

合成风场的统计检验和蒙特卡洛检验^{*}

施 能¹ 顾骏强² 黄先香^{1,3} 刘锦绣¹ 顾 泽¹

1) (南京信息工程大学气象灾害与环境变化重点实验室, 南京 210044)
2) (浙江省气象科学研究所, 杭州 310017)
3) (中国气象局广州热带海洋气象研究所, 广东 510080)

摘 要 提出了二维风场的 F 检验及二维风场的蒙特卡洛检验方法。将方法用于长江流域夏季降水与印度夏季风的研究中, 表明方法是有效的。

关键词: 合成分析; 统计检验; 风场; 蒙特卡洛检验

文章编号 1006-9895 (2004) 06-0950-07 **中图分类号** P468 **文献标识码** A

1 引言

目前, 在气候诊断研究和短期气候预测中广泛使用统计方法, 例如相关分析, 我们根据相关系数的大小找出密切的相关区及相关变量作为预报因子。预报因子在相当大的程度上决定了预报工具的效果。在气候诊断分析与研究中也经常使用合成分析方法。这种方法是分析前期(或同期)不同的天气、气候状态(例如, 强季风与弱季风、El Niño 与 La Niña、旱与涝、某区的 SST 高与低等等)条件下, 后期(或同期)另一要素场或环流场有无明显差异, 从而确定不同天气、气候、环流或要素状态的影响程度。合成分析方法成功与有效的关键, 首先应该是所得的结果具有统计学意义。我们知道, 相关分析、合成分析本身并不能导出因果关系。当诊断研究的结果在统计学上没有意义时, 就只能得到一个随机的不可信的结果, 从而不可能深入进行物理联系的探索, 反而会造成误导, 使研究与预报走向歪路。为了得到有统计意义的结果, 对研究结果需要进行统计假设检验。许多著作与文献^[1~5]介绍了统计假设检验的方法。但是, 这些检验方法原则上不适用于大量的、重复的计算。当我们将一个气象要素 x 和由成千上万个格点组成的气象场 Y 求相关时, 肯定能找到高相关的格点或区, 并且能通过相关系数 t 检验的标准。当分辨率为 2.5° 纬度 $\times 2.5^\circ$ 经度时, 全球就有 10512 个格点。这样的相关区很可能是因为我们计算了 1 万多个相关系数的缘故, 实际上 x 与气象场 Y 并不相关。如何防止或检测这种虚假的高相关呢? Livezey 等^[6]、Erickson^[7] 和 Gordon^[8] 提出过这个问题, 并给出过解决方法, 也就是使用蒙特卡洛检验。国内也有文献介绍^[9,10], 但是, 对于有 u 、 v 风速分量组成的二维风场如何进行统计检验? 又如何进行蒙特卡洛检验? 目前, 气候诊断研究中涉及大尺度风场、流场的合成分析工作很多, 但是, 至今在国内外文献中均没有见到对风场进行统计检验的工作。本文根据数学界的多维统计检验的原理, 提出了二维的风场进行统计检验的实施方法, 再根

2003-08-18 收到, 2004-01-05 收到修改稿
^{*} 国家自然科学基金资助项目 40275028

据 Livezey 等^[6]与 Wolter 等^[11]的思路给出进行风场蒙特卡洛的统计检验的方法。

2 合成风场差异的显著性检验

风场是由 u 、 v 风速分量来组成的二维场。这样，对于合成风场差异的显著性检验，需要用多（二）维统计检验方法，而不是通常对标量场的 t 检验方法。这种多维统计检验方法如下：设有二种不同的气候状态，例如，El Niño 与 La Niña；旱年与涝年等。为了方便起见。我们以旱年与涝年来代表，这二种状态应该互不相容，也可以是对立。对于对立事件，用 n_A 、 $n_{\bar{A}}$ 分别表示涝、旱年数。需要说明，涝、旱年也可以与另一互不相容的正常年构成完备事件组，计算的方法是一样的。涝、旱年合成的风场的差值图为 E （风场可以与涝、旱同时间，也可以不同时间）， E 图由大量格点组成，每个格点都有对应纬向平均风速差与经向平均风速差（涝年平均减旱年平均）。涝、旱年的风场有没有明显的差异？在什么地方有明显的异常？根据 E 图上绝对值大的区来确定明显的差异区，是很不科学的方法。首先，风是个二维向量，如何确定 E 图上的高值区呢？其次，差值图是样本的函数，涝、旱年数不同，就有不同的合成的风场的差值图。用很小的 n_A 和 $n_{\bar{A}}$ 来合成，可能得到非常不可靠的结果，导致错误的结论。第三，不同格点的 u 分量与 v 分量的均方差是不相同的，差别大的区域不一定是统计差异最显著的区域。这些问题，只有对合成风场差值图 E 进行统计检验才能解决。

统计检验的原假设是涝、旱年的风场没有差异。这个原假设能否接受，可以用二维统计检验方法^[12]，即计算 F 统计量

$$F = \frac{n_A n_{\bar{A}} (n_A + n_{\bar{A}} - m - 1)}{m (n_A + n_{\bar{A}}) (n_A + n_{\bar{A}} - 2)} D_m^2, \tag{1}$$

式中的 $m=2$ ，而 D_m^2 则是涝、旱年平均风之间的 Mahalanobis 距离^[12]，由下式计算，
$$D_m^2 = [\bar{\mathbf{X}}(A) - \bar{\mathbf{X}}(\bar{A})]^T \mathbf{S}^{-1} [\bar{\mathbf{X}}(A) - \bar{\mathbf{X}}(\bar{A})], \tag{2}$$

其中，

$$\bar{\mathbf{X}}(A) = \begin{pmatrix} \bar{u}(A) \\ \bar{v}(A) \end{pmatrix}$$

是全部涝年该格点纬向风 u 、经向风 v 的平均矢量，

$$\bar{\mathbf{X}}(\bar{A}) = \begin{pmatrix} \bar{u}(\bar{A}) \\ \bar{v}(\bar{A}) \end{pmatrix}$$

是全部旱年该格点纬向风 u 、经向风 v 的平均矢量。所以 $\bar{\mathbf{X}}(A) - \bar{\mathbf{X}}(\bar{A})$ 是该格点涝年 A 与旱年 $\bar{A}$ 平均风的差，它是二维向量。 $\mathbf{S}$ 是协方差矩阵。

$$\mathbf{S} = (s_{ij}), \tag{3}$$

$$s_{11} = \frac{\sum_{t=1}^{n_A} [u_t(A) - \bar{u}(A)][u_t(A) - \bar{u}(A)] + \sum_{t=1}^{n_{\bar{A}}} [u_t(\bar{A}) - \bar{u}(\bar{A})][u_t(\bar{A}) - \bar{u}(\bar{A})]}{(n_A + n_{\bar{A}} - 2)}, \tag{4}$$

$$s_{22} = \frac{\sum_{t=1}^{n_A} [v_t(A) - \bar{v}(A)][v_t(A) - \bar{v}(A)] + \sum_{t=1}^{n_{\bar{A}}} [v_t(\bar{A}) - \bar{v}(\bar{A})][v_t(\bar{A}) - \bar{v}(\bar{A})]}{(n_A + n_{\bar{A}} - 2)}, \tag{5}$$

$$s_{12} = \frac{\sum_{t=1}^{n_A} [u_t(A) - \bar{u}(A)][v_t(A) - \bar{v}(A)] + \sum_{t=1}^{n_{\bar{A}}} [u_t(\bar{A}) - \bar{u}(\bar{A})][v_t(\bar{A}) - \bar{v}(\bar{A})]}{(n_A + n_{\bar{A}} - 2)}, \tag{6}$$

$$s_{21} = \frac{\sum_{t=1}^{n_A} [v_t(A) - \bar{v}(A)][u_t(A) - \bar{u}(A)] + \sum_{t=1}^{n_{\bar{A}}} [v_t(\bar{A}) - \bar{v}(\bar{A})][u_t(\bar{A}) - \bar{u}(\bar{A})]}{(n_A + n_{\bar{A}} - 2)}, \tag{7}$$

而

$$s_{21} = s_{12}, \tag{8}$$

所以， s_{ij} 是分别对旱、涝年的纬向风 u ，经向风 v 求协方差后相加，然后除旱、涝年的总数减 2。这样， D_m^2 可以利用合成风场差值图 E 和旱、涝年的逐年资料计算出来，它是一个数值，代入 (2) 式，从而计算出 F 统计量。当 F 统计量大于信度为 α 、自由度为 $(m, n-m-1)$ 的 F 分布的临近值 F_α 时，旱、涝年的风的差异有显著的意义，否则，风场的差异是随机的，其中 $n=n_A+n_{\bar{A}}$ 。这种检验对全部风场差值图 (E 图) 的全部格点进行，可以绘出 F 的空间分布图。 F 值大于 F_α 的区就是风场差异的显著区。

3 风场的蒙特卡洛模拟的统计检验

虽然对差异进行了 F 统计量检验，可以比较可靠地评价二种气候状态（旱年与涝年）的风场有无明显的差异。但是，如果我们计算的是一个有大量格点组成全球要素（风）场。Livezey 等^[6]和 Wolter 等^[11]指出对大量格点的气象场进行相关研究，还需要进行蒙特卡洛模拟的统计检验。他们认为，相关显著的格点数应该超过一定的标准，相关才是可靠的，否则，相关仍然可能是随机的、不可靠的。合成分析的结果也应该进行蒙特卡洛模拟的统计检验。对于一维标量场的蒙特卡洛模拟的统计检验，已经有了成功的应用^[13,14]。

合成分析时如何求出与信度对应的差异显著的格点数标准呢？我们认为，类似于一维要素，可以设计如下二维的蒙特卡洛模拟的统计检验方法。设总的样本数是 n ， n_A 和 $n_{\bar{A}}$ 是其中的二种气候状态， $n \geq n_A + n_{\bar{A}}$ 。

首先，我们利用随机数发生器，在 $1-n$ 区间内产生均匀分布的随机数，将这个随机数排序，从而产生 $1-n$ 内自然数的随机排列。在此基础上重组旱、涝年，也就是随机选取了 n_A 个涝年与 $n_{\bar{A}}$ 个旱年事件。

第二步，对重组的 n_A 个涝年与 $n_{\bar{A}}$ 个旱年（这并不是真正的涝、旱年）仍按第 2 节的方法对二维风场进行合成分析，并进行合成风场差异的显著性检验。对每个格点计算 (2) 式与 (1) 式，统计该次试验时 F 统计量大于临界值 F_α （信度为 α ，自由度为 $m, n-m-1$ ）的总格点数，这就是一次蒙特卡洛模拟试验。这样的试验与计算被大量重复，例如 1000 次，每次试验时的涝、旱年都是通过随机数重组的，应该是不完全相同的。每次试验都可以得到 F 大于 F_α 的格点数。这样，我们就得一个格点数的序列，该序列的样本容量就是蒙特卡洛模拟试验的次数。

最后，第三步，通过对这个格点数的序列进行从大到小的排序，就容易找到 95%、99% 置信水平下的格点的临界值。例如，我们试验了 1000 次，将 1000 次试验中通过 F 检验的格点数组成的序列从大到小排序列，排在第 10（50）位的格点数，就是 99%（95%）置信水平的蒙特卡洛模拟检验的临界值。真正涝、早年合成风场差异检验时，F 统计量大于 F_{α} 的总格点数要超过蒙特卡洛模拟试验结果的格点数临界值，才能认为早、涝年风场的差异通过了蒙特卡洛模拟的检验，确实是有意义的。合成分析进行蒙特卡洛模拟时，它的显著格点的临界值只能针对具体的资料来计算的，不可能是固定的，它的临界值只能通过大量的模拟试验得到。

4 应用

实例 1 取长江中下游 5 站夏季 6~8 月平均降水量正（负）距平最大的 7 年作为涝（旱）年。涝年为 1954、1969、1980、1991、1996、1998、1999 年，旱年为 1958、1961、1966、1967、1968、1978、1985 年。它们的距平值都大于 1 倍的均方差，是长江中下游严重的涝、早年。图 1a、b 是长江中下游夏季涝、早年 500 hPa 全球风场距平图。风场资料来自 NCEP 的 1948~2001 年的月平均风场资料。图 1c 是它们的差值图。可以看出，图 1a 与图 1b 存在明显的差异，但是在图 1c 上，我们很难找到有明显统计意义的差异显著区。为此需要进行统计检验。

图 2 通过了风场的蒙特卡洛模拟的统计检验。从图 2 可以明显看出风场差异的显著区（达到 0.01 信度）主要在（40~50°N，90~130°E）的涝年偏东风、东北风（早年偏西风、西南风）异常区，（25~40°N，105~145°E）的涝年西风（早年东风）异常区，（10~20°N，105~135°E）的涝年东风（早年西风）异常区。这些区域的 500 hPa 风异常直接与长江中下游夏季涝、旱有关，信度也高。此外，在澳大利亚以西（25~35°S，75~95°E），涝年是东风（早年西风）异常，在澳大利亚以东的南太平洋（20~30°S，150~170°E），涝年是东北风（早年西风）异常，也达到 0.01 信度。此外，在赤道非洲、赤道美洲以及赤道东太平洋，也有 0.05 显著区，似乎反映了长江中下游夏季降水量异常的全球特征及季风降水量遥相关；也就是与西非季风雨、北美季风雨和澳洲冬季风的关系。但是，直接影响长江中下游旱涝的环流异常是在我国的东部及东部沿海。从图 1 看出，北太平洋的阿留申地区，在旱涝年的环流是相反的，涝年反气旋性环流（早年气旋性环流）异常，但是从图 2 的统计检验看，该征兆不是显著重要的。这与该地区的风场均方差大有关系。事实上，还可以对前期的风场，找到差异明显的显著区，用显著区的平均风作为预报因子，制作用长江中下游夏季涝、旱预报工具。这个例说明对风场进行统计检验的重要性。

实例 2 Webster 和 Yang^[17] 在 1992 提出了著名的印度夏季风的环流指数（WY 指数），它定义为（0~20°N，40~110°E）范围内平均的 850 hPa 和 200 hPa 纬向风切变（ $u_{850\text{ hPa}} - u_{200\text{ hPa}}$ ）。最近，Ailikun 和 Yasunari^[18] 对此定义提出了疑问，指出 WY 指数与西太平洋的对流活动有关系，而不是南亚季风区。而 Goswami 等^[19] 则提出了另一个区域的经向季风切变指数来表示印度夏季风强度。我们应用合成风场的统计检验方法，对强、弱印度季风年的 200 hPa、850 hPa 风场差值图进行了统计检验，发现 Web-

图 1 长江中下游夏季 500 hPa 全球风场距平图及差值图
(a) 涝年; (b) 旱年; (c) 涝年平均减旱年平均

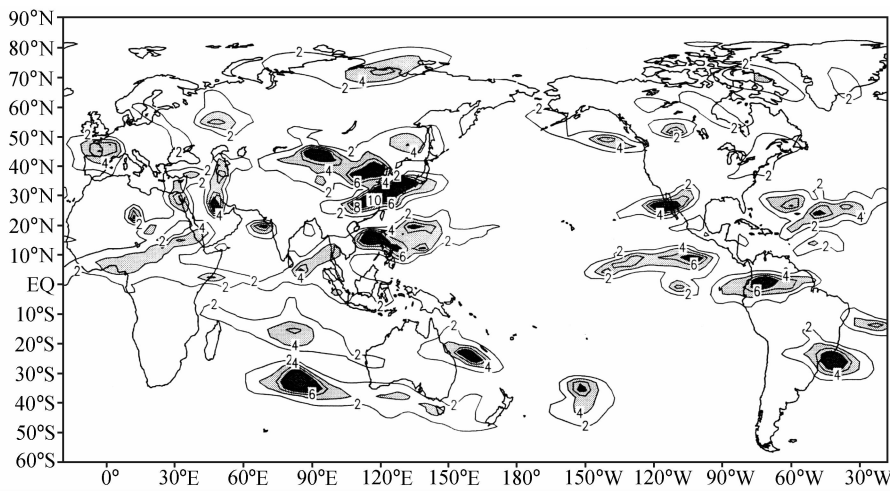


图 2 长江中下游夏季涝、早年 500 hPa 全球风场差值图的 F 统计量检验
浅灰阴影和黑灰阴影分别为达到 0.05 和 0.01 信度的显著区

ster 和 Yang 在 1992 年提出的 ($0\sim20^{\circ}\text{N}$, $40\sim110^{\circ}\text{E}$) 区域并不是相关最显著的区, 经过统计检验, 我们提出了一个比 Webster 和 Yang 区域更大, 位置更偏西、偏南的区域。用我们定义的区域, 计算 850 hPa 和 200 hPa 纬向风切变, 作为印度夏季风的环流指数, 结果与全印度季风雨的相关系数比 WY 指数提高 0.27, 这与 Ailikun 和 Yasunari 的推测^[18]相一致。

5 总结与结论

- (1) 合成风场的差值图需要进行统计检验, 本文提出了计算 F 统计量, 使用二维统计检验方法。根据统计检验可以发现差异明显的区。
- (2) 当我们将一个气象要素序列 x 和由成千上万个格点组成的气象场求相关或者进行合成分析时, 可能产生虚假的高相关。所以, 还需要进行蒙特卡洛模拟的统计检验。本文提出了通过随机重组合分析个例, 并结合 F 统计检验的风场的蒙特洛模拟的统计检验方法。
- (3) 将所提出的方法用于长江流域夏季旱涝研究, 找到了旱涝年风场差异的显著区。将方法用全印度季风雨的相关分析后, 改进了计算纬向风切变的区域, 从而改进了印度季风强度指数的定义与计算方法, 表明方法是有效的。
- (4) 目前, 我国对气象场相关及合成分析的统计检验工作应用得还很不够。其实, 广泛使用的 EOF 分析、SVD 分析方法都有统计检验问题^[5,9,15,16]。已有的研究表明, 当变量数明显大于样本数 (气象资料经常如此), 忽略了统计检验, 就有可能引人虚假的相关, 导致不可靠的结果。

参 考 文 献

1 Leith, C. E., The Standard error of time-average estimates of climatic means, *J. Appl. Meteor.*, 1973, **12**, 1066~1075.

- 2 Davis, R E. , Predictability of sea-surface temperature and sea-level pressure anomalies over the North Pacific Ocean, *J. Phys. Oceanogr.* , 1976, **6**, 249~266.
- 3 Hayashi, Y. , Confidence intervals of a climatic signal, *J. Atmos. Sci.* , 1982, **39**, 1895~1905.
- 4 黄嘉佑, 气象统计分析与预报, 北京: 气象出版社, 1990.
- 5 施能, 气象科研与预报中的统计方法, 北京: 气象出版社, 2002.
- 6 Livezey, R. E. , and Chen W. Y. , Statistical field significance and its determination by Monte Carlo technique, *Mon. Wea. Rev.* , 1983, **111** (1), 46~59.
- 7 Erickson, C. O. , Hemispheric anomalies 700mb height and sea level pressure related to mean summer temperature over the states, *Mon. Wea. Rev.* , 1983, **111**, 545~561.
- 8 Gordon, N. D. , The southern oscillation and New Ealand weather, *Mon. Wea. Rev.* , 1986, **116** (1), 46~59.
- 9 黄嘉佑, 气象要素场的显著性检验, *气象*, 1989, **15** (4), 3~7.
- 10 施能、魏凤英、封国林等, 气象场相关分析及合成分析中蒙特卡洛检验方法及应用, *南京气象学院学报*, 1997, **20** (3), 355~359.
- 11 Wolter, K. , R. M. Dole, and C. A. Smith, Short-term climate extremes over the continental United States and ENSO. Part I : Seasonal temperatures, *J. Climate*, 1999, **12**, 3255~3271.
- 12 张尧廷、方开泰, 多元统计分析引论, 北京: 科学出版社, 1982.
- 13 施能、陈绿文、封国林, 1920~2000 年全球 6~8 月陆地旱涝气候变化, *气象学报*, 2003, **61** (2), 237~345.
- 14 施能、黄先香、杨扬, 1948~2000 年全球陆地年降水量场趋势变化的时、空特征, *大气科学*, 2003, **27** (6), 971~982.
- 15 施能, 气候诊断研究中的 SVD 方法及统计检验, *气象科技*, 1996, **4**, 5~6.
- 16 施能, 气象学中应用 SVD 方法的一些问题, *气象科技*, 1998, **4**, 1~9.
- 17 Webster, P. J. , and S. Yang, Monsoon and ENSO: selectively interactive stems, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* , 1992, **118**, 877~926.
- 18 Ailikun, B. , and T. Yasunari, On two indices of Asian summer monsoon variability and their implications. Extended Abstracts, Int. Cont. on Monsoon and Hydrologic Cycle, Kyongju, Korea, Korean Meteorological Society, 1998, 222~224.
- 19 Goswami, B. N. , V. Krishnamurthy, and H. Annamalai, A broad scale circulation index for interannual variability of the Indian summer monsoon, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* , 1999, **125**, 611~633.

Significance Test and Monte Carlo Test Used in Composite Analysis of Window Field and Applications

Shi Neng¹⁾, Gu Junqiang²⁾, Huang Xianxiang^{1,3)}, Liu Jinxiu¹⁾, and Gu Ze¹

1) (Key Laboratory of Meteorological Disaster and Environmental Variation ,

Naijing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044)

2) (Zhejiang Research Institute of Meteorological Science , Hangzhou 310017)

3) (Guangzhou Institute of Tropical and Marine Meteorology , China Meteorological
Administration, Guangzhou 510080)

Abstract This article is concerned with the significance test of the two-dimensional meteorological elements and their fields and introduces a Monte Carlo simulation experiment scheme with effective performance in practice.

Key words: composite analysis; statistical test; wind fields; Monte Carlo test