

资料同化中二维特征长度随模式分辨率变化的分析研究

龚建东

国家气象中心, 北京 100081

摘 要 特征长度是资料同化中的重要参量, 决定了观测信息在空间的传递特征, 而特征长度随模式水平分辨率增减而变化的特点与背景误差湍流功率谱分布特点密切相关。通过对不同来源实际资料计算获得的特征长度数据分析和对理想数据数值试验分析, 结果表明随着模式分辨率的提高, 特征长度会按照二次根的规律递减。特征长度的这种变化由背景误差湍流功率谱, 特别是与次天气尺度(20~60 波)到中尺度波(大于 60 波)的湍流功率谱斜率特征决定。当湍流功率谱斜率从 $-5/3$ 变化到 -4 时, 特征长度随模式分辨率变化的敏感性降低。作者估计出的温度场的实际背景误差湍流功率谱斜率在次天气尺度到中尺度大约在 -2.8 左右。对特征长度的估计除传统方法外, 可以根据背景误差的湍流功率谱斜率特征来更方便地给出, 该方法可作为传统方法的补充来匹配应用。

关键词 特征长度 背景误差湍流功率谱 模式分辨率

文章编号 1006-9895 (2007) 03-0459-09

中图分类号 P435

文献标识码 A

The Analysis on Variation of Horizontal De-correlation Length with Model Resolution in Data Assimilation System

GONG Jian-Dong

National Meteorological Centre, Beijing 100081

Abstract De-correlation length of background error covariance is one of the most important parameter in data assimilation system, it determines the spatial spread of observation information. The theoretic results show that de-correlation length defined in global domain with harmonic space and in regional domain with Bessel function space is equal, it is determined by all power spectra of background errors. The de-correlation length is shorter when the wave number is larger, or model resolution is higher, and the rate of variation is decided by the slope of global power spectra. The atmospheric energy power spectra obey the law of -3 in synoptic scale (4 - 20 wave numbers) and the law of $-5/3$ in mesoscale (larger than 60 wave numbers). This law is not changed with season and model domain, but the power spectra of background error in mesoscale is greater than power $-5/3$ due to model dissipation. The high dissipation tends to increase the slope and to deviate the power spectra of background errors away from atmospheric power spectra. By comparing and analyzing various sources of de-correlation length data provided by the published papers and background files from NWP models, the results show that de-correlation length and model resolution will basically obey the law of square-root of two when model resolution is less than 350 km. In an ideal numerical experiment, the power spectra of background errors within synoptic scale are set to be the same as Fig. 6 of Rabi-er et al. (1998). From subsynoptic scale to mesoscale, the slope of horizontal autocorrelatoin spectra as a function

of horizontal total wavenumber in a log-log graph is set varying from $-5/3$ to -4 . The results also show that the decrease of de-correlation length is slower as model resolution increases, and the sensitivity of de-correlation length to model resolution is reduced. The slope of -2.8 is most fitting to real data for temperature.

This paper provides one method to estimate de-correlation directly based on energy power spectra of background error, and is different to other estimation methods, such as innovation vector method, and NMC-method etc. The innovation method is based on density radio-sonde data in observation space, and the domain is within 3000 - 4000 km and the distance between stations is larger than 300 km. That means the innovation method can only provide power spectra within 10 - 70 wave numbers. The NMC-method based on model space, and it can provide power spectra for all wave number resolved by model resolution. Both methods have no ability for high model resolution. The merit of this method in this paper is that it can directly use the power spectra derived from ideal or real background error with slope of -2.8 to estimate temperature de-correlation length, and this is also helpful when the model resolution is high. it does not need to recalculate background error covariance again with NMC-method. It can directly use old background field from NWP model after only tuning the de-correlation length using the relationship described above.

Key words background error covariance, de-correlation length, slope of error energy spectra, model horizontal resolution

1 引言

数值天气预报已经成为预报未来天气演变的主要工具。近 20 年来数值预报水平的提高与资料同化的发展密不可分,特别是三维/四维变分资料同化技术的采用和卫星等大量遥感非常规资料的应用^[1],有效地提高了初值分析场的精度。资料同化的本质是在综合考虑观测信息、背景初猜值信息后,依据各自的误差特征对大气实况给出最佳的估计^[2]。在资料同化中需要考虑这些因素:(1)多变量之间的约束关系或平衡关系,如高度场与风场之间的平衡关系、温度与相对湿度的约束关系、行星边界层中的旋转风与辐散风的耦合关系等;(2)单变量的水平/垂直自协方差^[2]。不同的资料同化系统对这两个因素有不同的简化表达方式,如对单变量水平/垂直协方差通常在垂直方向采用经验正交展开(EOF),而在水平方向多采用递归滤波技术或者球谐谱正交基底^[3~5]。无论如何,在水平方向上最关键的因素是背景误差方差和水平相关特征长度(简称特征长度),特别是后者决定了观测资料的影响范围。

然而,特征长度与模式的水平分辨率密切相关,而且在不同高度特征长度会发生显著变化。以 MM5 三层嵌套模式为例, Barker 等^[5]发现对不同的嵌套区域随着分辨率提高特征长度会显著减小,这表明特征长度与大气的某种固有特质有关。一种

合理的解释是随着分辨率的提高更短的波能够被数值预报模式所描述,因此可以肯定的说,特征长度与模式分辨率的关系其实主要是特征长度与大气波数特征的关系,这种关系决定了当更短的波数被考虑时,水平的空间相关关系会更短。但这种定性的分析不会对实际工作有更大的帮助,需要知道其中的具体关联关系。

Nastrom 等^[6]和 Gage 等^[7]利用飞机报告资料得出了大气二维湍流功率谱分布特征,对于天气尺度波基本上满足 -3 次方定律,而对于更短的波基本满足 $-5/3$ 次方定律。这一定律对于认识大气特征非常有益。而大气的这种能谱分布特征能否解释特征长度随分辨率提高而减小的特点,正是本文的着眼点。本文尝试利用大气的二维湍流功率谱分布特征和特征长度的定义公式,揭示其中的关联关系。

2 背景误差湍流功率谱的特点

2.1 实际大气的湍流功率谱特征

文献^[6, 7]分析了全球大气采样计划(Global Atmospheric Sampling Program, GASP, 1975 ~ 1979)期间超过 6900 条商业航线资料观测到的风场和温度场。这些航线大多位于 $30^{\circ}\text{N} \sim 50^{\circ}\text{N}$ 对流层的中高层,绝大部分航线呈东西方向。研究表明对流层中上层在天气尺度波(4~20 波)功率谱随波数增加近似的按照斜率 -3 规律递减,而在

中尺度波(大于 60 波)近似的按照斜率 $-5/3$ 递减。从天气尺度波到中尺度波之间为次天气尺度波(20~60 波),它的功率谱非常连续光滑的过渡,没有显著的跳跃现象。不同文献的结果表明,大气的这种特点非常稳定,不随季节、海陆分布、对流层的高低位置有明显的系统性的变化。

然而,利用数值预报模式模拟出来的湍流功率谱特征与实际大气的湍流功率谱特征在次天气尺度到中小尺度波会出现显著的差异。Tung 等^[8]的模拟工作和 Skamarock 等^[9]在评估中尺度数值预报模式表现时发现,由于模式中耗散作用的存在,会使次天气尺度到中尺度波的斜率特点明显变化,在有些情况下斜率远离 $-5/3$ 而更接近 -3 。数值预报模式中的耗散作用(耗散项)对模式数值积分的稳定性至关重要,而它的作用同时会使得湍流功率谱斜率特征偏离实际大气应该具备的特点。在 WRF (Weather Research and Forecasting) 模式中,采用了四阶龙格-库塔时间积分算法^[10],可以关闭模式中保证计算稳定的耗散项,使得模式对 8 倍格距左右的波能有更精确的描述,这对于中尺度现象的模拟非常重要。然而,现有全球中期数值预报模式普遍采用耗散项以保证时间积分的稳定,这对于中尺度现象模拟不是非常理想。

2.2 背景误差湍流功率谱特征

关于背景误差湍流功率谱特征,在诸多文献中都曾提及或隐含暗示。Rabier 等^[4]利用欧洲中期天气预报中心全球中期模式 T106L31 的 24 小时与 48 小时在同一时刻的预报偏差来表示背景误差的增长,采用所谓的 NMC 方法^[11]对背景误差湍流功率谱特征进行了分析,分析结果表明在能谱-波数双对数图中,对质量场(即位势高度)在 500 hPa 高度,功率谱从 1~5 波逐步增大,到 6~10 波达到最大值,然后逐步降低,在 20~60 波呈现出大约 -3.2 斜率,在 60~90 波呈现 -4.5 的斜率,而且在不同的高度斜率呈现出不同的特点,不同的变量也呈现出了不同的特征。20~60 波相当于波长在 667~2000 km 范围内,属于次天气尺度波范围,60~100 波相当于波长在 400~667 km,属于中尺度波范围。在文献[4]的表 1 中给出 100 hPa、200 hPa、500 hPa、850 hPa 这 4 个高度上,质量场在 20~60 波的斜率依次为 -2.8 、 -3.5 、 -3.2 、 -3.1 ,60~100 波上的斜率依次为 -4.0 、 -3.6 、 -4.7 、

-4.4 。概括起来在次天气尺度波斜率为 -3 左右,而在中尺度波斜率在 -4 左右,在 10~20 波,即波长为 2000~10000 km 的天气尺度波中,斜率要小得多,在 $-5/3$ 左右。同时也可以发现在行星尺度波,功率谱能量比较小。背景误差功率谱最大主要集中在 4~20 波的天气尺度波中。由于 T106 模式不能分辨大于 106 波以上的特征,可以近似地认为 100 以上的波仍然属于中尺度波,斜率在 -4 左右,这种假设不会带来太大的误差。

背景误差湍流功率谱特点也可以从观测空间计算获得。在基于更新矢量(Innovation Vector)方法的许多研究工作^[12~15]中都揭示出对于质量场在 20~60 波的斜率在 -3 左右(见文献[14]中图 7、文献[15]中图 3b),而对于 60 波以上的中尺度波,因为噪音太大而不能给出合理的结果。

对比实际大气的湍流功率谱与背景误差湍流功率谱,可以明显地发现这几个特点,一是行星尺度波的背景误差比较小,这是合理的,一方面行星尺度波演变缓慢,另一方面因为空间尺度大,现有观测系统能对它有非常精确的观测,从而通过同化分析系统给予有效的校准。二是天气尺度波背景误差湍流功率谱最大,这是大气中非常活跃的一部分。三是从次天气尺度波开始背景误差湍流功率谱的斜率偏离 $-5/3$,开始接近 -3 ,有些情况超过 -3 达到 -4 左右。回顾前节对数值预报模式性能的描述,可以发现相对于数值预报模式模拟的湍流功率谱,背景误差湍流功率谱更加偏离实际大气斜率的 $-5/3$ 特征,这表明背景误差湍流功率谱的偏离一方面是数值预报模式本身能力的限制,另一方面,通过 NMC 方法获得的背景误差湍流功率谱对中小尺度刻画得不好。在后文中还会探讨这种偏差对特征长度估计造成的影响。

3 特征长度定义

3.1 全球特征长度定义

对于二维球面空间 Ω ,格点空间上的点多采用二维球谐谱空间来展开。Courtier 等^[3]对二维空间特征长度的定义给出详细的推导,本文略作概括性的回顾。设 x 是二维球面空间的一个标量场,而 Y_n^m 是球谐谱空间的正交基底,则 x 可以在该基底上展开,写成

$$x = \sum_n \sum_{m=-n}^n x_n^m Y_n^m, \quad (1)$$

式中, m 为纬向波数, n 为二维总波数, Y_n^m 满足

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\Omega} Y_n^m Y_n^{m*} d\Omega = 1, \quad (2)$$

其中, m^* 为 m 的共轭。

设球面上相对于球心夹角为 θ 的两个点 P 和 Q , 无偏随机矢量为 δ_P 、 δ_Q , 其期望值为零, 则 P 和 Q 间的二维协方差可以表示为

$$\langle \delta_P, \delta_Q^T \rangle = f(\theta) = \left\langle \sum_n \sum_{m=-n}^n (\delta_P)_n^m Y_n^m, \sum_{n'} \sum_{m'=-n'}^{n'} (\delta_Q)_{n'}^{m'} Y_{n'}^{m'*} \right\rangle. \quad (3)$$

在各项同性、均质的假设条件下, 协方差不随方位角而变化, 这只有在当且仅当 $Y_n^m = Y_{n'}^{m'}$, 才能成立, 所以写成

$$f(\theta) = \sum_n \sum_{m=-n}^n (\delta_n^m)^2 Y_n^m = \sum_n \sqrt{2n+1} \delta_n^2 Y_n^0, \quad (4)$$

式中, δ_n^2 为二维总波数为 n 的平均方差, Y_n^0 为纬向平均的球谐谱函数, 相当于 0 阶勒让德函数 P_n^0 。当 P 点和 Q 点重合时, 有

$$f(0) = \sum_n \sqrt{2n+1} \delta_n^2 P_n^0(1) = \sum_n \delta_n^2 (2n+1). \quad (5)$$

令 $b_n = (2n+1) \delta_n^2$ 为给定二维总波数为 n 的总方差, 即背景误差湍流功率谱大小。依据特征长度的定义^[2], 可以表示为

$$L_s^2 = -2 \frac{f(0)}{\nabla^2 f(0)} = 2a^2 \frac{\sum_n b_n}{\sum_n b_n n(n+1)}, \quad (6)$$

其中, a 为地球半径, ∇^2 为拉普拉斯算子。

3.2 区域特征长度定义

在各项同性、均质条件假设下, 二维有限区域空间上的背景误差协方差也可以用贝塞尔函数展开来表示^[2]。设 x 是二维有限区平面空间的一个标量, 而 $J_0(r)$ 是贝塞尔函数正交基底, r 为相对于坐标原点的径向距离, 则 x 可以在该基底上展开, 写成

$$x = \sum_k x_k J_0(kr) k, \quad (7)$$

式中, k 为局地波数。

设空间距离为 r 的两个点 P 和 Q , 无偏随机矢量 δ_P 、 δ_Q , 其期望值为零, 则 P 和 Q 间的二维协方

差可以表示为

$$\langle \delta_P, \delta_Q^T \rangle = f(r) = \left\langle \sum_k x_k J_0(kr) k, \sum_{k'} x_{k'} J_0(k'r) k' \right\rangle. \quad (8)$$

利用贝塞尔函数的正交性, 这只有在当且仅当 $J_0(kr) = J_0(k'r)$ 时才能成立, 所以式 (8) 写成

$$f(r) = \sum_k x_k^2 J_0(kr) k^2. \quad (9)$$

当 P 点和 Q 点重合时, 有

$$f(0) = \sum_k x_k^2 J_0(0) k^2 = \sum_k x_k^2 k^2. \quad (10)$$

依据特征长度的定义, 可以表示为

$$L_s^2 = -2 \frac{f(0)}{\nabla^2 f(0)} = 2D^2 \frac{\sum_k x_k^2 k^2}{\sum_k x_k^2 k^4}, \quad (11)$$

其中, $D = 3000$ km 为柱坐标空间在径向的水平截断距离。

3.3 区域特征长度与全球特征长度关系

由局地波数 k 与全球波数 n 的关系^[13, 14]: $n(n+1) = (ak/D)^2$, 带入 (11) 式, 得到

$$L_s^2 = -2 \frac{f(0)}{\nabla^2 f(0)} = 2a^2 \frac{\sum_n x_n^2 n(n+1)}{\sum_n x_n^2 n^2(n+1)^2}. \quad (12)$$

令 $b_n = n(n+1) x_n^2$ 为给定二维总波数为 n 的总方差, 相当于功率谱大小, 则 (12) 式为

$$L_s^2 = -2 \frac{f(0)}{\nabla^2 f(0)} = 2a^2 \frac{\sum_n b_n}{\sum_n b_n n(n+1)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

与公式 (6) 完全一致。这表明无论采用哪种方式, 其对特征长度的描述是一致的。特征长度都依赖于背景误差湍流功率谱和波数数目。

4 特征长度随分辨率变化的理论分析

由特征长度的定义 (13) 式可见, 特征长度的变化敏感地依赖于背景误差湍流功率谱的数目, 即与分辨率密切相关。当模式分辨率增加时, 更高波数的功率谱被考虑进特征长度的定义中。现在需要在已知背景误差功率谱变化的情况下, 研究特征长度变化规律。然而从 (13) 式中直接推导关系比较困难。

为方便定性讨论, 取背景误差功率谱按照斜率

为-3 变化, 则特征长度的变化表示为

$$L_s^2 = -2 \frac{f(0)}{\nabla^2 f(0)} = 2a^2 \frac{\sum_n b_n}{\sum_n b_n n(n+1)} = 2a^2 \frac{\sum_n n^{-3}}{\sum_n n^{-2} + \sum_n n^{-1}}, n = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (14)$$

由式(14)可见, 当波数增加时, 分子按-3 次方增加而分母按-1 次方增加, 也即分子增加慢而分母增加快, 这就造成特征长度随分辨率的提高而减小。对有规律的级数求和, 数学上可以利用下式进行高精度的估计:

$$\sum_{t=0}^n f(t) = \int_0^n f(t) dt + \frac{1}{2} [f(0) + f(n)] + \left[\frac{1}{12} f'(t) - \frac{1}{720} f^{(3)}(t) + \frac{1}{30240} f^{(5)}(t) \right] \Big|_{t=0}^{t=n}, \quad (15)$$

由(15)式, 可依次计算级数和为

$$\sum_{n=1}^N n^{-1} \approx \frac{7}{12} + \frac{1}{2N} + \ln N, \quad (16-1)$$

$$\sum_{n=1}^N n^{-2} \approx \frac{5}{3} - \frac{1}{N} + \frac{1}{2N^2}, \quad (16-2)$$

$$\sum_{n=1}^N n^{-3} \approx \frac{6}{5} - \frac{1}{2N^2} + \frac{1}{2N^3}. \quad (16-3)$$

当 N 足够大时, (14) 式近似表示为

$$L_s^2 = 2a^2 \frac{\sum_n n^{-3}}{\sum_n n^{-2} + \sum_n n^{-1}} \approx \frac{2.4a^2}{2.25 + \ln N}. \quad (17)$$

利用波数与波长的关系 $N = \pi a / \Delta x_N$, 代入(17)式, 可得:

$$L_s^2 = \frac{2.4a^2}{2.25 + \ln(\pi a) - \ln(\Delta x_N)}. \quad (18)$$

式(18)表明, 特征长度是由最短波长(或模式分辨率)所决定的, 当模式分辨率越小, 则分母越大, 特征长度越短。当模式分辨率无限小时, 特征长度趋于某一定值。此外, 特征长度与模式分辨率不是线性关系。

同样, 假设在背景误差湍流功率谱按照斜率为-2 变化, 则特征长度的变化表示为

$$L_s^2 = 2a^2 \frac{\sum_n n^{-2}}{\sum_n n^{-1} + \sum_n 1} \approx \frac{3.34a^2}{0.58 + \ln(\pi a) + \frac{\pi a}{\Delta x_N} - \ln(\Delta x_N)}. \quad (19)$$

这与斜率按-3 变化基本一致, 但当模式分辨率无限小时, 分母无限大, 特征长度趋于零, 这与公式(18)显著不同, 这表明当斜率变小时特征长度的变化更为明显。(18)和(19)式的获得都是假设背景误差湍流功率谱对数按一定的斜率变化。实际上, 在不同的尺度背景误差湍流功率谱对数的变化规律各不相同。Rabier 等^[4]分析结果就表明在能谱-波数双对数图中, 对质量场在 500 hPa 高度功率谱从 1~5 波逐步增大, 到 6~10 波达到最大值, 然后逐步降低, 在 20~60 波呈现出大约-3.2 斜率, 在 60~90 波呈现-4.5 的斜率。因此, 很难套用(18)和(19)式由模式分辨率估算特征长度。这两式中的参数敏感地依赖于长波至次天气尺度波部分的选择。当波数比较大时, 在误差功率谱按照斜率为-3 变化情况下, 将对数展开后, (18)式可以写成

$$L_s^2 = \frac{Aa^2}{B - \ln(\Delta x_N)}, \quad (20)$$

式中, A 、 B 是由长波至次天气尺度波部分的功率谱特点决定。

5 数据与试验分析

5.1 实际数据分析

现有文献中通过 NMC 方法获得的背景误差特征长度屡见不鲜。Rabier 等^[4]给出欧洲中期天气预报中心(ECMWF) T106L31 模式的不同控制变量的特征长度, Barker 等^[5]给出 MM5 模式两个嵌套区域 135 km、45 km 不同控制变量的特征长度。Xu 等^[15]给出美国海军 NOGAPS 模式 T159 分辨率的特征长度, 此外美国国家环境预报中心(NCEP)也有 T254、T170、T126 三种分辨率的特征长度(数据直接从背景误差文件中获得)。在国家气象中心, 运行全球中期 T213L31 业务模式与 T63L31 试验模式, 中尺度 MM5 模式的三个嵌套区域分辨率依次为 27 km、9 km、3 km。单从质量场而言, 有的研究^[15]给出的是高度场, 而另外一些研究^[4, 5]给出的是温度场, 为统一可比起见, 需要将这些场进行归一化。Rabier 等^[4]的统计结果表明在对流层中底层(400 hPa 以下), 质量场与温度场的特征长度有比较恒定的比例关系(见文献^[4]中图 7), 约为 1.8 左右, 可由质量场估算温度场的特征长度。在同时有质量场与温度场时, 取估算结

表 1 温度的不同特征长度估计及其来源

Table 1 The various temperature de-correlation length and origin

序号 No.	模式 Model	样本来源 Origin	模式分辨率 Model resolution/km	对应最小波数 Minimum wavenumber	估计出的特征长度 Estimated de-correlation length/ km
1	T63L28	NMC/CMA	315	63	~340
2	T106L31	ECMWF	188	106	~280
3	T126L28	NCEP	158	126	~260
4	T159L24	NRL	125	159	~226
5	T170L42	NCEP	117	170	~210
6	T213L31	NMC/CMA	94	213	~195
7	T254L64	NCEP	79	254	~165
8	MM5-27 km	NMC/CMA	27	741	~119
9	MM5-9 km	NMC/CMA	9	2222	~63
10	MM5-3 km	NMC/CMA	3	6667	~25
11	MM5-135 km	NCAR	135	148	~275
12	MM5-45 km	NCAR	45	444	~183

注: NMC/CMA 为国家气象中心缩写。

Note: NMC/CMA, National Meteorological Centre/China Meteorological Administration.

果与温度场两者计算的平均。取 500 hPa 温度场的结果, 并将这些特征长度按对应的波数或模式分辨率进行排列(表 1)(注意谱模式所对应的格点分辨率是按照 $\Delta x_N = 40000 \text{ km}/2N$ 来计算, N 为波数。在有些谱模式中采用二次高斯格点, 用三个高斯格点分辨一个波, 对应的格距要更小些)。

如表 1 所示, 分析这些特征长度的规律可以发现, 随着模式分辨率的提高, 特征长度近似呈现出幂函数递减的特征。当模式分辨率趋于 0 时, 特征长度也逐步趋于 0。值得注意的是, 相对于较长的波长, 在较短的波长特征长度衰减速率要快得多。利用幂函数对第 1~10 个样本进行了拟合, 对 NCAR 样本(简称 D04 样本)单独列出来。得到如下拟合表达式

$$L_T = 25^2 \sqrt{\Delta x}, \quad (21)$$

其中, L 与 Δx 的单位都是 m, 下标 T 表示温度, 结果如图 1 所示。这个结果与理论分析的结论略有出入, 可以作为高波数(模式分辨率较小)情况下的近似。可以发现这个拟合结果与实际样本非常接近, 换言之, 通过 NMC 方法或者 IV 方法获得的特征长度其不确定性非常小。将这条幂函数拟合曲线简称为实拟曲线。同时, 注意到 D04 样本要比其他业务中心的样本在相同分辨率下特征长度要大一些, 其原因在后文中解释。

5.2 理想试验分析

尽管, 实际数据的分析表明随着模式分辨率的

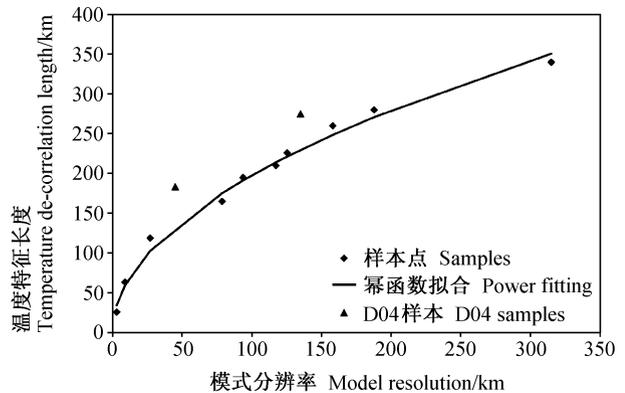


图 1 利用表 1 数据对特征长度样本进行的拟合

Fig 1 Power fitting temperature de-correlation length with table 1 data

减小, 特征长度会按照二次根减小, 这表明更多的波数被模式所描述时造成特征长度变短。但是特征长度变短的规律究竟与背景误差湍流功率谱的斜率存在怎样的关系, 并不能从实际数据中予以揭示。我们可以利用理想的背景误差湍流功率谱斜率分布特征来考察其对特征长度的影响。

按照 Rabier 等^[4]给出 ECMWF 的 T106L31 模式 500 hPa 位势高度的背景误差功率谱变化特点, 本文设计了这几组对比试验, 对 20 波以内的背景误差湍流功率谱斜率参照文献[4]中图 6 给出, 对大于 20 波的背景误差湍流功率谱斜率依次取为 $-5/3$ 、 -2.5 、 -2.8 、 -3 、 -3.2 、 -3.5 、 -4 , 具

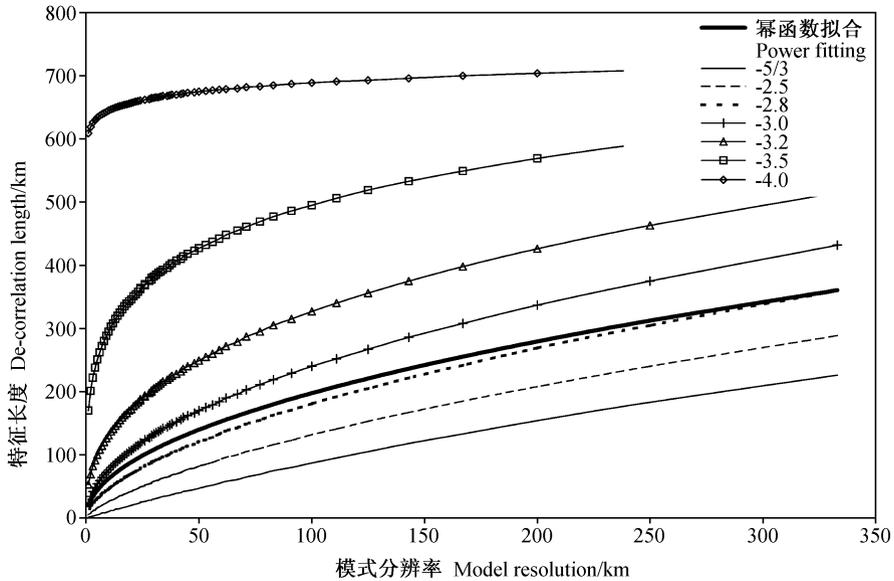


图2 不同斜率的背景误差湍流功率谱情况下特征长度与模式分辨率的关系

Fig. 2 The correlation between de-correlation length and model horizontal resolution with various slope of background error power spectra

体为

$$\begin{cases} b_0 = 0, \\ b_n = \frac{10^{-3}}{2 - 0.1n}, & n = 1, 10, \\ b_n = n^{-3}, & n = 11, 20, \\ b_n = n^{-p}, & p = 5/3, 2.5, 2.8, 3, 3.2, 3.5, 4, \\ & n = 21 \sim 6667. \end{cases} \quad (22)$$

利用全球特征长度的定义, 依次计算不同模式分辨率下特征长度的变化, 同时给出实拟曲线的结果。图2给出试验结果。

由图2可见, 一个显著的特征是, 随着背景误差湍流功率谱斜率从 $-5/3$ 变化到 -4 , 相同模式分辨率下的特征长度不断变长, 衰减的速率不断变慢。当斜率为 -4 时, 特征长度基本上呈现出不随模式分辨率变化的特点。对于斜率 $-5/3$ 到 -3.2 的情况, 随着模式分辨率的减小, 特征长度都逐步趋向于0。对比实拟曲线可以发现, 特征长度变化规律都与不同系数的二次根曲线变化规律非常接近, 而当斜率为 -2.8 左右时, 与实拟曲线非常接近。这表明, 数值预报模式在次天气尺度到中尺度尺度, 其温度背景误差湍流功率谱大致按照 -2.8 的规律变化, 这与实际大气 $-5/3$ 规律有较大的差

异。这个结论也反映出数值预报模式由于耗散作用的存在, 在中小尺度对实际大气的模拟不完全准确。Skamarock等^[9]在评估中尺度数值预报模式时也注意到在模式所能分辨的最短波部分, 偏离实际大气 $-5/3$ 规律更为明显, 这也可以用来解释Rabier等^[4]工作中 $60 \sim 100$ 波上的斜率为 -4.0 左右, 他所用的是T106模式, 出现这样的结论非常合理。

此外, 我们也注意到随着斜率的变化, 相同的模式分辨率下特征长度的差异非常大, 如斜率为 -2.5 与斜率为 -3.0 时在 70 km的模式分辨率下特征长度的估计能差出1倍, 分别为 100 km与 200 km。这个差距非常显著。Barker等^①给韩国气象厅调整MM5模式背景误差特征长度时, 也发现用NMC方法估计的特征长度与更新矢量方法估计的特征长度差异非常显著, NMC方法的特征长度应当乘以 0.5 来实际应用。从本文的分析来看, 主要原因在于背景误差湍流功率谱斜率过大, 换言之, 是MM5模式的耗散作用过强, 使得模式在中尺度部分与实际大气偏离太大造成。

6 总结

作为资料同化中非常重要的一个参数, 背景误

① 2003年在中国北京举行的第二次WRF-GRAPES联合学术研讨会大会报告

差的特征长度决定着观测信息的影响范围,然而该特征长度在不同的资料同化系统中有不同的定义。本文的工作对这种现象作了初步解释,主要结论有两方面,一是随着模式分辨率的提高,特征长度会按照二次根的规律递减,这是通过不同业务单位在不同文献与数据文件中给出的结果以及背景误差湍流功率谱分布特点获得的。二是特征长度的决定与背景误差湍流功率谱的斜率分布密切相关,特别是与次天气尺度(20~60波)到中尺度波(大于60波)的背景误差湍流功率谱斜率特征密切相关。实验证明当背景误差湍流功率谱斜率从 $-5/3$ 变化到 -4 时,特征长度随模式分辨率变化的敏感性在降低,这也从侧面表明,模式对中小尺度过程的模拟能力,或者说模式中耗散作用的强弱,对背景误差湍流功率谱的决定以及特征长度的影响都非常关键。WRF模式通过四阶龙格-库塔时间积分方案^[10]可以省略积分耗散项,一方面提高对中小尺度过程的模拟能力,另一方面也使得特征长度的估算更接近大气实际状况。

对背景误差特征长度的估计方法有更新矢量方法^[12~16](Innovation Vector)与NMC方法^[11],二者的估计原理差别较大,也有各自的局限性。更新矢量方法在观测空间进行,其核心思路是先求取观测与背景初猜值间的偏差量,而该偏差量等价于观测误差与背景误差之差,下一步通过样本的无偏、均质、各项同性假设,以及观测误差与背景误差不相关,各站点之间观测误差不相关假设,并利用贝塞尔函数分离观测误差与背景误差。其优点是估计出来的结果较为准确,但其固有的局限性主要表现在针对探空观测,适合于观测系统比较均匀的大陆地区,如欧洲、北美和东亚等区域。由于这些区域的范围都在三四千公里以内,探空站间距在300 km以上,更新矢量方法只能给出10~60波之间的波谱特征,不能给出更短的波谱特征,也即对中尺度背景误差特征长度的估计无能为力。与此相反NMC方法在模式空间进行,其核心思路是利用在同一时刻两个不同时效的预报偏差场模拟6小时背景误差,并以这些偏差场作为样本估计背景误差协方差。其优点是所需要的假设非常少,能涵盖模式分辨率所需的所有波谱和模式垂直层次背景误差协方差特征,解释不同变量间的平衡/约束关系;其缺点是利用NMC方法模拟6小时背景误差的成

立程度,因此估计出的特征长度往往比更新矢量方法偏长,需要校准。同样,NMC方法不能给出低于模式分辨率的特征长度。在一般情况下当模式分辨率提高后,需要有与之匹配的背景误差协方差。然而,背景误差协方差的计算需要在模式分辨率确定并长期运行后利用NMC方法来估计。本文的工作意义在于,利用已有的背景误差协方差,对其特征长度参数进行调整,同时匹配方差的调整,就可以初步应用于新的模式分辨率,这对于模式变动的实现非常有帮助。

与更新矢量和NMC方法不同,本文的基础是实际大气的湍流功率谱分布特点。一些专家(如Nastrom等^[6]和Gage等^[7])的研究结果表明大气湍流功率谱的斜率分布特征非常稳定,不随时间、空间、位置有明显的系统性变化。模式模拟出的大气湍流功率谱的斜率分布特征应当与实际大气一致,但受到预报模式耗散作用的影响,使模拟的中小尺度湍流功率谱的斜率分布特征变大,偏离实际大气的特点,而超长波至次天气尺度波与实际大气一致。因此,Rabier等^[4]给出的天气尺度波以内的背景误差湍流功率谱结果基本可信,而次天气尺度到中尺度波的背景误差功率谱的斜率分布特点应大于实际大气的分布特点,这与模式的模拟能力有关,理想情况下可与实际大气 $-5/3$ 一致,实际情况对温度场可取为 -3 ,而本文通过实际样本给出的斜率结果为 -2.8 ,都要明显大于实际大气。因此,在估计背景误差特征长度时,可以直接利用公式(22)数据(其中 p 取为 -2.8)与公式(6),对背景误差中温度的特征长度进行估计,不受模式分辨率的限制。对风场也可以采用类似的方法。

参考文献 (References)

- [1] McNally A P, Derber J C, Wu W S, et al. The use of TOVS level-1 radiances in the NCEP SSI analysis system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2000, **129**: 689~724
- [2] Daley R. *Atmospheric Data Analysis*. New York: Cambridge University Press, 1991. 457 pp
- [3] Courtier P, Andersson E, Heckley W, et al. The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). I: Formulation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1998, **124**: 1783~1807
- [4] Rabier F, McNally A, Andersson E, et al. The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). II: Structure functions. *Quart. J. Roy. Meteor.*

- Soc.*, 1998, **124**: 1809~1829
- [5] Barker D M, Huang W, Guo Y R, et al. A three-dimensional variational data assimilation system for MM5: Implementation and initial results. *Mon. Wea. Rev.*, 2004, **132**: 897~914
- [6] Nastrom G D, Gage K S. A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J. Atmos. Sci.*, 1985, **42**: 950~960
- [7] Gage K S, Nastrom G D. Theoretical interpretation of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft during GASP. *J. Atmos. Sci.*, 1986, **43**: 729~740
- [8] Tung K K, Orlando W W. The k^{-3} and $k^{-5/3}$ energy spectrum of atmospheric turbulence: Quasigeostrophic two-level model simulation. *J. Atmos. Sci.*, 2003, **60**: 824~835
- [9] Skamarock W C. Evaluating mesoscale NWP models using kinetic energy spectra. *Mon. Wea. Rev.*, 2004, **132**: 3019~3032
- [10] Wicker L J, Skamarock W C. Time-splitting methods for elastic models using forward time schemes. *Mon. Wea. Rev.*, 2002, **130**: 2088~2097
- [11] Parrish D F, Derber J C. The national meteorological center's spectral statistical-interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, 1992, **120**: 1747~1763
- [12] Rutherford I D. Data assimilation by statistical interpolation of forecast error fields. *J. Atmos. Sci.*, 1972, **29**: 809~815
- [13] Hollingsworth A, Lönnberg P. The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part I: The wind field. *Tellus*, 1986, **38A**: 111~136
- [14] Lönnberg P, Hollingsworth A. The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part II: The covariance of height and wind errors. *Tellus*, 1986, **38A**: 137~161
- [15] Xu Q, Li W. Estimation of three-dimensional error covariances. Part I: Analysis of height innovation vectors. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 2126~2135
- [16] 庄照荣, 薛纪善, 庄世宇, 等. 资料同化中背景场位势高度误差统计分析的研究. *大气科学*, 2006, **30** (3): 533~544
Zhuang Zhaorong, Xue Jishan, Zhuang Shiyu, et al. A study of the statistical analysis of the geopotential height background errors in the data assimilation. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2006, **30** (3): 533~544