集合预报中动态调整的增长模繁殖及其 对自由繁殖的改进

于永锋1,2 张立凤1,3 罗雨1

1 解放军理工大学气象学院,南京 211101

2 南海舰队海洋水文气象中心,湛江 524001

3 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室,北京 100029

摘 要 用增长模繁殖(BGM)法产生集合预报初始扰动的过程中,对增长模适时的进行调整是有必要的。介绍 了动态调整的方法,利用 T63L9 全球谱模式,通过数值试验考察了在繁殖过程中采用动态调整时增长模的增长 和饱和情况,并与自由繁殖试验作了相应的比较。结果表明:动态调整情况下,各层扰动的增长率可以达到一个 比较大的数值;在形态饱和方面,动态调整能在很大程度上克服自由繁殖时低层扰动饱和时间滞后的缺陷;综合 考虑,动态调整下扰动饱和时间可比自由繁殖缩短1天以上,且饱和特征更加明显。

关键词 增长模繁殖 调整 初始扰动 集合预报

文章编号 1006 - 9895 (2007) 03 - 0527 - 09 中图分类号 P456 文献标识码 A

The Breeding of Growing Modes with Dynamic Rescaling in Ensemble Prediction and Improvement on Free Breeding

YU Yong-Feng^{1, 2}, ZHANG Li-Feng^{1, 3}, and LUO Yu¹

1 Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101

2 Hydrometeorological Center of South China Sea Navy, Zhanjiang 524001

3 State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract To the ensemble prediction of initial conditions, it is very important how to generate initial perturbation. Of all the methods to create perturbations for ensemble forecast, the "breeding of growing modes" (BGM) method has obtained more and more favor for its good performance and almost "free" cost of computation.

The breeding method simulates the development of growing errors in the analysis cycle. When a breeding cycle is started, an arbitrary initial perturbation field is added upon the control analysis. After some time of breeding, in some sense, the perturbation in the breeding cycle reaches "saturation". This saturated status of perturbation is regarded as the estimate of the fast-growing modes in the realistic analysis error, and then is applied as the initial perturbation of ensemble prediction. Using the global spectral model T63L9 and NCEP re-analysis data, the experiments with "free breeding" have been designed (Yu and Zhang, 2005) to view the evolving of bred modes in the breeding cycles. Results have shown that the breeding of growing modes has a clear saturation character in both the norm and the form after 3 – 4-day breeding.

收稿日期 2005-12-19 收到, 2006-04-28 收到修改稿

资助项目 国家重点基础研究发展规划项目 2004CB418300,中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验 室开放课题

作者简介 于永锋,男,1979年出生,硕士,目前主要从事集合预报研究。E-mail: yongfeng201@sina.com

大气科学31卷528Chinese Journal of Atmospheric SciencesVol. 31

However, the growth rate and the form evolving of the perturbations are associated with the size of the initial modes. And more importantly, the growing modes in the breeding cycles need to be rescaled timely to accord with the size of initial analysis error. In this paper, the experiments with "dynamic rescaling breeding" are designed to view what effects will be made on the breeding cycles.

The method of "dynamic rescaling" used here is defined as: when an integration cycle ends, the output modes (perturbation) are obtained. The cathors will scale down the perturbation before it is inputted to the next cycle. The purpose of rescaling is just to make the magnitude of growing modes comparable with the initial analysis error in RMSE (root-mean-square error) sense. Results show that the "dynamic rescaling breeding" can make a larger growing rate and shorter saturated time. To the form saturation of growing modes, the dynamic rescaling breeding can to a great extent overcome the lagging of reaching saturation at low levels. Besides, the saturation character appears to be more obvious by using the dynamic rescaling,

To dynamic rescaling breeding, the size of initial modes must be appropriate, which is the same as free breeding. Conclusions obtained from our experiments show that, to the T63L9 model, if the dynamic rescaling breeding is adopted, the initial size of geopotential height and wind perturbations can be respectively chosen as 10 - 15 gpm and 1.2 - 2 m/s at 500 hPa, and larger sizes are chosen at high levels. To the relative humidity perturbation, about 5% can be chosen below 500 hPa. These results also have important references to other models. **Key words** breeding growing modes (BGM), rescaling, initial perturbation, ensemble forecasting

1 引言

近年来,集合预报已成为数值预报的重点发展 领域,并取得了一些成果^[1~5],在集合数值预报中 初始扰动场的生成是关键技术^[6],目前生成初始扰 动的方法主要有:蒙特卡罗法(MFC)^[7]、时间滞后 法(LAF)^[8]、增长模繁殖法(BGM)^[9]、奇异矢量 法(SVs)^[10]、综合扰动技术(PO)^[11]等。自 20 世 纪 90 年代以来,增长模繁殖法(BGM)被越来越 广泛地用于产生集合预报初始扰动^[12,13]。用增长 模繁殖法产生集合预报的初始扰动构思独特,有明 确的动力学意义,并且计算代价低廉,预报效果 好^[6]。目前,美国 NCEP 的集合预报系统(EPS) 正是基于这种方法^[2,9,11]。

在用增长模繁殖法产生集合预报初始扰动的过程中,繁殖增长模的饱和是一个值得研究的问题。 研究表明^[2,9],初始扰动繁殖一般不超过4天即可达到饱和,文献[14]的数值试验也验证了这一结论。需要指出的是,在文献[14]的试验方案中,一 旦确定用于繁殖的初始扰动,在整个的繁殖过程当 中就不再对其大小进行调整,如果用这样的扰动繁 殖系统为集合预报提供初值扰动,仍有值得改进和 完善的地方。目前,比较成熟的集合预报系统(如 NCEP)是采用适时缩放(rescaling)^[9]的方法,但 是类似这样在繁殖过程中对增长模进行动态调整 的做法对繁殖过程具体会有什么样的影响,还没 有见到相关报道。本文采用动态调整的方法考察 了增长模的繁殖过程,并与文献[14]的试验结果 进行比较,得出了一些对制作集合预报有意义的 结论。

2 动态调整及其必要性

在文献[14]中,我们对"自由繁殖"情况下增 长模的饱和特征进行了分析,所谓自由繁殖即在繁 殖过程中对增长模不作任何调整。"动态调整"是 相对于"自由繁殖"而言的,就是在繁殖过程先对 上个繁殖循环的输出模进行大小的调整,使其在均 方根意义上始终与繁殖循环开始时叠加在分析场上 的初始模(即随机扰动^[14])大小相当(当然也可以 取其他意义上的模),然后再作为下一个循环的输 入模。这里的动态调整完全类似于上述适时缩放的 方法,只是在具体的调整频率或者调整标准上存在 一些差别。在繁殖过程中对扰动进行调整的必要性 主要表现在以下几方面:

首先,作为对初值误差的模拟,用于集合预报 的初始扰动应该与模式初始资料误差的大小相 当^[2,9],其大小不应当是任意发展的,因此在繁殖 过程中对扰动增长模不断进行调整是必要的。

其次,在文献[14]中可看到,由于增长率的定 义是每步繁殖循环前后两个扰动增长模的比值,因 此在绝对增长量有限的情况下,随着扰动增长模变 得越来越大,两者的比值(即增长率)必然随时间 趋于1,这使饱和增长率偏小。

最后, 扰动增长率及形态的发展与输入扰动的 大小是有关的^[14], 及时对增长模进行调整可以使 增长率不至于过大或者过小, 有助于获得集合预报 所需要的初始扰动。

3 试验方案设计

为方便与文献[14]的结果进行比较,本文仍采 用全球中期数值预报谱模式 T63L9 进行增长模的 繁殖,试验所用资料仍为 NCEP 1998 年 1、4、7、 10 月每月 1~10 日的逐 6 小时再分析资料。有关 T63L9 的详细介绍参见文献[15]。

在集合预报扰动繁殖系统中,若初始模(初始 扰动)为 *p*₀,则其在均方根意义上的大小可由下式 计算得到:

$$E(p_0) = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} p_{0i}^2\right)^{1/2}, \qquad (1)$$

式中, N 为全球格点数。设 t 步繁殖循环结束时获得的扰动场(即输出模)为

$$p'_t = f^{\rm p}_t - f^{\rm c}_t, \qquad (2)$$

其中, f²; 是受扰预报场, f²; 是控制预报场。则动态 调整系数定义为

$$c_t = \frac{E(p_0)}{E(p_t')} \,. \tag{3}$$

输出模大小 $E(p'_t)$ 可由式 (1) 作完全类似的计算 得到。于是,下一循环的输入扰动场(即输入模) 就是

$$p_{t+1} = c_t p'_t. \tag{4}$$

由于在繁殖循环中每一步都采用了动态调整, 故每步循环的输入模即增长模的大小在繁殖过程中 始终与初始模的大小保持相当。在动态调整情况下 增长率的计算公式定义为

$$r_{t} = \frac{E(p_{t}')}{E(p_{t})} = \frac{E(p_{0})}{c_{t}E(p_{t})},$$
(5)

其中, $E(p'_t)$ 代表第 t 步循环结束以后的扰动增长 模大小。需要注意的是, $E(p_t)$ 是将第 t-1 步循环 的输出模作调整后得到的第 t 步循环的输入模, 即 $E(p_t)=E(c_{t-1}p'_{t-1})$, 当取 $c_{t-1}\equiv 1$ 时, 实际上就成 为文献[14]给出的自由繁殖系统。

每步循环前后的扰动相关系数为

$$\rho_{t,t-1}(t) = \frac{\sum_{k=1}^{N} (p_{(t-1)k} - \overline{p}_{t-1}) (p_{tk} - \overline{p}_{t})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N} (p_{(t-1)k} - \overline{p}_{t-1})^{2} \sum_{k=1}^{N} (p_{tk} - \overline{p}_{t})^{2}}}.$$
(6)

由于符号指数与相关系数在表征扰动形态饱和特征 上表现出的一致性^[14],这里只分析相关系数。至 此,只需得到每步繁殖循环的输入模以及每步的调 整系数,就可以从扰动的大小和形态两方面对繁殖 过程中增长模饱和情况进行分析(详见文献[14])。

4 试验结果分析

动态调整频率采用每6小时一次。为便于比较,这里仍给出1998年7月1日00时(国际协调时,下同)作为初始场的个例计算的结果,其他季节的分析结果类似。由于篇幅的限制不再赘述。

为反映初始场中的随机误差,按照文献[14]的 做法,初始模计算公式如下:

$$P(z) = \omega R \cdot E(z), \qquad (7)$$

其中, P(z)是繁殖循环的初始扰动场即初始模, 各 层等压面取不同扰动场; ω 是用来控制初始模大小 的调整系数; $R = (r_i)_N \oplus [-1, 1]$ 上均匀分布的 随机数, N 为全球格点数; E(z)为 24 小时控制预 报的各层均方根误差。

4.1 位势高度场扰动

图 1a 给出了繁殖过程中各个等压面上位势高 度扰动的增长率随时间演变,取 ω =1.0,相当于扰 动振幅取为 24 小时预报误差的 50%。可以看出, 与自由繁殖方式类似,扰动增长模在繁殖过程中先 要经过一个 12~24 小时的迅速增长,然后再趋于 饱和,但各层达到饱和的时间不同,总体上看增长 率趋于饱和的时间为 2 天左右,比自由繁殖情况下 的饱和时间要短。特别是饱和增长率要大于自由繁 殖^[14],且其在垂直方向上的变化也比较明显,具体 表现为 700 hPa 以上增长率最大,为 1.2~1.5; 700~850 hPa 之间的增长率次之,约为 1~1.2; 850 hPa 以下小于 1。由于增长模的大小在繁殖过 程中始终调整为与初始模的大小相当,因此,有

$$r_t = \frac{E(p_0)}{c_t E(p_t)} \approx \frac{1}{c_t}.$$
(8)

由此可知,在繁殖过程中,对位势高度扰动场 而言,当扰动趋于饱和时,动态调整的效应是加强 低层扰动(主要在850 hPa以下),而削弱中高层扰 动以适应初始模大小。增长模的增长率在垂直方向 上的分布特点也表明:对位势高度扰动而言,中高 层尤其是700~100 hPa的扰动,因其增长比较快, 应是研究和考察繁殖过程中扰动饱和情况的重点。

图 1b 给出了繁殖过程中各个等压面每步循环 前后位势高度扰动的相关系数的演变。可以看出, 200 hPa 以下扰动场经过 1~1.5 天的繁殖,其单步 繁殖循环前后相关系数即可达到 0.6,1.5 天之后 可达 0.8,其中 850 hPa 以下只需要 1 天左右就可 以达到 0.8。而 200 hPa 以上需要的时间要长一 些,相关系数达到 0.6 需要 1.5~2 天,达到 0.8 则 要 2 天以上。

4.2 纬向风场扰动

图 2a 是繁殖过程中纬向风场扰动的增长率变 化情况,从图中可以看出,就整层而言,纬向风场 扰动的增长率数值明显偏小,500 hPa 以上扰动的 饱和增长率在 1.0 左右,特别是 150 hPa 以上几乎 每步都需要放大才能与初始模大小相适应。

图 2b 是纬向风场扰动在繁殖过程中的形态饱和情况。与位势高度场相比,扰动饱和时间稍长,200 hPa 以上扰动的饱和期(相关系数达到 0.8)要3天以上,200~500 hPa 为 2~3天,而 500 hPa 以下只需要 1.5~2天。

4.3 相对湿度场扰动

图 3 是扰动繁殖过程中各个等压面相对湿度场 的增长率及形态演变情况(ω=0.5,相当于初始模 大小取 24 小时 RMSE 的 25%)。扰动的增长率虽 然达到了相当大的数值,但是增长率随时间的变化 在垂直方向上有很大差异,不易确定统一的饱和时 间。从形态饱和相似系数来看,除了 700 hPa 以下 经过繁殖可以达到0.6,其他层次均不能达到我们



图 1 位势高度扰动增长率及形态随繁殖时间的饱和情况 (ω =1.0): (a) 扰动增长率 (单位: /6 h); (b) 形态相关系数 Fig. 1 The time evolution of (a) the growth rate (units: /6 h) and (b) the form correlation coefficient for the geopotential height perturbation (ω =1.0)







图 3 同图 1, 但为相对湿度场扰动 Fig. 3 As in Fig. 1, except for the relative humidity perturbation

所定义的饱和要求。

5 不同初始模大小的比较

上面分析所取的初始模大小(也是整个繁殖过 程中的增长模大小)相当于 24 小时预报均方根误 差(RMSE)的 50%(相对湿度场为 25%)。为考 察动态调整情况下不同初始模大小对增长模饱和过 程的影响,参考文献[14]的做法,取不同 ω 值分别 做了试验。对位势高度和风场取 $\omega = 0.2, 0.6,$ 1.4,2.0,相当于 24 小时预报均方根误差的 10%、 30%、70%和 100%;对相对湿度场取 $\omega = 0.1,$ 0.3,0.7,1.0,相当于 24 小时预报均方根误差的 5%、15%、35%和 50%。

首先,分析位势高度场扰动在不同初始模大小时的饱和情况(图4)。从增长率趋于稳定的时间考虑,似乎对较大的初始模,其增长率能较快的达到饱和。但初始模也不能取太大,否则增长率会受到限制。形态相关系数的演变图显示,增长模不宜小于 30%,否则高层(200 hPa 以上)扰动不能达到形态饱和要求。

对不同初始模大小的纬向风场扰动发展演变情况的比较也有类似结论,不同的是,不论风场扰动 的初始模取多大,其增长率在 70 hPa 附近总是一 个低值区,且增长率的垂直变化与位势高度扰动相 反(图 5a)。另外,增长模一旦大于 24 小时预报误 差的 70%,大部分等压面上扰动都很难增长[增长 率小于1(图略)],因此,初始模应取 30%~50% 为宜,特别是低层。形态相关系数的演变也有一个 很明显的特征:当初始模较小时,扰动形态在 100 hPa 附近不容易达到饱和(图 5b),因此初始 模大小至少不能小于 24 小时预报误差的 30%。

6 动态调整对增长模繁殖过程的改善

从上面的分析来看,相比自由繁殖而言,采用动态调整进行集合预报初始扰动(快速增长模)的繁殖 不仅具有理论上的优越性,而且对增长模的繁殖过 程也有比较明显的改善作用。图 6 分别给出了自由 繁殖和动态调整两种情况得到的 200 hPa、500 hPa、 850 hPa 三层位势高度扰动增长率演变(ω =1.0)。 从图 6 可以看到,三层等压面上,除了 850 hPa 位势 高度扰动以外,动态调整情况下的饱和增长率都大 于自由繁殖的饱和增长率,即总体来看动态调整可 以使饱和增长率达到一个比较大的数值。

在形态饱和方面,动态调整在很大程度上克服 了自由繁殖时低层扰动饱和时间滞后的缺陷。图 7 给出两种情况下 500 hPa、850 hPa、1000 hPa 纬向 风场扰动形态相关系数演变,从图上可见,在动态 调整情况下得到的三层等压面上形态相关系数在繁 殖循环的第二天几乎同时达到了 0.8,而自由繁殖 时在不同的高度上,相关系数大于 0.8 的时间不 同,且越在低层达到 0.8 所需的繁殖时间越长。从 图 7 中还可看到采用动态调整可使大部分等压面上 的扰动形态饱和时间明显缩短,特别是在低层这种 改善作用更明显。为了更直观地看到动态调整后饱 和模的分布,图 8 给出两种情况下,繁殖第 4 天结 束时得到的 500 hPa 位势高度扰动场 (ω=1.0),对 比图 8a 和 b 后发现,采用动态调整后,得到的增长 模饱和特征更加明显。



图 4 初始模取不同值时位势高度扰动增长率 (a、c、e、g)及形态 (b、d、f、h) 随繁殖时间的饱和情况: (a、b) ω = 10%; (c、d) ω = 30%; (e、f) ω = 70%; (g、h) ω = 100%

Fig. 4 The time evolution of the growth rate (a, c, e, g) and the form correlation coefficient (b, d, f, h) for the geopotential height perturbation with the different sizes of the initial mode: (a, b) $\omega = 10\%$; (c, d) $\omega = 30\%$; (e, f) $\omega = 70\%$; (g, h) $\omega = 100\%$



图 5 同图 2, 但初始模大小为 24 小时 RMSE 的 30%

Fig. 5 As in Fig. 2, except for taking 30 percent of the 24 h forecast RMSE (root-mean-square error) as the initial size of breeding mode



图 6 位势高度扰动增长率演变 (w=1.0): (a) 自由繁殖; (b) 动态调整

Fig. 6 Evolution of the growth rate of the geopotential height perturbation for (a) free breeding and (b) dynamic rescaling breeding ($\omega =$ 1.0)



图 7 纬向风场扰动形态相关系数演变 (ω=1.0): (a) 自由繁殖; (b) 动态调整

Fig. 7 Evolution of the form correlation coefficient of the zonal wind perturbation for (a) free breeding and (b) dynamic rescaling breeding $(\omega = 1.0)$



图 8 繁殖第 4 天结束时得到的 500 hPa 位势高度扰动场 (单位: gpm,ω=1.0): (a) 自由繁殖; (b)动态调整 Fig. 8 The 500 hPa geopotential height perturbation (gpm) fields after 4 d breeding (ω=1.0): (a) Free breeding; (b) dynamic rescaling breeding

7 结论

本文在自由繁殖^[14]的基础上,研究了动态调整对增长模繁殖法产生集合预报初始扰动过程的影响,并与自由繁殖情况作了对比分析,得出的主要结论如下:

(1)同自由繁殖方式类似,增长模在繁殖过程 中先要经过一个12~24小时的调整期,然后再趋 于饱和。不同变量扰动增长模的饱和时间有所差 别,位势高度扰动场比风场扰动的饱和要容易一 些,而相对湿度扰动场则呈现出一种相对低级别的 饱和状态;同一变量在不同等压面上的饱和时间亦 不同。另外,不同的初始模大小也会对扰动饱和过 程产生影响。

(2)从增长率和形态相似系数两方面达到饱和 来考虑,动态调整时所需要的时间可比自由繁殖方 式缩短1天以上,且饱和特征更加明显,增长率也 可以达到一个比较大的数值。

(3)两种繁殖方式的增长模均存在垂直方向上的差别,但是动态调整情况下这种差别更加明显,

表现为增长率高、中、低层明显不同;并且在形态 饱和方面,动态调整与自由繁殖情况存在着本质区 别,自由繁殖情况下,低层更不容易达到饱和,而 动态调整情况下则低层更容易饱和。也就是说动态 调整在很大程度上克服了低层大气斜压性对饱和时 间的影响。考虑到中低层大气对预报结果有着重要 意义,因此取动态调整是适当的,也是必要的。

(4) 动态调整方式下,初始模不宜太大,也不 能太小。而自由繁殖时,如果繁殖时间足够长,初 始模大小的影响就可以忽略。从本文的试验结果 看,若考虑在有限的繁殖时段为集合预报提供更好 的初始扰动,动态调整情况下风场扰动初始大小可 取为24小时预报误差的30%~50%[500 hPa 以 下约为1.2~2 m/s,(均方根意义上的值,下同)], 位势高度扰动可取50%左右(500 hPa 约为10~ 15 gpm),而高层扰动可适当再取大一些(50%~ 100%)。对于相对湿度扰动,可取24小时预报误 差的25%左右(500 hPa 以下为5%左右)。这与实 际资料的误差估计值^[16]也是大致相当的。

本文仅从繁殖过程中增长模增长和饱和的角度

分析了动态调整与自由繁殖的不同之处,并分析了 动态调整对繁殖过程的改善,必须说明的是,这些 扰动大小的估计值仅是从数值试验结果得到的,针 对不同的模式以及不同的初始场可能会有些差别。 另外,采用动态调整是否能对改善集合预报初始扰 动的质量进而提高集合预报效果有所帮助,还有待 实际数值试验的检验,这方面的工作我们也正在进 行中。

3期

参考文献 (References)

- Molteni F, Buizza R, Palmer T N, et al. The ECMWF ensemble prediction system: Methodology and validation.
 Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 1996, **122**: 73~119
- [2] Toth Z, Kalnay E. Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. Mon. Wea. Rev., 1997, 125 (6): 3297~ 3319
- [3] 蔡其发,张立凤,张铭.中期数值天气预报的集合预报实验. 气候与环境研究,1999,4(4):365~373
 Cai Qifa, Zhang Lifeng, Zhang Ming. The experiment of ensemble forecasting about numerical medium-range forecasting. *Climatic Environ. Res* (in Chinese)., 1999,4(4): 365~373
- [4] 李泽椿,陈德辉. 国家气象中心集合数值预报业务系统的发展及应用. 应用气象学报, 2002, 13 (1): 1~15
 Li Zechun, Chen Dehui. The development and application of the operational ensemble prediction system at national meteorological center. *Journal of Applied Meteorological Science* (in Chinese), 2002, 13 (1): 1~15
- [5] 关吉平,黄泓,张立凤. 集合预报中初始扰动生成方法的探讨. 解放军理工大学学报, 2003, 4 (2): 87~90
 Guan Jiping, Huang Hong, Zhang Lifeng. Methods of producing initial perturbations in ensemble forecast. *Journal of PLA University of Science and Technology* (in Chinese), 2003, 4 (2): 87~90
- [6] 杜钧. 集合预报的现状和前景. 应用气象学报, 2002, 13 (1): 16~28

Du Jun. Present situation and prospects of ensemble numeri-

cal prediction. Journal of Applied Meteorological Science (in Chinese), 2002, **13** (1): 16~28

- [7] Leith C S. Theoretical skill of Monte Carlo forecasts. Mon.
 Wea. Rev., 1974, 102: 409~418
- [8] Hoffman R N, Kalnay E. Lagged average forecasting, an alternative to Monte Carlo forecasting. *Tellus*, 1983, 35A: 100~118
- [9] Toth Z, Kalnay E. Ensemble forecasting at NMC: The generation of perturbations. Bull. Amer. Meteor. Soc., 1993, 74: 2317~2330
- [10] Laurence J W. Canadian meteorological center ensemble prediction system. WMO Workshop on the Use of Ensemble Prediction. Beijing, 2000
- [11] Toth Z, Zhu Yuejian, Wobus R, et al. Ensemble forecasting at NCEP: history, present status, and future directions, Environmental Modeling Center, http://wwwt.emc.ncep.noaa.gov/gmb/ens/index.html
- [12] Cai Ming, Kalnay E, Toth Z. Bred vectors of the Zebiak-Cane model and their potential application to ENSO predictions. *Journal of Climate*, 2003, 16: 40~56
- [13] Corazza M, Kalnay E, Patil D J, et al. Use of the breeding technique to estimate the structure of the analysis "errors of the day". Nonlinear Processes in Geophysics, 2003, 10: 233 ~243
- [14] 于永锋,张立凤. 基于增长模繁殖法的集合预报初始扰动饱和分析. 大气科学, 2005, 29 (6): 955~964
 Yu Yongfeng, Zhang Lifeng. A study of initial perturbation saturation in ensemble prediction based on the "breeding of growing modes" method. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2005, 29 (6): 955~964
- [15] 付顺旗,张立凤,张铭. 谱模式 T63L9 正规模初值化方案及 试验. 大气科学, 2001, 25 (5): 661~675
 Fu Shunqi, Zhang Lifeng, Zhang Ming. A nonlinear normal mode initialization scheme and experiments of the spectral model T63L9. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2001, 25 (5): 661~675
- Kalnay E, Kanamitsu M, Kistler R. The NCEP/NCAR 40year reanalysis project. Bull. Amer. Meteor. Soc., 1996, 77: 437~471