模式框架对大气的质量场如气压场、位势场的模拟计算能力要好于风场, 尤其是纬向风场; 在模式积分的前110天, 各要素的波型保持得相当完好, 该模式能较真实地描述出RH4波的水平结构特征。但为何质量场和风场发生畸变不同时, 也许是一个有趣的值得研究的问题。

#### 4.2 能量检验

由图7可见, 模式各种能量的转化主要发生在动能和有效位能之间, 而有效表面位能则相对比较稳定, 变化幅度较小, 基本不超过5%。有效位能和有效表面位能总体都随时间增长。与之相反, 作为补偿, 动能随时间衰减, 积分一年动能衰减30%左右。由图7还可见, 前110天中能量的相对变化具有约24天的周期, 且以有效表面位能表现最为明显; 有效位能也有较明显的变化周期, 其位相与有效表面位能有一相差; 动能也有同样的变化周期, 但其位相与有效表面位能相反。

模式积分中还有一个很明显的现象, 积分前110天各种能量变化都较小, 动能衰减不超过2%, 但此后, 能量发生了较大变化, 动能急剧减小, 有效位能急剧增大。注

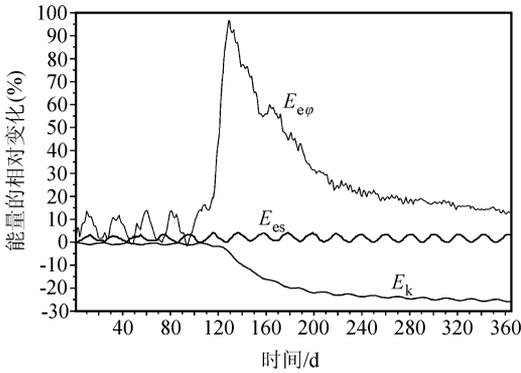


图7 模式各种能量的相对变化

$E_k$ : 动能;  $E_{es}$ : 有效表面位能;  $E_{e\phi}$ : 有效位能

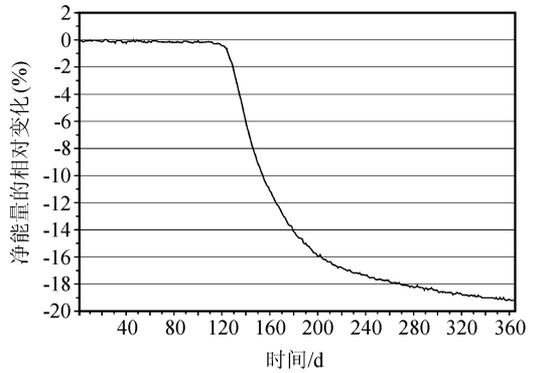


图8 模式总净能量的相对变化

意到前面的分析, 此时风场的4波型开始破碎, 这说明此时有相当一部分能量由于波型的破碎, 即转入短波, 而又被滤波处理而去掉, 所以动能损耗, 且有动能向有效位能和有效表面位能(主要是向前者)的转化(原因尚待探求)。图8给出了总净能量的变化关系。可见积分一年总净能量衰减19%左右, 而前120天最大衰减约0.3%, 最早的IAP2L AGCM, 框架积分100天, 总能量衰减0.2%<sup>[13]</sup>, 这说明直到积分120天时IAP AGCM-III模式的框架较好地保持了总有效能量守恒的性质。

### 4.3 波速分析

图9是位于(40°N, 140°E)处500 hPa位势高度场积分100天的时间变化关系(任取其他的点也有类似的结果)。可以看出, 高度场的变化具有很强的周期性, 基本上每6天传播1/4位相, 约每24天绕行全球一圈, 保持着每天西传15个经度的角速度, 这与每天西传14.5个经度的理论值<sup>[12]</sup>非常接近。IAP 2层模式计算出来的角速度约为每天西传13.7个经度, 9层模式的角速度约为每天西传15.5个经度。此外, 24天绕行全球一圈的周期性, 与前一小节有效表面位能的变化周期大致相同, 大气状态的周期性调整必然导致能量的周期性变化, 从这方面看, 该模式框架对各变量的计算

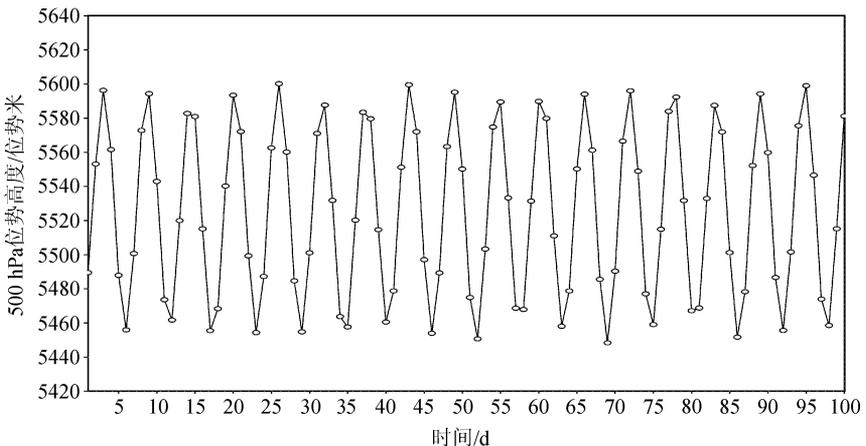


图9 在(40°N, 140°E)处500 hPa位势高度场随积分时间变化

均具有较好的协调性。

## 5 结果与讨论

IAP AGCM-III 大气环流模式的动力框架, 包括非线性迭代时间积分方案, 经过分析和用 Rossby-Haurwitz 波进行的检验 (包括波型检验、能量检验和波速检验), 可见是好的。结论:

(1) 用改进的非线性迭代法迭代 3 次的时间积分方案能够有效地抑制短波、保留长波, 有较好的计算稳定性, 并且使用该方案, 时间步长可取得较大。

(2) 非线性迭代 3 次的时间积分方案对波速的描述不是最佳, 但可通过较高网格分辨率来得到补偿, 事实表明框架计算的 RH4 波波速约为每天西传 15 个经度, 接近理论值。

(3) 该模式动力框架能较长时间保持 RH4 的波型不变, 其中质量场的波型维持比风场要好, 高度场和海平面气压场的波型在一年的积分中始终较好, 只存在波幅衰减, 而风场的波型仅能维持约 120 天。

(4) 该模式动力框架的能量转化主要发生在动能和有效位能之间, 能量变化具有约为 24 天的周期性, 其与 RH4 波每 24 天绕行全球一周并使大气状态得以周期性的调整有关, 这也反映了该框架对各种变量的计算均具有较好的协调性。

(5) 该模式框架总净能量积分 120 天仅衰减 0.3%, 较高精度地保持了“有效能量守恒”的特性, 这说明, 数值差分没有引入虚假的源、汇作用。总净能量在 120 天时的迅速衰减现象由 RH4 波风场波型破碎引起。

通过这些分析和检验, 我们基本确认该模式的动力框架比较真实地保持着大尺度大气运动的总体性质, 尤其是有效能量守恒, 这使该模式能够以较大的时间步长稳定地向前积分, 这为进一步加入物理过程提供了好的框架基础。

## 参 考 文 献

- 1 毕训强, IAP 九层大气环流模式及气候数值模拟, 中国科学院大气物理研究所博士学位论文, 1993, 210pp.
- 2 Liang Xinzong, Description of a nine-level grid point atmospheric general circulation model, *Adv. Atmos. Sci.*, 1996, **13**, 269~298.
- 3 左瑞亭、曾庆存、张铭, 季风及季风与西风带相互关系的数值模拟研究, *大气科学*, 2004, **28** (1), 7~22.
- 4 左瑞亭, 新一代高分辨率格点大气环流模式的研制, 解放军理工大学气象学院博士学位论文, 2003, 328pp.
- 5 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础 第一卷, 北京: 科学出版社, 1979, 543pp.
- 6 Zeng Qingcun, Yuan Chongguang, Zhang Xuehong et al., A global grid point general circulation model, Collection of papers presented at WMO/IUGG NWP Symposium, Tokyo, 4-8 August 1986, Tokyo, Japan.
- 7 曾庆存、张学洪, 球面上斜压原始方程组保持学有效能量守恒的善分格式, *大气科学*, 1987, **11** (2), 113~127.
- 8 曾庆存, 流体力学热力学完整方程组二层模式在短期天气预告中的应用 (俄文), *Scientia Sinica*, 1963, **7** (3).
- 9 廖洞贤、王两铭, 数值天气预报原理及其应用, 北京: 气象出版社, 1986, 423pp.
- 10 Arakawa, A., and V. R. Lamb, Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general cir-

- ulation model. In *Methods in Computational Physics*, 1977, Vol. 17, General Circulation Models of the Atmosphere, Ed. J. Chang, Academic Press, New York, 173~265.
- 11 Zhang Xuehong, Dynamical framework of IAP Nine-Level atmospheric general circulation model, *Adv. Atmos. Sci.*, 1990, **7** (1), 67~74.
  - 12 Phillips, Norman A., Numerical integration of the primitive equations on the hemisphere, *Mon. Wea. Rev.*, 1959, **87** (9), 333~345.
  - 13 Zhang Xuehong, and Liang Xinzhong, Comparison and examination of dynamic frameworks of IAP and OSU AGCM, *Adv. Atmos. Sci.*, 1989, **6** (3), 265~274.

## Designing and Climatic Numerical Modeling of 21-Level AGCM (IAP AGCM-III) Part I. Dynamical Framework

Zuo Ruiting<sup>1)</sup>, Zhang Ming<sup>1)</sup>, Zhang Dongling<sup>2)</sup>,  
Wang Aihui<sup>2)</sup>, and Zeng Qingcun<sup>2)</sup>

1) (*Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*)

2) (*Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

**Abstract** The dynamical framework of IAP AGCM-III is designed here and this paper gives the description and testing on such framework. An improved nonlinear iterative time integration scheme is adopted and furthermore, by using Rossby-Haurwitz wave, some testing of wave pattern, energy and wave speed is performed on the dynamical framework. It shows that the nonlinear integration scheme iterating 3 times has the better compute stability and effectively restrains short wave while preserves long wave. With such integrative scheme, time step can be greatly enlarged. During the integration, the dynamical framework can preserve the Rossby-Haurwitz 4 wave pattern for a relative long period and keep available energy conservation in a higher precision. Rossby-Haurwitz wave speed calculated from the model is 15 degrees westward per day and is similar to the theoretical value.

**Key words:** general circulation model; dynamical framework; nonlinear iterative time integration scheme