

中尺度扰动不稳定的数值研究

张 铭 邓 冰

解放军理工大学气象学院, 南京 211101

摘 要 利用一个二维 Boussinesq 流体的绝热无粘非静力数值模式, 将中尺度不稳定问题作为一个初值问题进行数值研究。线性情况下数值试验的结果基本与采用特征值方法研究得到的结论一致。非线性情况的数值试验表明, 其不稳定发生的范围可与线性情况不一致; 非线性不稳定的增长率一般较线性不稳定的增长率要小; 非线性作用会造成波型的陡凸, 从而造成流函数正负环流的不对称和环流流线的密集; 非线性情形下的流型有些与强对流系统的流型相像。

关键词 数值试验 中尺度 不稳定

文章编号 1006-9895(2005)02-0249-10

中图分类号 P435

文献标识码 A

A Numerical Study of Instability of the Mesoscale Perturbation

ZHANG Ming and DENG Bing

Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101

Abstract A non-hydrostatic, adiabatic and non-viscous two-dimensional Boussinesq model is used to study mesoscale instability. This paper discusses the mesoscale instability problem as an initial-value problem by numerical experiments. The results of linear numerical experiments are consistent with ones in using eigenvalue method. The results of non-linear numerical experiments show that the areas of non-linear instability differ from ones of linear instability. The growth rates of non-linear instability are less than ones of linear instability. The non-linear effects can make abrupt wave pattern, accordingly can bring non-symmetry of stream function and high concentration of streamline. The some stream function of non-linear conditions is similar to ones in heavy convection systems.

Key words numerical experiment, instability, mesoscale

1 引言

各种天气系统的发展、演变均与大气中波动的稳定性有紧密联系^[1], 如大气长波槽脊的发展与 Rossby 波的不稳定有关, 而中尺度系统(其水平尺度量级为 10^5 m)的发展则多与重力惯性波的不稳定有关等。对于中尺度波动的不稳定, 以对称不稳定和横波不稳定研究得最多^[2,3]。在对称不稳定中扰动的传播方向与基流垂直, 而在横波不稳定中扰动的传播方向与基流相同, 即其沿着基流传播。上述两种情形是大气中的两种典型情况, 实际上更多的是扰动既不沿基流传播, 也不垂直于基流传播, 而是其传播方向与基流有一夹角 α , 即传播方向与基本气流斜交。该扰动我们以前

称其为斜交性扰动^[4], 此时扰动在水平面上是二维传播的。该情况下的不稳定以前曾称之为斜交型不稳定, 现在看来, 称其为水平面上二维传播扰动的不稳定则更合适。对称不稳定和横波不稳定均是该不稳定的特例, 前者夹角 α 为 90° , 而后者夹角 α 为 0° 。我们曾研究了微扰情形下 Boussinesq 方程组中的该不稳定问题, 此时, 在对方程组线性化后, 可将其变换为一个复矩阵的特征值问题进行数值求解^[5,6]。我们还在理论上研究了该不稳定问题的谱点分布, 并得到了关于其不稳定谱点分布的半圆定理^[7]。

在扰动发生不稳定的初期, 因其振幅很小, 将其看作微扰进行线性化不仅是方便的也是可行的。线性化后引入标准模是研究不稳定问题的经典方法, 但该方

法也有一定的局限,只能讨论振幅按指数增长而振幅空间分布结构不变的不稳定扰动,即离散谱的不稳定。连续谱在不稳定问题中的作用越来越为人们所认识,此时必须引入非模来研究,也即须将不稳定问题作为一个初值问题来研究^[8~11]。此外,当不稳定的扰动发展到一定阶段后,因其振幅加大,则不能再看做微扰,这样就不能线性化而必须考虑非线性的不稳定问题。但由于此时解析解很难求得,故将该不稳定问题看作一个初值问题,通过数值试验方法进行研究则相对较方便,也不失为一条较好的研究途径。为此,设计一个基流与扰动分开的 Boussinesq 方程组的数值模式是非常必要的。我们曾对非线性对称不稳定和横波不稳定作过数值研究^[12,13],本文则设计了一个非静力中尺度数值模式,将该二维传播的中尺度扰动的线性和非线性不稳定问题作为初值问题进行数值研究。

2 基本方程组和数值模式

考虑绝热无摩擦 Boussinesq 流体方程组^[14],并令

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = \bar{u}(z) + u'(x, y, z, t), \\ v(x, y, z, t) = \bar{v}(z) + v'(x, y, z, t), \\ w(x, y, z, t) = w'(x, y, z, t), \\ p(x, y, z, t) = \bar{p}(x, y, z) + p'(x, y, z, t), \\ \theta(x, y, z, t) = \bar{\theta}(x, y, z) + \theta'(x, y, z, t), \end{cases} \quad (1)$$

这里有“ $\bar{\quad}$ ”的为基态,其满足静力平衡和地转平衡。作变量替换 $\Theta = g\theta/\theta_0$, 这样有 $\Theta' = g\theta'/\theta_0$, $\bar{\Theta} = g\bar{\theta}/\theta_0$ 。由于讨论的是中尺度扰动的不稳定问题,这里取地转参数 f 为常数。为简单起见,设扰动沿 x 轴传播,并设基本风场在垂直方向仅呈线性切变,也即 $\bar{U}(z) = \bar{u}(z)\mathbf{i} + \bar{v}(z)\mathbf{j}$ 仅为 z 的线性函数,此时有 $\bar{u} = \bar{U}\cos\alpha$, $\bar{v} = \bar{U}\sin\alpha$, $\bar{U}(z) = U_0 + U_z z$, 这里 U_0 和 U_z 均为常数, α 则为基流与 x 轴(扰动传播方向)的夹角。在该情况下再设扰动在 y 方向是均匀的,则有 u', v', w', p', Θ' 与 y 无关,这样就可得以下研究非线性不稳定问题的控制方程组:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right] v' = -fu' - w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \quad (2-1)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right] \Theta' = -S^2 u' - M^2 v' - N^2 w', \quad (2-2)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right] \zeta = -f \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial \Theta'}{\partial x}, \quad (2-3)$$

其中, $S^2 = \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x} = f \frac{d\bar{v}}{dz}$, $M^2 = \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial y} = -f \frac{d\bar{u}}{dz}$, $N^2 = \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}$,

$\zeta = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \nabla^2 \Psi$, Ψ 为扰动流函数,且有 $u' = -\partial \Psi / \partial z$, $w' = \partial \Psi / \partial x$ 。将上述方程组(2)线性化后,有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) v' = -fu' - w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \quad (3-1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \Theta' = -S^2 u' - M^2 v' - N^2 w', \quad (3-2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta = -f \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial \Theta'}{\partial x}, \quad (3-3)$$

则为本文研究线性不稳定的控制方程组,即文献[5,6]中所用的控制方程组。

具体求解控制方程组(2)或(3)的步骤为:先预报出变量 v', Θ', ζ , 在求出 ζ 后再解泊松方程 $\nabla^2 \Psi = \zeta$ 以求出 Ψ , 该泊松方程可用迭代法求解^[12];之后用 $u' = -\partial \Psi / \partial z$, $w' = \partial \Psi / \partial x$ 可求出预报的 u', w' , 这样三维流场的扰动 u', v', w' 和 Θ' 的扰动均可解得。

因本文中尺度扰动的不稳定问题,以下若不特别声明,模式水平方向取 41 个格点,格距为 5 km,故其水平范围为 200 km,为与文献[6]的结果作比较,垂直范围也取 10 km,分为 20 层,层距为 0.5 km。这里为了方便,变量 Ψ, v', Θ' 在水平和垂直方向均定义在同一网格点上。上、下边界则采用刚壁边界且不考虑地形,水平边界则取周期边界条件。空间差分取中央差,时间差分取前差迭代方案,迭代 3 次,积分时间步长取为 120 s。

为检验该数值模式的稳定性,令

$$\bar{E} = \frac{1}{40 \times 21} \sum_{i=1}^{40} \sum_{k=1}^{21} (u_{i,k}'^2 + v_{i,k}'^2 + w_{i,k}'^2), \quad (4)$$

这里 $\bar{E}$ 为区域平均扰动动能,仅是时间 t 的函数。在以下数值试验中,本文均对其方根 $\sqrt{\bar{E}}$ 作了计算, $\sqrt{\bar{E}}$ 随时间的变化可反映出不稳定增长率的大小。取基流无垂直切变(此时 M^2, S^2 为零),即取 $\bar{U}(z) = U_0$, 并取 $U_0 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (此时有 $\bar{u} = U_0 \cos\alpha$, $\bar{v} = U_0 \sin\alpha$), 而 α 则分别取为 0° (横波型扰动), 45° (水平二维传播的扰动), 90° (对称型扰动)。再取典型的层结参数 $N^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$ 和地转参数 $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, 并设初始扰动涡度场有以下形式:

$$\zeta = \zeta_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi z}{H}\right), \quad (5)$$

这里取 $\zeta_0 = 9 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, $H = 10 \text{ km}$, $L = 50 \text{ km}$, 即取扰动垂直波长为 10 km, 水平波长为 50 km。图 1 则为与(5)式对应的 Ψ 场。初始 v', Θ' 场取为

$$\begin{cases} v' = 0, \\ \Theta' = 0, \end{cases} \quad (6)$$

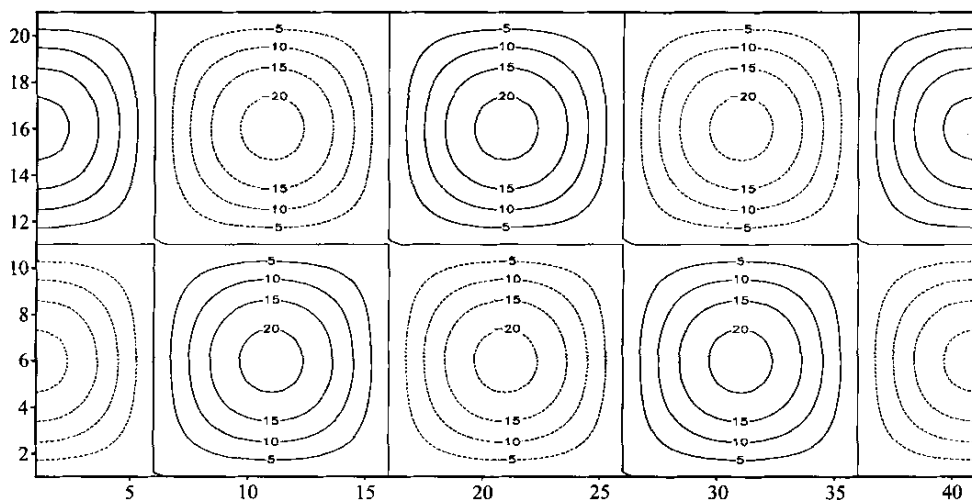


图 1 初始 Ψ 场 横坐标为水平方向格点数 纵坐标为垂直方向格点数 (以下关于 Ψ 场的结构图均与此相同)

Fig. 1 Initial Ψ field. Abscissa is the number of horizontal grid and ordinate is the number of vertical grid, similarly hereinafter

采用以上参数和初始场作了考察模式稳定性的积分试验。将 $\alpha = 45^\circ$ 积分 72 小时后的 Ψ 场 (图略) 与初始由 (5) 式算得的 Ψ 场 (图 1) 相比, 除了波动发生水平平移外, 其流型无大变化; 而 $\sqrt{E}$ 随时间也无增长 (图略); $\alpha = 0^\circ$ 和 $\alpha = 90^\circ$ 的情形亦如此 (图均略)。这些试验结果表明该模式积分稳定。

3 线性不稳定的情况

取控制方程组 (3) 进行积分。为与文献 [6] 的情况作对比, 本文的环境参数与文献 [6] 相同。取地转参数 $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, 层结参数 $N^2 = 1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ 。这里取较弱的层结参数, 是考虑到实际天气中不稳定发生时层结参数均较其典型值要小的缘故。取地面基流风速为 $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 模式顶 ($z = 10 \text{ km}$) 风速为 $45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 其值均在实际大气的范围中。此时, 垂直风切变 $\bar{U}_z$ 为 $4 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 由此易知, 此时里查森数 $Ri = N^2 / \bar{U}_z^2 = 0.625$ 。以下如不特别声明, 除 Ri 外, 这些环境参数均取上述值 (地面基流风速则始终取 $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)。

3.1 里查森数小于 0.95 的情况

Stone 的理论研究^[15]指出, 当 $Ri < 0.95$ 时, 存在对称不稳定。这里首先分析这种情形, 以揭示此时的不稳定状况。

取 $Ri = 0.625$, 对各种不同的 α 角仍用 (5) 式的初始场作了积分, 且仍取 $\zeta_0 = 9 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, $L = 50 \text{ km}$, $H = 10 \text{ km}$ 。图 2 给出了取不同 α 角后得到的 $\sqrt{E}$ 随积分时间的变化, 由图可见, 此时不稳定的增长率对夹角 α 有明显的选择性。对称型扰动 (α 为 90°) 的不稳定增长率最大, α 为 30° 的水平二维传播的扰动次之, 但其

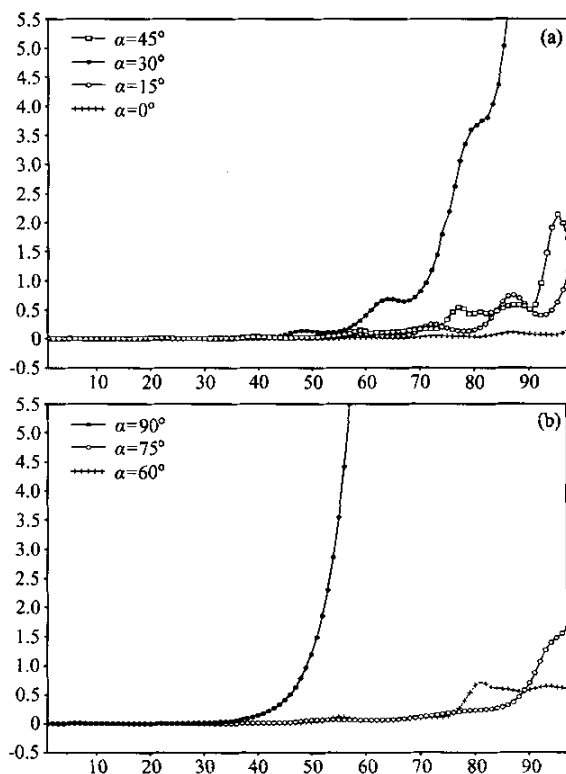


图 2 取 $Ri = 0.625$ 时线性不稳定 $\sqrt{E}$ 随积分时间的变化 (a) α 分别取 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ 和 45° (b) α 分别取 $60^\circ, 75^\circ$ 和 90° 。横坐标为积分时间 (单位: h), 纵坐标为 $\sqrt{E}$ (单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), 以下关于 $\sqrt{E}$ 随积分时间变化的图均与此相同

Fig. 2 Temporal variation of linear instability $\sqrt{E}$ for $Ri = 0.625$. Abscissa is the integration time (units: h), and ordinate is $\sqrt{E}$ (units: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) similarly hereinafter (a) $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$, and 45° (b) $\alpha = 60^\circ, 75^\circ$ and 90°

增长率比前者要小许多,横波型扰动不稳定增长率最小。这表明在 $Ri < 0.95$ 的情况下,中尺度对称型扰动最易发生不稳定,即在中尺度波段,当里查森数较小时,对称不稳定是最重要的不稳定。该结果与文献 [5] 一致,虽然文献 [5] 里是将不稳定问题转化为特征值问

题来求解而本文是作为初值问题来求解。

由图 2 还可见,当扰动发生不稳定时,其区域平均动能方根 $\sqrt{E}$ 将随时间发生振荡,周期约在十几小时,振荡周期随夹角 α 的增大而略有增大, α 为 90° 的扰动即对称型扰动则不存在此振荡。扰动的最大 Ψ 值和

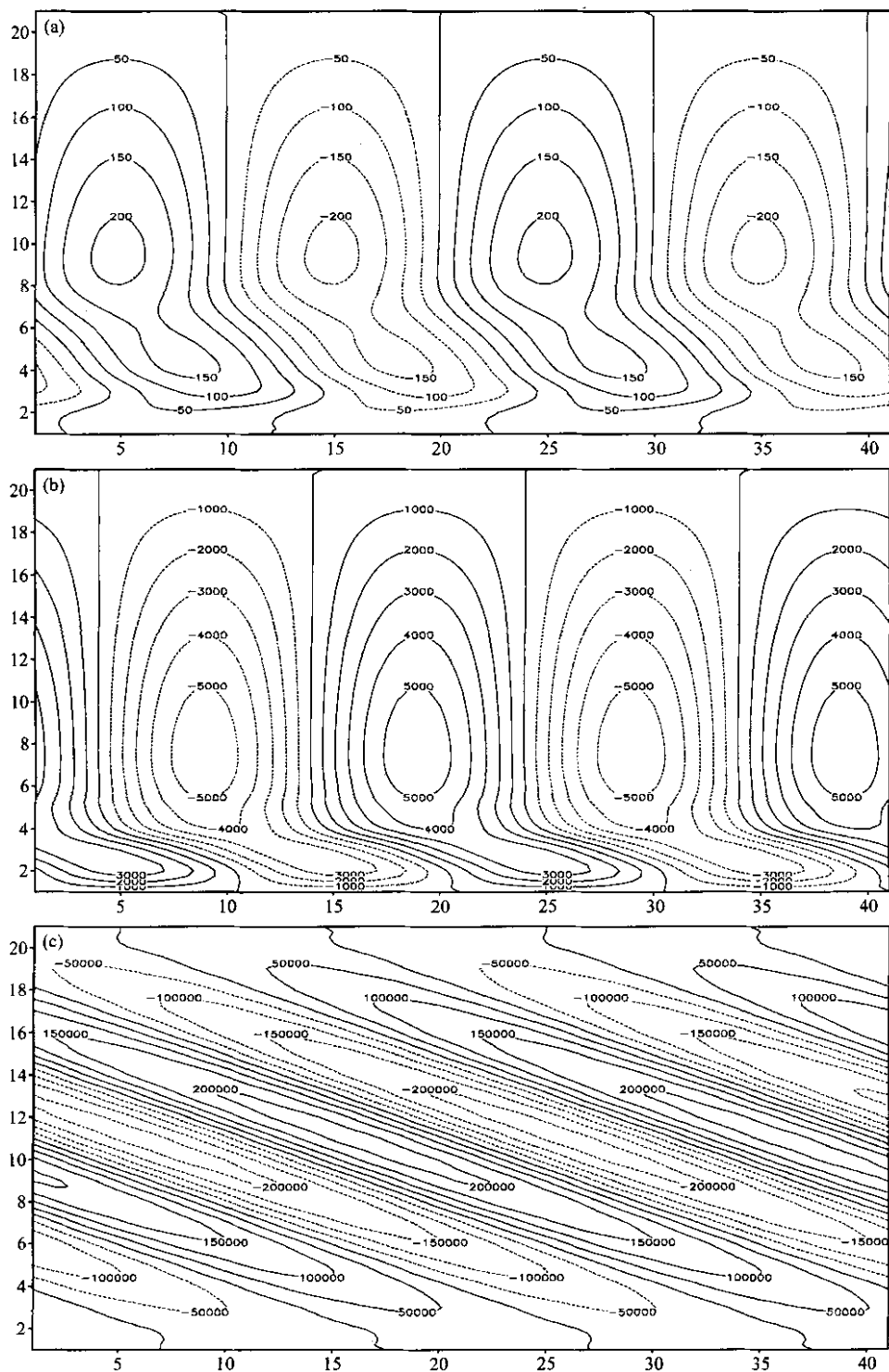


图 3 取各 α 角积分 72 小时后的扰动流函数 Ψ 的空间结构: (a) $\alpha = 0^\circ$ (b) $\alpha = 30^\circ$ (c) $\alpha = 90^\circ$

Fig. 3 The space structure of disturbed stream function Ψ for (a) $\alpha = 0^\circ$ (b) $\alpha = 30^\circ$ and (c) $\alpha = 90^\circ$ after 72 hours integration

最大 θ' 值随积分时间的变化曲线上也存在这种振荡,且 ψ 和 θ' 之间还存在位相差(图略)。对线性情况这容易作出理论解释,在文献[5,6]中可见除对称不稳定的特征值为纯虚数外,其他波型不稳定的特征值均为复数,故其必有 $A\cos(\sigma_r t)\exp(\sigma_i t)$ 形式的解,也即其振幅一边振荡,一边按指数形式增幅。本文的数值计算结果与该分析相一致。这种振荡现象在研究中尺度系统的发生和演变时应引起重视。

图3给出了 α 取不同值积分72小时后的扰动流函数 ψ 的空间结构。由图3a可见,不稳定横波型扰动为猫眼结构,这与文献[3,5,13]得到的结果相同。由图3b可见, α 为 30° 的水平面上二维传播扰动的不稳定扰动(此时增长率如上所述有一个次极大),其波型结构下半部的猫眼环流趋于消失,环流呈倾斜状,上半部的猫眼环流则仍维持。以后,随着 α 角的增大,其波型结构则趋于复杂,并有多环中心出现,最终有向对称不稳定的倾斜环流过渡的趋势(图略)。图3c则为对称不稳定波型,为典型的倾斜环流结构,并与文献[2,5,12]中的结果相同。分析图3后可知,此时不稳定扰动的结构越简单,其增长率就越大,对称不稳定波型的结构最简单,故其增长率最大。

3.2 里查森数大于0.95的情况

当 $Ri > 0.95$ 时,Stone的研究指出,此时不存在对称不稳定^[15]。以下分析该情况,仍取以上参数,只不过通过减小风切变,增大里查森数,取 $Ri = 1.1 > 0.95$ (此时模式顶的基流风速减小了,为 $35.15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)。计算表明,直至96小时,对各夹角 α 均没有不稳定出现(图略)。该结果与文献[5]中的结果也一致。那里的分析表明,在该情况下存在一个波动稳定的区段,而在该区

段之外,即扰动尺度较小或较大时,则仍有不稳定扰动发生。为此,以下用数值试验来考察该问题。

首先,考虑在该区段之外扰动尺度较小时的情况。此时取该模式的水平格距为 1.25 km ,积分时间步长为 30 s , Ri 取 1.1 ,而其他参数不变,并取初始扰动尺度为 $L = 12.5 \text{ km}$,再进行试验。试验中分别取 α 角为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 和 90° 。试验表明,当 α 取为 $75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 时均有不稳定发生,且当 $\alpha = 85^\circ$ 时,其增长率最大,但该最大增长率的数值仍较小。图4给出了 $\alpha = 85^\circ$ 积分到72小时后的不稳定扰动流函数 ψ 的空间结构。由图可见,此时不稳定扰动的结构为一近乎垂直的单圈环流。

下面再考察在上述稳定区段之外扰动尺度较大的情况,取模式空间格距为 20 km ,时间步长为 400 s , Ri 同样取 1.1 ,而其他参数不变,并取初始扰动波长 $L = 200 \text{ km}$ 进行了试验。试验结果表明,此时横波型扰动和 α 角较小的水平二维传播的扰动是不稳定的, $\alpha = 45^\circ$ 时其增长率最大; α 较大时水平二维传播的扰动和对称型扰动则是稳定的。图5给出了不稳定横波型和 $\alpha = 45^\circ$ 的水平二维传播的扰动流函数 ψ 的空间结构,前者呈猫眼流型,后者呈倾斜型环流;后者环流结构较前者简单,其增长率也大。

4 非线性不稳定的情况

此时用方程组(2)进行积分,为与线性情形相对比,分别讨论了里查森数小于和大于0.95的情况。

4.1 里查森数小于0.95的情况

首先,仍取线性情况的参数,并取 $Ri = 0.625$,用(5)式的初始场对各种不同的 α 作了积分。结果表明,

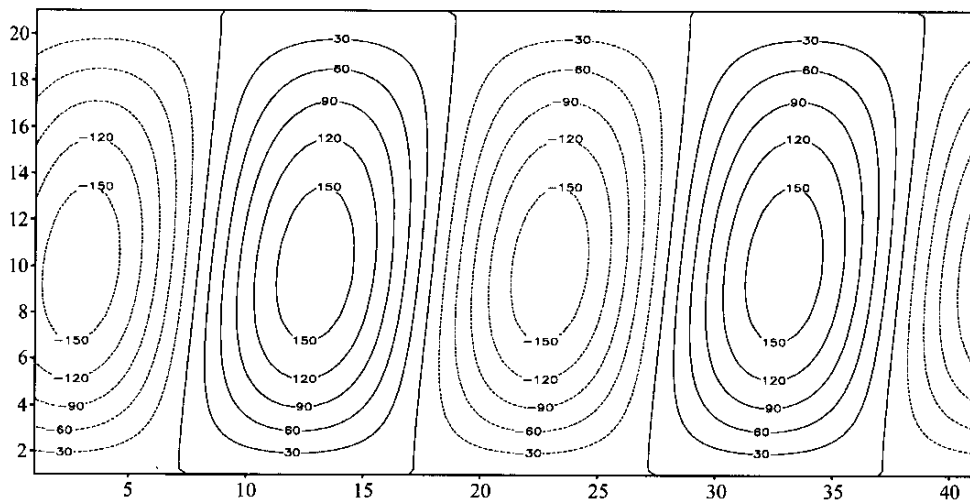


图4 取 $Ri = 1.1$, $L = 12.5 \text{ km}$, $\alpha = 85^\circ$ 时积分72小时后的扰动流函数 ψ 的空间结构

Fig. 4 The space structure of disturbed stream function ψ for $Ri = 1.1$, $L = 12.5 \text{ km}$, $\alpha = 85^\circ$ after 72 hours integration

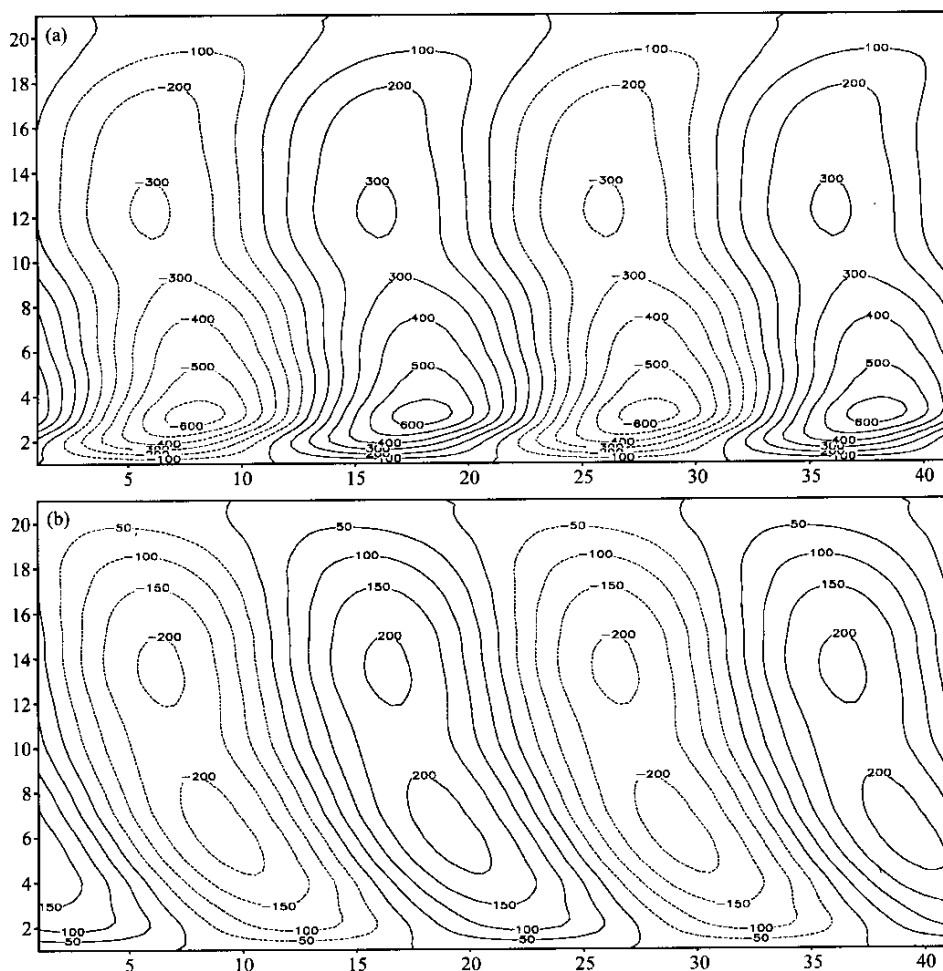


图5 横波型扰动(a, $\alpha = 0^\circ$)及水平二维传播的扰动(b, $\alpha = 45^\circ$)积分80小时后的扰动流函数 Ψ 的空间结构

Fig. 5 The space structure of Ψ for transversal wave disturbance (a, $\alpha = 0^\circ$) and disturbance that propagates horizontally (b, $\alpha = 45^\circ$) after 80 hours integration

在非线性情形下,不稳定的增长率对夹角 α 仍有明显的选择性,且其选择性与相应的线性情况相同,这时,仍存在区域扰动平均动能方根 $\sqrt{E}$ 随时间振荡的现象。将该结果与图2相比较后可知非线性不稳定的增长率较线性的要小(图均略)。

因此时初始振幅 ζ_0 取得较小,致使需较长时间的积分,非线性效应方能显现,故为突出非线性效应,在以下的试验中适当增大了初始的 ζ_0 值。取 $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$,其他参数均未改变。试验结果表明,增大了初始 ζ_0 值后并未改变不稳定增长率对夹角 α 的选择性,此时仍是对称不稳定增长率最大(图略)。图6给出了取各 α 角积分后得到的扰动流函数 Ψ 的空间结构,这里取不同的积分时间是因扰动增长率不同的缘故。

分析图6中扰动流函数 Ψ 的空间结构后可发现

其有以下3个共同特点:

- (1) Ψ 正负环流圈出现明显的不对称性。
- (2) 出现了流线密集现象。
- (3) 低层流动与其上层的流动有较大差异。

之所以会出现上述现象是由于非线性作用造成了波型的陡凸。此外,在图6中当 α 取 0° (参见图6a)和 60° (图略)时均有强的垂直环流圈,当 α 取 30° (参见图6b)则中低层还有较强的上升倾斜环流。以上这些特点均与强对流系统的流型有某些类似之处,值得研究和重视。

4.2 里查森数大于0.95的情况

取 $Ri = 1.1 > 0.95$,仍取 $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$,初始扰动波长 $L = 50 \text{ km}$,对各不同的 α 角进行了试验。试验表明,此时无对称不稳定和横波型不稳定出现,但当 α 为 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 和 60° 时则仍有不稳定出现,这与线性的情况有所不同,后者各 α 角均无不稳定出现。为进一

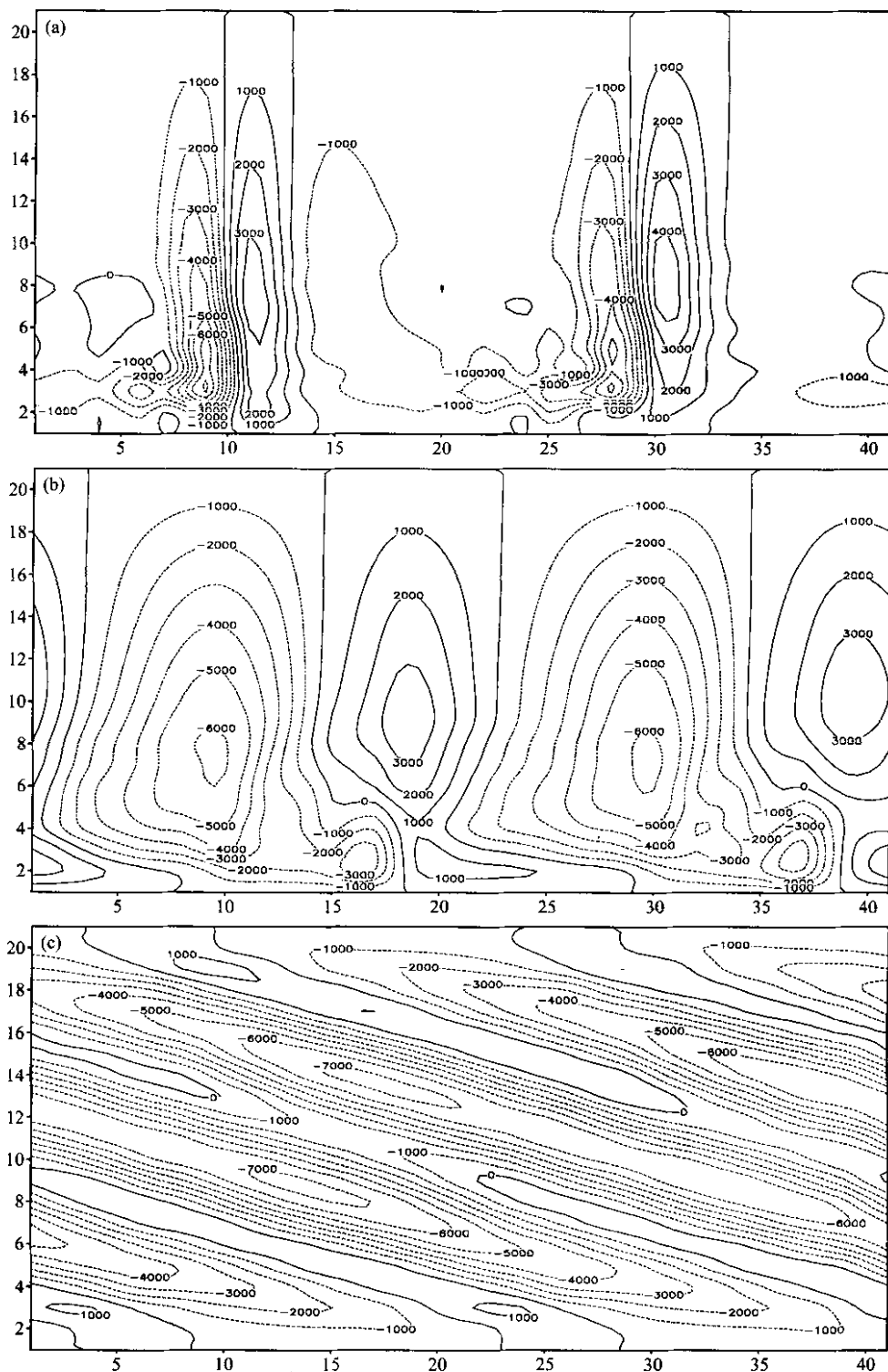


图 6 取 $Ri = 0.625$, $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} s^{-1}$, $L = 50$ km 时非线性情况下各不同 α 角积分得到的扰动流函数 Ψ 的空间结构(T 为积分时间) (a) $\alpha = 0^\circ$, $T = 80$ h (b) $\alpha = 30^\circ$, $T = 48$ h (c) $\alpha = 90^\circ$, $T = 40$ h

Fig. 6 The space structure of disturbed stream function Ψ under the nonlinear condition for $Ri = 0.625$, $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} s^{-1}$, $L = 50$ km. Here T is the integration time. (a) $\alpha = 0^\circ$, $T = 80$ h (b) $\alpha = 30^\circ$, $T = 48$ h (c) $\alpha = 90^\circ$, $T = 40$ h

步确证该事实,取基流为固定 $10 m \cdot s^{-1}$,即取基流无垂直切变,作了相应的对比试验,结果发现此时并无不稳定出现(图略)。这表明上述不稳定确实是由基流垂直

切变引起的,而非非模式积分中出现的非线性计算不稳定现象。

图 7 给出了取 α 为 15° , 30° , 45° 和 60° 时非线性不

稳定 $\sqrt{E}$ 随积分时间的变化,由图可见当 α 为 15° 时增长率最大。图 8 给出了积分 72 小时后扰动流函数 Ψ 的空间结构,由图可见,此时仍有上面总结的 3 个特点,特别当取 α 为 30° (图略)和 60° (参见图 8b)时,出现一支低层明显倾斜上升,到中层转为垂直上升的气流。

为与上面相应的尺度较小的线性情况作比较,也取模式的水平格距为 1.25 km,时间步长为 30 s, Ri 为 1.1,初始扰动 $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$,其扰动波长 $L = 12.5 \text{ km}$,其他参数均不变,进行了对比试验。该试验中取 α 角为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 和 90° 。结果表明,当 α 角为 $15^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 和 90° 时,均存在不稳定(此时有对称不稳定而无横波型不稳定),且最大不稳定增长率有两个峰值,其 α 角分别为 15° 和 85° 。对 α 角为 85° 的情况,不稳定扰动的结构与线性的情况类

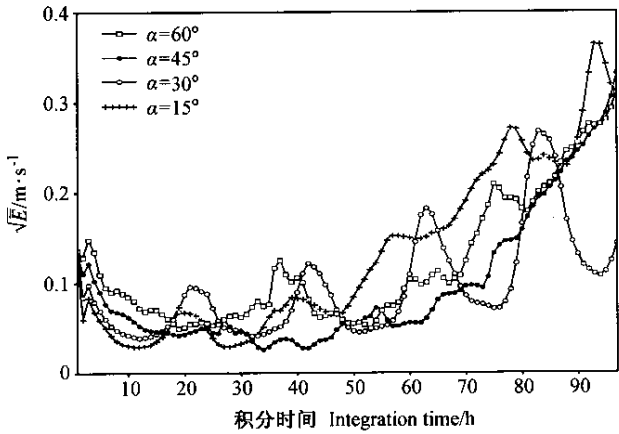


图 7 取 $Ri = 1.1, \zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, L = 50 \text{ km}$ 时非线性不稳定 $\sqrt{E}$ 随积分时间的变化

Fig. 7 Temporal variation of nonlinear instability $\sqrt{E}$ for $Ri = 1.1, \zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, L = 50 \text{ km}$

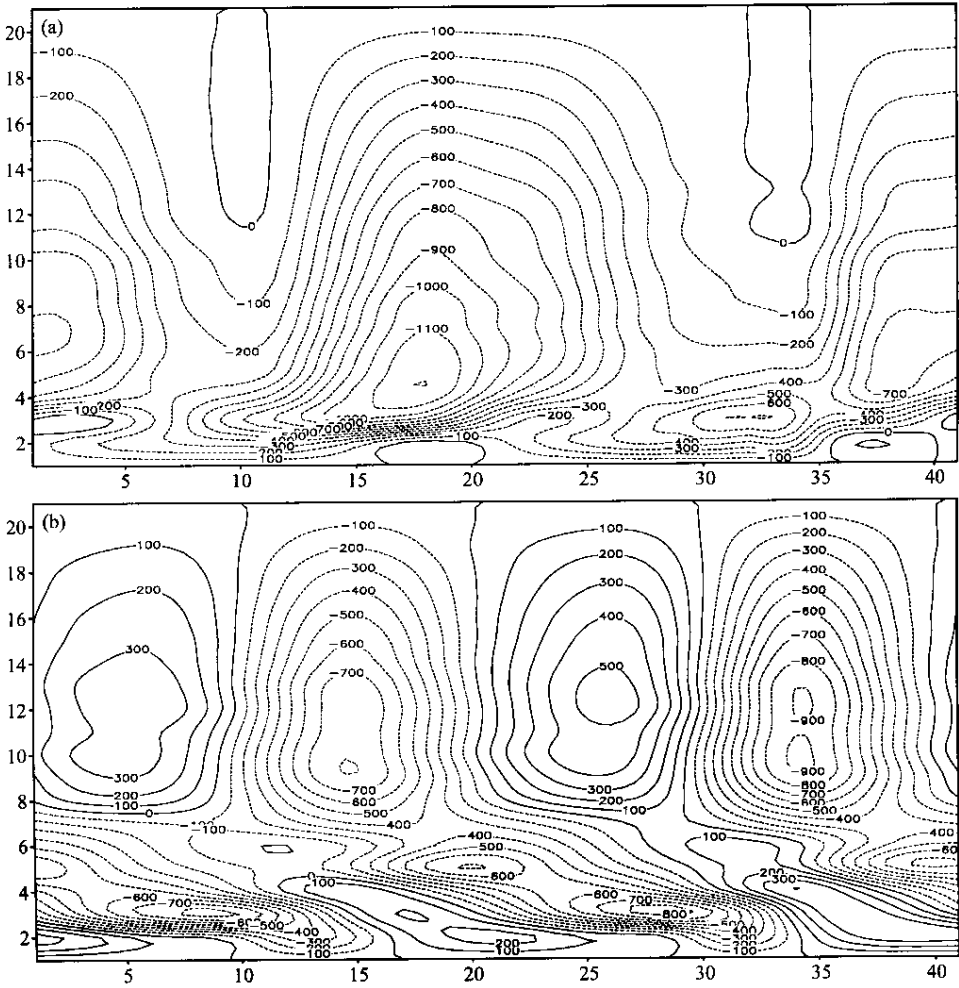


图 8 非线性情况下取 $Ri = 1.1, \zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, L = 50 \text{ km}$ 时积分 96 小时扰动流函数 Ψ 的空间结构 (a) $\alpha = 15^\circ$ (b) $\alpha = 60^\circ$

Fig. 8 The space structure of disturbed stream function Ψ under the nonlinear condition for $Ri = 1.1, \zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, L = 50 \text{ km}$ after 96 hours integration (a) $\alpha = 15^\circ$; (b) $\alpha = 60^\circ$

似,也为一近乎垂直的单圈环流,但此时因有非线性性的作用,负环流的强度增加(图略)。最后要指出,对于线性的情况,无论是 Stone 的理论分析还是我们的数值试验均表明,此时($Ri > 0.95$)均无对称不稳定,但在非线性的情况下,则情况有所不同,在扰动波长较短的情况下,对称不稳定仍然存在,只不过其增长率并非最大而已。

同样为与上面尺度较大的线性不稳定的情况作比较,仍取模式的水平格距为 20 km,时间步长为 240 s, Ri 也取 1.1,初始扰动取 $\zeta_0 = 2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$,其扰动波长 $L = 200 \text{ km}$,而其他参数不变,并取 α 角为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 和 90° 进行了试验。结果表明在 α 角为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 和 60° 时,均有不稳定发生(此时有横波型不稳定而无对称不稳定,注意可与初始扰动取 $L = 12.5 \text{ km}$ 的情况作对比),且在 $\alpha = 15^\circ$ 时有最大增长率。与线性的情况相比较后可知,此时相应于最大增长率的夹角减小了(在此是 15° 而线性情况则为 45°)。这里流函数 ψ 的空间结构也有以上总结的 3 个特点(图略)。

5 结语

本文采用一个二维 Boussinesq 流体的绝热无粘非静力数值模式,对水平面上二维传播的中尺度不稳定进行了数值研究。结果表明:

在线性情况下,当 $Ri < 0.95$ 时,在中尺度波段均有不稳定发生,其中以对称不稳定增长率最大,此时为最重要的不稳定形式且是重力惯性波的不稳定;当 $Ri > 0.95$ 时,则不存在对称不稳定且存在一个波动绝对稳定的区段。不稳定扰动增长率的大小与其空间结构的复杂性有关,增长率越大的扰动其空间结构越简单。此数值研究与文献 [5, 6] 中采用特征值方法得到的结论一致,这也相互印证了这两种方法的正确性。在非线性的情况下,则不稳定发生的范围以及增长率最大的扰动对 α 角的选择性可与线性的情况不一致;在线性稳定的区段在非线性的情况下可有不稳定发生。非线性不稳定的增长率一般较线性不稳定的增长率要小。非线性作用会造成波型的陡凸,从而造成流函数正负环流的不对称和流线的密集。非线性情形下的流型有些与强对流系统的流型相像。

总的说来,在本文数值试验中,扰动的不稳定增长率与实际强对流天气的发展速率相比仍偏小,我们认为,这是未考虑对流凝结加热的缘故。在中尺度天气发展中,对流凝结加热起着非常重要的作用。此外,本文主要是介绍了该数值模式并给出了用该模式所作的

一些数值试验结果,但尚未对这些结果作深入的动力学研究,以揭示连续谱在不稳定中的作用和非线性效应对不稳定的影响。对这些问题我们今后将作进一步的研究。

参考文献

- [1] 高守亭,孙淑清.应用里查森数判别中尺度波动的不稳定.大气科学,1986,10:171~182
Gao Shouting, Sun Shuqing. The instability of mesoscale fluctuation distinguished with Richardson number. Chinese J. Atmos. Sci. (in Chinese), 1986, 10:171~182
- [2] 张可苏.斜压气流的中尺度稳定性, I 对称不稳定.气象学报, 1988, 46(3):258~268
Zhang Kesu. Mesoscale instability of baroclinic stream I: Symmetry instability. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 1988, 46(3):258~268
- [3] 张可苏.斜压气流的中尺度稳定性, II 横波不稳定.气象学报, 1988, 46(3):387~392
Zhang Kesu. Mesoscale instability of baroclinic stream II: Transversal instability. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 1988, 46(3):387~392
- [4] 张铭,张立凤. α 中尺度涡旋波不稳定的研究. 21 世纪大气科学回顾与展望——第三次全国大气科学前沿学科研讨会论文集. 北京:气象出版社, 2000. 149~152
Zhang Ming, Zhang Lifeng. A study of instability of meso- α scale vortex wave. The Review and Prospect of the Atmospheric Science in 21 Century—The Transactions of the Third National Atmospheric Science Front Subject Workshop (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 2000. 149~152
- [5] 张立凤,王琼琼,张铭.垂直切变基流中非地转涡旋波的不稳定.大气科学, 2001, 25:391~400
Zhang Lifeng, Wang Liqiong, Zhang Ming. A study of instability of ageostrophic vortex wave on the condition of vertical shearing basic flow. Chinese J. Atmos. Sci. (in Chinese), 2001, 25:391~400
- [6] 施连俊,张立凤. β 中尺度扰动的不稳定增长率分布.气象科学, 2002, 22(3):273~278
Shi Lianjun, Zhang Lifeng. The distribution of instability growing rate of meso- β scale. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 2002, 22(3):273~278
- [7] Zhang Ming, Zhang Lifeng. Semi-circle theorem of unstable spectrum distribution of heterotropic perturbation and the upper bound estimation of its growth rate. Adv. Atmos. Sci., 2002, 19(1):35~44
- [8] Farrell B F. Model and non-model baroclinic waves. J. Atmos. Sci., 1984, 41(4):668~673
- [9] Farrell B F, Ioannou P J. Generalized stability theory, Part I, II. J. Atmos. Sci., 1996, 53(14):2025~2053
- [10] Bishop C H, Heifetz E. Apparent absolute instability and the continuous spectrum. J. Atmos. Sci., 2000, 57:3592~3608
- [11] Liu Yongming, Mu Mu. Nonlinear stability of generalized Eady's model. J. Atmos. Sci., 2001, 58:821~827
- [12] 张颖,张铭.线性和非线性对称不稳定的数值试验.气象学报,

- 1995 **53** 225 ~ 231
Zhang Ying , Zhang Ming. The numerical research of symmetric instability. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 1995 **53** 225 ~ 231
- [13] 张颖 , 张铭. 线性和非线性横波不稳定的数值研究. 气象学报 , 1998 **56** (4) 447 ~ 457
Zhang Ying , Zhang Ming. The numerical study of linear and nonlinear transverse instability. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 1998 **56** (4) 447 ~ 457
- [14] 王丽琼. α 中尺度稳定性的研究. 中国人民解放军理工大学硕士研究生学位论文 2000
Wang Liqiong. A study of meso- α scale instability. M. S. thesis (in Chinese), Meteorological College , PLA University of Science and Technology 2000
- [15] Stone P H. On non-geostrophic baroclinic stability. *J. Atmos. Sci.* , 1966 **23** 390 ~ 400