

朱浩楠, 闵锦忠, 杜宁珠. 2016. HBFNEnKF 混合同化方法设计及检验 [J]. 大气科学, 40 (5): 995–1008. Zhu Haonan, Min Jinzhong, Du Ningzhu, et al. 2016. Implementation and testing of a hybrid back and forth nudging ensemble Kalman filter (HBFNEnKF) data assimilation method [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 40 (4): 995–1008, doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1510.15214.

HBFNEnKF 混合同化方法设计及检验

朱浩楠¹ 闵锦忠^{1,2} 杜宁珠^{1,2}

¹ 南京信息工程大学气象灾害预报预警与评估协同创新中心, 南京 210044

² 南京信息工程大学气象灾害教育部重点实验室, 南京 210044

摘 要 基于前后张弛逼近 (Back and Forth Nudging, 简称 BFN) 和集合卡尔曼滤波 (EnKF) 方法, 构建了一种新的同化方法 HBFNEnKF (Hybrid Back and Forth Nudging EnKF) 混合同化方法, 并将此同化系统分别与通道浅水模式 (shallow water model) 和全球浅水模式对接, 检验了 HBFNEnKF 同化方法的有效性。同时, 对比了集合均方根滤波 (EnSRF)、HNEKF (Hybrid Nudging EnKF)、HBFNEnKF 三种方法在有误差模式中的同化效果。试验结果表明: HBFNEnKF 同化方法保留了 HNEKF 方法的同化连续性, 解决了 EnKF 同化不连续不平滑的问题, 同时还有着更快的收敛速度; 当采用单变量分析试验时, HBFNEnKF 方法的优势最为明显, 表明 HBFNEnKF 能够较好地保持不同模式变量间的平衡。此外, 增量场尺度分析结果表明: 相比 EnSRF, HBFNEnKF 在大尺度范围有更好的同化效果, 同时能够避免在中小尺度范围内出现大量的虚假增量。

关键词 资料同化 Hybrid Back and Forth Nudging EnKF (HBFNEnKF) Ensemble Square-Root Filter (EnSRF) 浅水模式

文章编号 1006-9895(2016)05-0995-14

中图分类号 P413

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1510.15214

Implementation and Testing of a Hybrid Back and Forth Nudging Ensemble Kalman Filter (HBFNEnKF) Data Assimilation Method

ZHU Haonan¹, MIN Jinzhong^{1,2}, and DU Ningzhu^{1,2}

¹ Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

² Key Laboratory of Meteorological Disaster of Ministry of Education, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract Based on the “Back and Forth Nudging” (BFN) and Ensemble Kalman Filter (EnKF) methods, a Hybrid BFN EnKF (HBFNEnKF) data assimilation method was designed and tested using a channel shallow water model and a global shallow water model, separately. Furthermore, the performances of the HBFNEnKF, Hybrid Nudging EnKF (HNEKF), and Ensemble Square-Root Filter (EnSRF) methods are discussed, with model error considered. The results showed that the HBFNEnKF method retains the continuity and smoothness of HNEKF, avoids the discontinuity and unbalance problem of EnSRF, and has the highest convergence speed. Through a single variable observation experiment, the advantage of HBFNEnKF was clear; that is, HBFNEnKF can maintain the balance between different model variables. A scale investigation on the increment field showed that, compared with EnSRF, HBFNEnKF produces a better assimilation

收稿日期 2015-06-17; 网络预出版日期 2015-10-20

作者简介 朱浩楠, 男, 1991 年出生, 硕士研究生, 主要从事中小尺度资料同化技术研究。E-mail: viczhn@gmail.com

通讯作者 闵锦忠, E-mail: minjz@nuist.edu.cn

资助项目 国家重点基础研究发展计划项目 2013CB430102, 国家自然科学基金重点项目 41430427, 国家自然科学基金项目 41505089

Funded by National Basic Research Program of China (Grant 2013CB430102), Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant 41430427), National Natural Science Foundation of China (Grant 41505089)

result at larger scales, and avoids a number of spurious increments at medium and smaller scales.

Keywords Data assimilation, Hybrid Back and Forth Nudging EnKF (HBFNEnKF), Ensemble Square-Root Filter (EnSRF), Shallow water model

1 引言

数值天气预报是一个初始场和边界条件的问题。准确的初始场在提高数值天气预报中起着重要作用,资料同化是为数值模式提供接近实际大气状态初始场的重要手段,其主要目的是通过适宜的算法将新的观测资料融入到模式场中,以得到更好的模式初值(Lewis et al., 2006)。经过数十年的发展,当前主流的同化方法分为变分同化法和集合同化法。前者主要包含三维变分(3DVAR)和四维变分(4DVAR)(Lewis et al., 2006);后者主要包含以集合卡尔曼滤波(EnKF)(Evensen, 1994, 2003)为核心的,经过不同拓展延伸的集合同化方法,如集合变换卡尔曼滤波(ETKF)(Bishop et al., 2001; Livings, 2005)、集合调整卡尔曼滤波(EAKF)(Anderson, 2001)、集合均方根滤波(EnSRF)(Whitaker and Hamill, 2002; 邵长亮和闵锦忠, 2015)以及很多其他改进算法如迭代集合平方根滤波(iEnSRF)(闵锦忠等, 2012; 王世璋等, 2013)等。

尽管同化方法众多,但每一种同化思想都有各自的优缺点。EnKF方法由于采用了集合预报的思想,利用集合成员来计算背景误差协方差矩阵(P 矩阵),实现了背景误差协方差的流依赖,同时避免了4DVAR同化中对切线性模式和伴随模式的构建。这使得EnKF相比3DVAR、4DVAR更加适合应用到发展较快、变化迅速的中小尺度过程中(Yang et al., 2009)。然而,为了构造具有代表性的 P 矩阵需要大量的集合成员,增大了模式的计算量;而较小的集合成员容易产生滤波发散。同时,EnKF方法的局地化操作以及在同化过程中造成的不连续性所带来的高频振荡可能会破坏模式变量的平衡关系(Bloom et al., 1996; Ourmières et al., 2006; Kepert, 2009)并造成数据损失,从而引入误差。这些缺点在对初值敏感的中小尺度过程中都是极为不利的。

张弛逼近(Nudging)(Hoke and Anthes, 1976)是一种传统的连续同化方法,通过对模式积分方程添加Nudging项使每一步积分都能向观测场逼近,并且积分时间越长同化效果越好(Lakshmivarahan

and Lewis, 2013)。Nudging方法作用于每一积分步,其同化过程不会造成严重的不连续问题;由于利用了模式积分进行动力约束,不会破坏模式各变量间的物理平衡;但存在同化收敛较慢、资料利用不够充分的问题。为了克服这一缺点, Auroux and Blum (2005, 2008)提出了 Back and Forth Nudging (BFN)方法:通过向前、向后积分迭代增加积分时间,以加快Nudging同化收敛速度,实现对观测资料的充分利用。通过与中尺度气象业务预报模式 Meso-NH model (Boilley and Mahfouf, 2012)和海洋业务预报模式 NEMO (Ruggiero et al., 2015)对接,试验证明 BFN 方法有与 4DVAR 相当的同化效果。

为了解决 EnKF 的同化不连续问题, Lei et al. (2012a, 2012b) 提出了 Hybrid Nudging EnKF (HNEKF) 方法,其基本思想是使用 EnKF 的卡尔曼增益矩阵 K 作为 Nudging 算子引入模式预报方程,最后将 Nudging 同化的结果与利用 EnKF 更新后的集合扰动相加,得到新的集合成员。Lei et al. (2012a, 2012b) 在文章中用 Lorenz 63 模式和浅水模式进行了试验,取得了较好的效果:在 Lorenz63 模式中, HNEKF 方法的连续性好于传统 EnKF 方法和分析增量法(IAU)(Bloom et al., 1996; Ourmières et al., 2006),并与集合卡尔曼平滑(EnKS)(Evensen and van Leeuwen, 2000)相当;在浅水模式下, HNEKF 的同化效果优于 EnKF 和 EnKS。然而当同化窗口增大时, HNEKF 方法的同化效果明显降低;模式均方根误差(RMSE)收敛速度依然较慢;如本文前述, Nudging 算法的特性在于积分时间越长,同化效果越好(Lakshmivarahan and Lewis, 2013),简单地将 Nudging 算子用卡尔曼增益矩阵进行替换的混合方法,并不能充分发挥其同化效果。

为解决上述问题,本文根据 HNEKF 方法的混合思路,将 BFN 算法与 EnKF 进行结合,设计了新的混合算法: Hybrid Back and Forth Nudging EnKF (HBFNEnKF) 同化方法,并用浅水模式(shallow water model)进行了几组同化试验,详细讨论了结果。新算法采用了 BFN 前后积分迭代的思路,使同化过程能很快收敛,同时能对非观测模式变量进

行较好调整;此外, HBFNEnKF 保留了 HNEEnKF 良好的同化连续性;在模式方程约束下, 其各变量间的平衡关系得到维持。对 HNEEnKF 和 HBFNEnKF 方法的介绍将在文章第二部分给出, 第三部分的内容是试验方案设计, 试验结果与分析在第四部分给出, 第五部分为全文总结。

2 基本同化算法介绍

2.1 EnSRF 同化方法

EnSRF 是 EnKF 同化方法的一个重要分支, 本文设计的 HBFNEnKF 方法也采用了 EnSRF 的思路计算卡尔曼增益矩阵、更新集合扰动。传统的 EnKF 为了避免对背景误差协方差的低估, 采用了在观测资料中添加随机扰动的方法, 这样一来会在同化中引入扰动误差 (Whitaker and Hamill, 2002)。EnSRF 方案则通过一系列的变换, 避免了这一误差。

EnSRF 的同化过程分为两步:

$$\mathbf{X}_i^b(t) = \mathbf{M}(\mathbf{X}_i^a(t-1)), \quad (1)$$

$$\overline{\mathbf{X}}^a = \overline{\mathbf{X}}^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}^o - \overline{\mathbf{H}\mathbf{X}}^b), \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_i'^a = \mathbf{X}_i'^b - \alpha \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{X}_i'^b, \quad (3)$$

其中, (1) 式为预报步, $\mathbf{M}$ 代表模式预报方程, $\mathbf{X}$ 代表模式预报变量, 上标 a 代表同化后的分析值, 上标 b 代表预报值或背景场, 下标 i 代表第 i 个集合成员。(2)、(3) 式为分析步, (2) 式用于更新集合平均, (3) 式用于更新集合扰动, $\mathbf{H}$ 为观测算子, $\mathbf{y}^o$ 代表观测场, α 是 EnSRF 为了避免 EnKF 中对观测场加扰而引入的参数, $\mathbf{K}$ 为卡尔曼增益矩阵。

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{P}^b \mathbf{H}^T \approx [(\mathbf{X}_i^b - \overline{\mathbf{X}}^b)(\mathbf{H} \mathbf{X}_i^b - \overline{\mathbf{H}\mathbf{X}}^b)^T], \quad (5)$$

$$\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T \approx [(\mathbf{H} \mathbf{X}_i^b - \overline{\mathbf{H}\mathbf{X}}^b)(\mathbf{H} \mathbf{X}_i^b - \overline{\mathbf{H}\mathbf{X}}^b)^T], \quad (6)$$

其中, $\mathbf{P}^b$ 代表背景误差协方差矩阵, $\mathbf{P}^b \mathbf{H}^T$ 代表由集合成员计算得到的模式变量与观测场之间的协方差, $\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T$ 代表由集合成员计算得到的观测变量之间的协方差, $\mathbf{R}$ 代表观测误差协方差矩阵。在单一观测情况下, α 有解:

$$\alpha = \left[1 + \sqrt{\mathbf{R}(\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}} \right]^{-1}. \quad (7)$$

由于 α 的引入, EnSRF 方法能得到与 EnKF 一致的分析误差协方差矩阵, 同时避免了因对观测场添加随机扰动带来的扰动误差。

2.2 Nudging 同化方法和 BFN 同化方法介绍

Nudging 同化也被称为牛顿张弛逼近法, 是一

种连续同化方法, 通过在预报方程加入 Nudging 项使得模式变量在积分过程中逐步逼近真值。传统的 Nudging 同化公式为

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) + t_{w_i} \cdot \mathbf{G} \cdot (\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{X}), \quad (8)$$

式中, $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ 为模式预报方程, t_{w_i} 为时间权重算子, $\mathbf{G}$ 为 Nudging 算子。每一步时间积分不可能都有观测资料, 于是引入时间权重算子, 用该算子将观测点的数据分配到每一积分步上。时间权重算子在同化过程中也起着对分析增量的平滑作用, 避免单次增量过大造成同化不连续的出现。Stauffer and Seaman (1990) 给出了一种权重计算方法:

$$t_{w_i} = \frac{w_i}{\left(\sum_{t=t_0-t_N}^{t_0} w_i \cdot \Delta t \right)}, \quad (9)$$

其中,

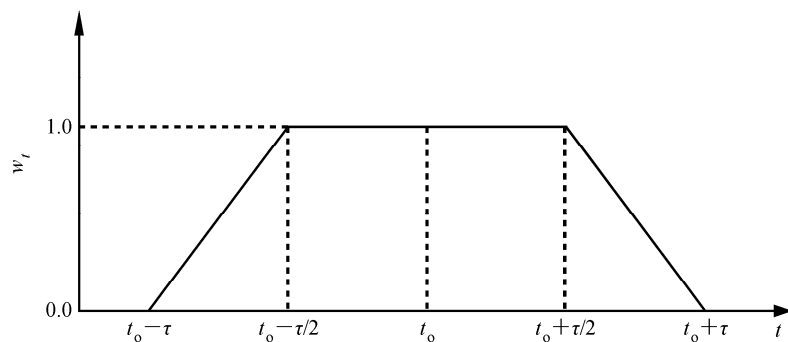
$$w_i = \begin{cases} 1, & |t - t_0| < \tau/2, \\ \frac{(\tau - |t - t_0|)}{\tau/2}, & \tau/2 \leq |t - t_0| \leq \tau, \\ 0, & |t - t_0| > \tau, \end{cases} \quad (10)$$

式中, t_{w_i} 和 w_i 分别为当前时刻的权重和对应的权重系数, t 和 t_0 分别指代积分时刻和观测资料时刻, τ 等于同化时间窗口长度的一半。根据该计算公式, 可得到对应权重系数 w_i 的分布图像 (图 1)。

理论上, 采用 Nudging 同化会使模式场随着积分不断收敛于真值 (Lakshmivarahan and Lewis, 2013), 但要求 Nudging 算子 $\mathbf{G}$ 既不能太大, 导致积分不稳定, 也不能太小, 使得收敛速度太慢, 降低同化效果。在通常的业务模式如 WRF 模式中, $\mathbf{G}$ 的取法为 Cressman 反距离权重法 (Stauffer and Seaman, 1990; Liu et al., 2005, 2006), Stauffer and Seaman (1990), Stauffer and Bao (1993) 以及 Zou et al. (1992) 提出了最优逼近 (Optimal Nudging), 利用伴随矩阵求解对应的代价函数, 得出某一同化区间的最优 Nudging 算子。然而这样的求解方式需要伴随模式的构建, 加大了操作难度。

从增加模式积分时间的角度考虑, Auroux and Blum (2005, 2008) 提出了 BFN 方法, 其基本思路为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{X}_k}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_k) + t_{w_i} \cdot \mathbf{G}(\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{X}_k), \\ \mathbf{X}_k(0) = \tilde{\mathbf{X}}_{k-1}(0), \end{cases} \quad (11)$$

图1 权重系数 w_t 随时间变化的示意图Fig. 1 Temporal weighting function w_t in the time window

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\mathbf{X}}_k}{dt} = F(\tilde{\mathbf{X}}_k) - t_{w_t} \cdot \mathbf{G}'(\mathbf{y}^o - H\tilde{\mathbf{X}}_k), \\ \tilde{\mathbf{X}}_k(T) = \mathbf{X}_k(T). \end{cases} \quad (12)$$

(11) 式为向前逼近 (Forward Nudging), (12) 式为向后逼近 (Backward Nudging)。其中, $\mathbf{X}_k$ 、 $\tilde{\mathbf{X}}_k$ 分别表示向前积分和向后积分变量, 下标 k 表示迭代的次数, $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{G}'$ 分别为向前 Nudging 算子和向后 Nudging 算子。Auroux and Blum (2005, 2008) 将 Nudging 算子 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{G}'$ 处理为同一形式:

$$\mathbf{G}(\mathbf{G}') = \mu \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}, \quad (13)$$

其中, μ 为常数。

BFN 同化方法的步骤为: 利用 Forward Nudging 将模式向前积分到同化窗口终点, 将模拟结果赋给 Backward Nudging 作初值; 利用 Backward Nudging 将模式向后积分到窗口起始时刻, 把模拟结果赋给 Forward Nudging, 由此不断迭代直至收敛。由于模式的非线性特性, 向后积分会产生较强的不稳定, 但在 Backward Nudging 里, Nudging 项的引入使向后积分得以较为稳定地进行, 由此构建出不需要伴随模式的四维同化方案。

Auroux and Blum (2005, 2008) 证明了 BFN 同化方法的收敛性和较好的同化效果, 但实际上该方法也存在很多问题: (1) Auroux and Blum (2005, 2008) 给出的 Nudging 算子仅是一个近似, 并未给出明确的标准, 对 μ 的取值较为随意; (2) 观测误差协方差矩阵在实际中有时无法确定, 而计算切线性观测算子需要复杂的操作; (3) 为了达到好的同化效果, BFN 同化需要较多次迭代才能收敛 (Auroux, 2009), 使同化花费了很多时间。

2.3 混合方法介绍

为了解决 EnKF 的同化不连续问题, Lei et al.

(2012a, 2012b) 提出了 HNEKF 同化方案, 该方法中 Nudging 算子的替换公式为

$$t_{w_t} \cdot \mathbf{G} = \frac{w_t}{\left(\sum_{t=t_0-\tau_N}^{t_0} w_t \cdot \Delta t \right)} \cdot \mathbf{K} \quad (14)$$

HNEKF 的同化步骤为: 首先将集合成员积分到同化时刻, 利用 (4) 式计算得到 $\mathbf{K}$, 然后按照 (14) 式的混合方案计算出 Nudging 对应的同化算子, 将模式积分到同化时刻; 用 Nudging 积分后的结果替换掉集合平均场, 与 EnKF 更新后的集合扰动相加, 得到新的集合成员; 将集合成员继续向前积分, 循环同化。HNEKF 与 IAU 有很多相似之处, 但其最大不同在于: IAU 在积分步上叠加的增量是静态的, HNEKF 同化则使用随时间变化的分析增量进行叠加。图 2 给出了 HNEKF 方法的详细同化流程。

如前所述, HNEKF 方法还存在一些问题。为了改进该方法, 本文结合 Auroux and Blum (2005, 2008) 提出的 BFN 算法与 EnKF, 设计了 HBFNEKF 混合方法。其原理为: 将 (11)、(12) 式中的 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{G}'$ 利用下式进行替换:

$$\mathbf{G}(\mathbf{G}') = \beta \cdot \mathbf{K} \quad (15)$$

为了使得向前向后积分更加稳定, 引入参数 β 进行控制。HBFNEKF 的步骤与 HNEKF 的主要区别是: 将 HNEKF 中只进行单向积分的 Nudging 同化改为使用 (15) 式计算得到 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{G}'$, 然后利用 BFN 方法进行向前向后积分迭代直至收敛, 再用最终的积分结果与利用 EnSRF 更新后的集合扰动相加得到新的集合成员。图 3 为 HBFNEKF 的同化流程示意图。

3 试验设计

为了检验 HBFNEKF 的同化效果, 本文首先

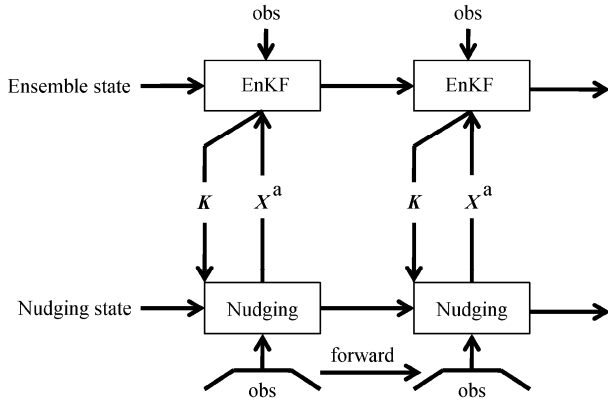


图2 HNEEnKF 方案的同化流程图

Fig. 2 Procedures of the HNEEnKF (Hybrid Nudging Ensemble Kalman Filter) scheme

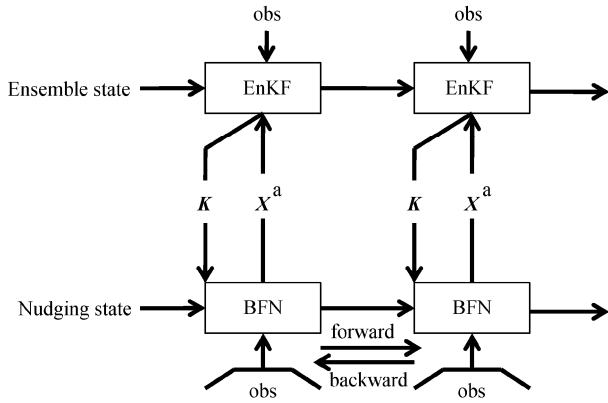


图3 HBFNEnKF 方案的同化流程图

Fig. 3 Procedures of the HBFNEnKF (Hybrid Back and Forth Nudging Ensemble Kalman Filter) scheme

在通道浅水模式下进行了同化试验。模式方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \kappa \nabla^2 u + t_{w_i} \cdot G_u(u^o - H u), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -g \frac{\partial h}{\partial y} + \kappa \nabla^2 v + t_{w_i} \cdot G_v(v^o - H v), \\ \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ \left(\frac{\partial(u h_s)}{\partial x} + \frac{\partial(v h_s)}{\partial y} \right) + \kappa \nabla^2 h + t_{w_i} \cdot G_h(h^o - H h), \end{cases} \quad (16)$$

其中, x, y, t 的取值范围满足 $0 \leq x \leq L$ 、 $0 \leq y \leq D$ 、 $0 \leq t \leq T$, L 和 D 表示模式纬向和经向距离, T 为模式积分时间, u, v 表示水平风场, h 和 h_s 分别代表模式高度场和模式地形, κ 代表粘性耗散系数, G_u, G_v, G_h 分别代表每个模式变量对应的 Nudging 算子。模式考虑 f 平面假设, 科氏参数 f 取为常数 10^{-4} s^{-1} , 重力加速度 g 取为 9.8 m s^{-2} , 格距

$\Delta x = \Delta y = 30 \text{ km}$, $L = 1500 \text{ km}$, $D = 1500 \text{ km}$, $\kappa = 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。模式格点采用荒川 c 网格, 积分步长 $\Delta t = 360 \text{ s}$, 积分方法采用龙格库塔 4 阶积分方法。模拟真实场地形设置为

$$h_s = h_0 \sin(4\pi x/L) \sin(\pi y/D). \quad (17)$$

而为了模拟模式误差, 在同化试验中将地形设置为

$$h_s = h_0 \sin(4\pi x/L) \sin(\pi y/D) [1.5 \sin(\pi x/L)]. \quad (18)$$

两式中 h_0 都取为 200 m 。对应的 HBFNEnKF 方法向前逼近模式方程和向后逼近模式方程分别为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} - f v_k = -g \frac{\partial h_k}{\partial x} + \\ \kappa \nabla^2 u_k + t_{w_i} \cdot G_u(u^o - H u_k), \\ \frac{\partial v_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial y} + f u_k = -g \frac{\partial h_k}{\partial y} + \\ \kappa \nabla^2 v_k + t_{w_i} \cdot G_v(v^o - H v_k), \\ \frac{\partial h_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial h_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial h_k}{\partial y} = -h_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} \right) + \\ \left(\frac{\partial(u h_s)}{\partial x} + \frac{\partial(v h_s)}{\partial y} \right) + \kappa \nabla^2 h_k + t_{w_i} \cdot G_h(h^o - H h_k), \\ u_k(x, y, 0) = \tilde{u}_{k-1}(x, y, 0), \\ v_k(x, y, 0) = \tilde{v}_{k-1}(x, y, 0), \\ h_k(x, y, 0) = \tilde{h}_{k-1}(x, y, 0), \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial t} + \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x} + \tilde{v}_k \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial y} - f \tilde{v}_k = -g \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial x} + \\ \kappa \nabla^2 \tilde{u}_k - t_{w_i} \cdot G'_u(u^o - H \tilde{u}_k), \\ \frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial t} + \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial x} + \tilde{v}_k \frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial y} + f \tilde{u}_k = -g \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial y} + \\ \kappa \nabla^2 \tilde{v}_k - t_{w_i} \cdot G'_v(v^o - H \tilde{v}_k), \\ \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial t} + \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial x} + \tilde{v}_k \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial y} = -\tilde{h}_k \left(\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial y} \right) + \\ \left(\frac{\partial(u h_s)}{\partial x} + \frac{\partial(v h_s)}{\partial y} \right) + \kappa \nabla^2 \tilde{h}_k - t_{w_i} \cdot G'_h(h^o - H \tilde{h}_k), \\ \tilde{u}_k(x, y, T) = u_k(x, y, T), \\ \tilde{v}_k(x, y, T) = v_k(x, y, T), \\ \tilde{h}_k(x, y, T) = h_k(x, y, T), \end{cases} \quad (20)$$

(19) 式中, x, y, t 的取值范围满足 $0 \leq x \leq L$ 、 $0 \leq y \leq D$ 、 $0 \leq t \leq T$, (20) 式中, x, y, t 的取值范围满足 $0 \leq x \leq L$ 、 $0 \leq y \leq D$ 、 $T \leq t \leq 0$ 。 u_k, v_k, h_k 代表向前积分的模式变量, $\tilde{u}_k, \tilde{v}_k, \tilde{h}_k$ 代

表向后积分的模式变量,下标 k 代表迭代次数, $\mathbf{G}_u$ 、 $\mathbf{G}_v$ 、 $\mathbf{G}_h$ 分别代表不同模式变量对应的向前积分 Nudging 算子, $\mathbf{G}'_u$ 、 $\mathbf{G}'_v$ 、 $\mathbf{G}'_h$ 分别代表不同模式变量对应的向后积分 Nudging 算子。

模式东西边界采用周期边界条件,上下边界设为 0,初始高度场利用下式得到:

$$\mathbf{h}(i,j)=H\{1+(\mathbf{y}'(i)/\pi)\exp(-2\mathbf{y}'(i)^2)[1+0.1\sin(4\pi\mathbf{x}(j)/L)]\}^{-1},\tag{21}$$

其中, i 、 j 满足的取值范围为 $0\leq i\leq N_y$ 、 $0\leq j\leq N_x$, $H=3000\text{ m}$, $\mathbf{y}'(i)=2\pi\mathbf{y}(i)/D-\pi$, $\mathbf{x}(j)$ 和 $\mathbf{y}(i)$ 分别代表纬向距离和经向距离。计算得到高度场后,再利用地转关系计算出初始风场。

同化试验使用了 50 个集合,其构造方式为:在初始高度场上叠加满足 $N(0,20)$ 分布的扰动,然后利用地转关系计算出对应风场集合成员。真实场和集合成员都经过 60 h 的启动时间 (spin up),同时也是对集合成员的发展。同化时间间隔分为 24 h 一次和 48 h 一次两种。生成含误差观测资料的方法为:将高度场 $\mathbf{h}$ 和风场 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$ 三个变量的真值插值到模式空间中 120 个不规则分布点上,再分别叠加满足 $N(0,12)$ 分布 (高度场) 的扰动和满足 $N(0,1)$ 分布 (风场) 的扰动得到。

试验中所用同化方案为 EnSRF、HNEnKF 以及 HBFNEnKF,并另外进行一次模式自由积分作为控制试验 (CTRL)。所有同化试验均采用 GC (Gaspari and Cohn, 1999) 局地化方法进行局地化处理,局地化半径取为 600 km;同时采用松弛膨胀法进行协方

差膨胀 (relax inflation) (Zhang et al., 2004),膨胀系数设置为 0.1。利用本文前述的时间权重算子,将 HBFNEnKF 和 HNEnKF 中的 Nudging 项分配到以观测资料加入时次为中心的、左右各 1 h 的时间窗口内。

为了检验各方案同化过程中变量间的平衡性,上述试验均关闭了 EnSRF 同化中的多变量分析。所谓多变量分析,指集合卡尔曼滤波通过背景误差协方差,在同化时实现各模式变量相互影响;关闭多变量分析,即进行单一变量要素同化试验。为了进一步检验新方案的效果,本文还在全球浅水模式中进行考虑多变量分析后的同化试验。全球浅水模式纬向格点 180 个,经向格点 90 个,积分步长 60 s,模式初始场设置参见 Nair et al. (2005)。观测资料取为 405 个不规则分布的点。各试验组都取 20 个集合成员,局地化半径为 50 km,协方差膨胀系数为 0.3。在全球浅水模式试验中,首先让模式积分 10 d 作为 spin up 并发展集合成员,再进行 3 d、每 6 h 一次的同化循环,之后再行 4 d 的自由积分。

所有试验方案详细配置参见表 1 和表 2。

4 试验结果与分析

4.1 通道浅水模式试验结果和分析

图 4 是同化间隔为 24 h 的高度场、风场均方根误差 (RMSE) 随时间的变化趋势。图 4a、b、c 分别为仅同化高度场、仅同化风场、同时同化高度场和风场时的高度场 RMSE 变化;图 4d、e、f 为对

表 1 通道浅水模式中各试验组名称及设置

Table 1 Names and designs of experiments in the channel shallow water model

试验方案	主要同化参数设置	时间参数设置	同化的观测量
EnSRF	采用 EnSRF 方法, 50 个集合成员, 不考虑模式各变量相关	循环同化 12 d, 同化时间间隔: 24 h、48 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
HNEnKF	采用 HNEnKF 混和方法, 50 个集合成员, 不考虑模式各变量相关	循环同化 12 d, 同化时间间隔: 24 h、48 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
HBFNEnKF	采用 HBFNEnKF 混和方法, 50 个集合成员, 不考虑模式各变量相关	循环同化 12 d, 同化时间间隔: 24 h、48 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
CTRL	控制试验, 不同化观测	自由积分 12 d	无

表 2 全球浅水模式中各试验组名称及设置

Table 2 Names and designs of experiments in the global shallow water model

试验方案	主要同化参数设置	时间参数设置	同化的观测量
EnSRF	采用 EnSRF 方法, 20 个集合成员, 考虑模式各变量相关	循环同化 3 d, 自由积分 4 d, 同化时间间隔: 6 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
HNEnKF	采用 HNEnKF 混和方法, 20 个集合成员, 考虑模式各变量相关	循环同化 3 d, 自由积分 4 d, 同化时间间隔: 6 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
HBFNEnKF	采用 HBFNEnKF 混和方法, 20 个集合成员, 考虑模式各变量相关	循环同化 3 d, 自由积分 4 d, 同化时间间隔: 6 h	仅高度场; 仅风场; 全部模式变量
CTRL	控制试验, 不同化观测	自由积分 7 d	无

应的风场 RMSE 变化。由于与 Nudging 混合, HNEnKF 和 HBFNEnKF 方法单次同化增量很小, 这里给出的是每一积分步的 RMSE。可以明显看出, 不论是同化单一变量观测还是同时同化高度场和风场观测, HBFNEnKF 的同化效果都是最好的。

当仅同化高度场时(图 4a), 各方案的同化效果都较差, 但 EnSRF 在每个同化时刻后都有很强的波动, 其 RMSE 有先增大再逐渐减小的变化过程; 同样的现象也出现在图 4b 中。这是由于只采用了单变量分析, EnSRF 同化不能很好地使模式各变量之间达到平衡关系, 需要一段时间的 spin up。该问题并未出现在 HNEnKF 和 HBFNEnKF 试验中, 不论是只同化高度场资料还是只同化风场资料, 两种混合方法都能保持较好的同化连续性, 并维持模式各变量间的平衡关系。由图 4a 和图 4d 可见, 由于只同化了高度场资料, HNEnKF 虽然比 EnSRF 的同化效果好, 但其优势并不明显, 且需要在积分一段时间后, 才能加大与 EnSRF 同化间的差距; 而 HBFNEnKF 不但能迅速订正高度场, 同时能很好地改善风场。这说明经过前后积分迭代, HBFNEnKF 比 HNEnKF 能更好地进行观测资料和模式变量间的调整。

图 5 为模式循环同化期间, 各同化方法在不同同化时间间隔情况下时间平均的 RMSE 和不连续性参数 P_d (discontinue parameter) 的对比。这里 P_d 为 Lei et al. (2012a, 2012b) 引入的参数, 目的是为了检验某一同化方法的同化连续性。其计算公式为

$$P_d = \frac{1}{m} \sum_i |E_{i-1} - E_i|, \quad (22)$$

其中, m 为试验中同化时刻的总次数, E_{i-1} 和 E_i 分别表示某同化时刻同化前和同化后的 RMSE。 P_d 值越大则说明连续性越差。

由图 5a、b 可见, HBFNEnKF 试验的时间平均 RMSE 最小, HNEnKF 试验次之, EnSRF 试验最大。随着同化时间间隔的增大, 各同化方法的 RMSE 都有增加, 其中变化最明显的是 HNEnKF 方法, 而同样条件下 HBFNEnKF 方案的 RMSE 增幅并不明显。根据同化间隔为 48 h 时的 RMSE 变化曲线(图略)可知, 相比间隔时间为 24 h 的情况, 各同化方法的均方根误差收敛时间都有增加, 这是时间平均 RMSE 增加的主要原因, 但其中以 HBFNEnKF 方法的收敛时间变化最小。此外, HNEnKF 与 EnSRF 之间的 RMSE 差距明显减小。Lei et al. (2012a, 2012b) 指出这是因为时间窗口增大, Nudging 同化

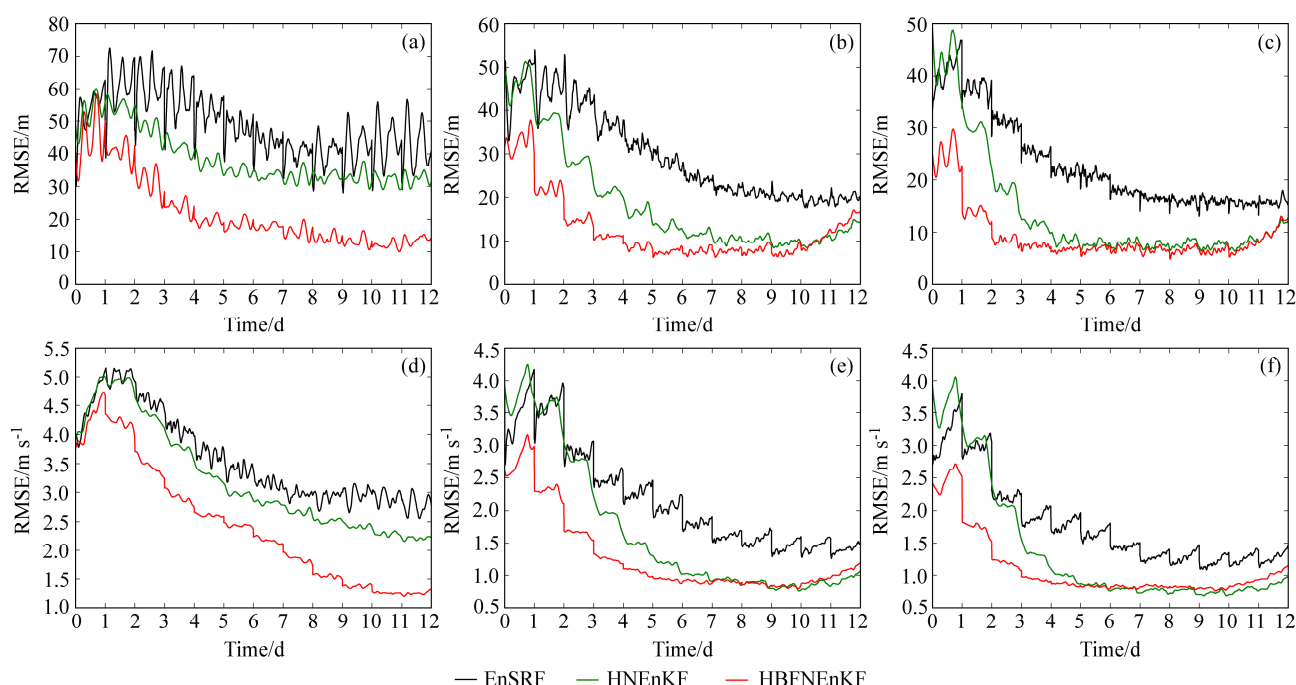


图 4 通道浅水模式下各同化方案高度场的 RMSE 随时间的变化: (a) 只同化高度场; (b) 只同化风场; (c) 同时同化高度场和风场。(d-f) 同 (a-c), 但为风场的 RMSE 变化

Fig. 4 Evolution of RMSE of height using single variable analysis in the channel shallow water model: (a) Only height observations are assimilated, (b) only wind observations are assimilated, (c) both wind and height observations are assimilated. (d-f) As in (a-c), but for RMSE of wind

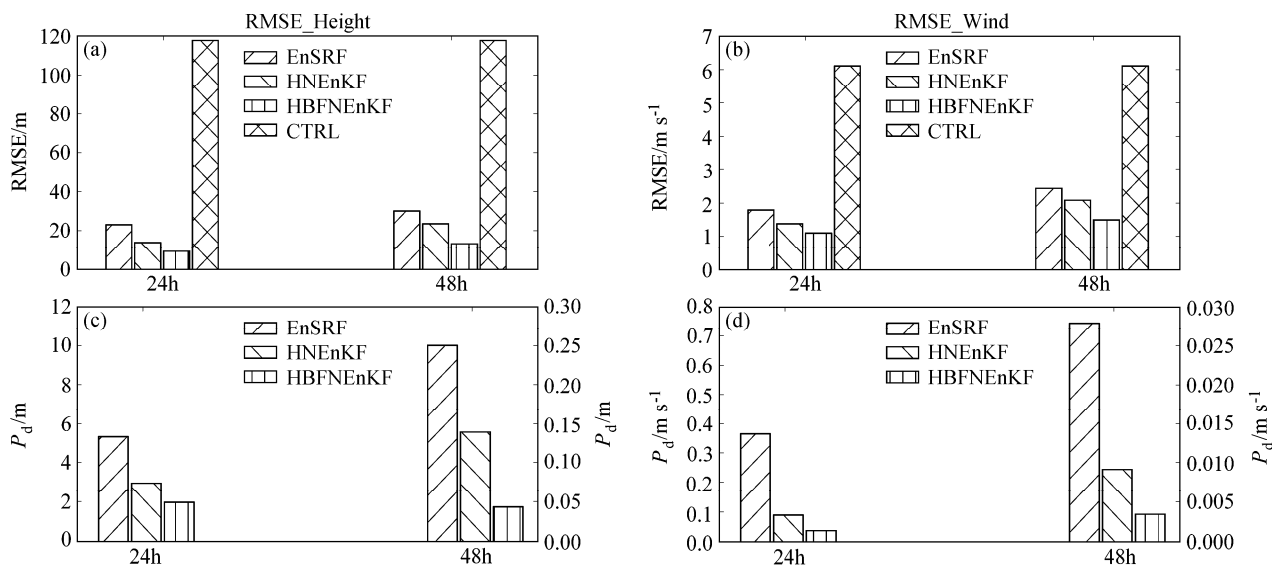


图5 模式循环同化期间平均的(a)高度场、(b)风场的RMSE和(c)高度场、(d)风场的 P_d 分布示意图。(c)、(d)中,HNEEnKF和HBFNEEnKF试验的值在右侧坐标中显示

Fig. 5 Average (a, b) RMSE during assimilation cycle and (c, d) discontinue parameter (P_d) from each assimilation scheme: (a, c) Height; (b, d) wind. Axis for HNEEnKF and HBFNEEnKF experiments in (c, d) is on the right

受到更多模式误差带来的影响。而采用前后积分迭代进行多次调整,HBFNEEnKF在一定程度上改善了HNEEnKF这一缺点。由图5c、d可见,HBFNEEnKF同化也保留了HNEEnKF良好的同化连续性;与他们相比,EnSRF的同化连续性最差。

图6为同化时间间隔24 h,只同化风场资料时,各试验循环同化结束后的环流形势。可以看出,循环同化结束后模式场中主要的系统是位于 $y=15$ km处的两个高压中心以及位于 $y=30$ km处的两个小低压。由图6c、d、e可见,EnSRF试验未能将 $y=30$ km处的小低压模拟出来。同时两个高压中心的强度、位置以及等高线的流形都与真实场存在一定差异。虽然没有模拟出低压中心,但是在真实场中小低压的位置($y=30$ km, $x=20$ km),EnSRF模拟出了气旋性环流。这说明EnSRF同化风场资料时,不能很好地调整模式高度场。由图6d可见,相比于EnSRF,HNEEnKF有一定改进,但依然不足;同化效果最好的是HBFNEEnKF试验,从各环流系统的强度、位置分布看,HBFNEEnKF都有与真实场最接近的结果。

4.2 全球浅水模式试验结果和分析

图7给出的是考虑了多变量分析,各同化方案在全球浅水模式同化试验中RMSE的变化趋势。由于全球浅水模式试验积分步较多,所以制作插图时

只考虑了同化时刻。可以明显发现,在考虑多变量分析后,EnSRF方案的同化效果得到了很大改进。然而其同化不连续、不平衡的现象依然存在。在3 d的循环同化(图中黑色竖线)后,EnSRF试验的RMSE有较快增加;而从整体来看,HNEEnKF和HBFNEEnKF在自由积分阶段的RMSE都比EnSRF低。从整体来看,HBFNEEnKF依然保留了收敛快、同化效果好、RMSE低的特点。不论是同化单一观测变量还是同时同化风场和高度场变量,HBFNEEnKF都能保持最小的均方根误差。尤其是在只同化风场观测和只同化高度场观测时,HBFNEEnKF对非观测模式变量能有较好订正(图7b、d)。

均方根误差只是对同化效果整体情况的反映。图8、9给出了在全球浅水模式中各试验循环同化结束时,且自由积分4 d后的环流形势(180°为图的中心经度)。图8是只同化风场观测的结果;图9为只同化高度场观测的结果。

由图8可见,当只同化风场资料时,HBFNEEnKF相对于另外两个试验,在各环流系统中心的强度和位置上都与真实场最为接近,较好地模拟出了位于30°~60°N的一高一低两个环流中心,以及位于30°~60°S、120°W处的高压中心。HNEEnKF和EnSRF试验在30°N、150°W处模拟出了一个虚假

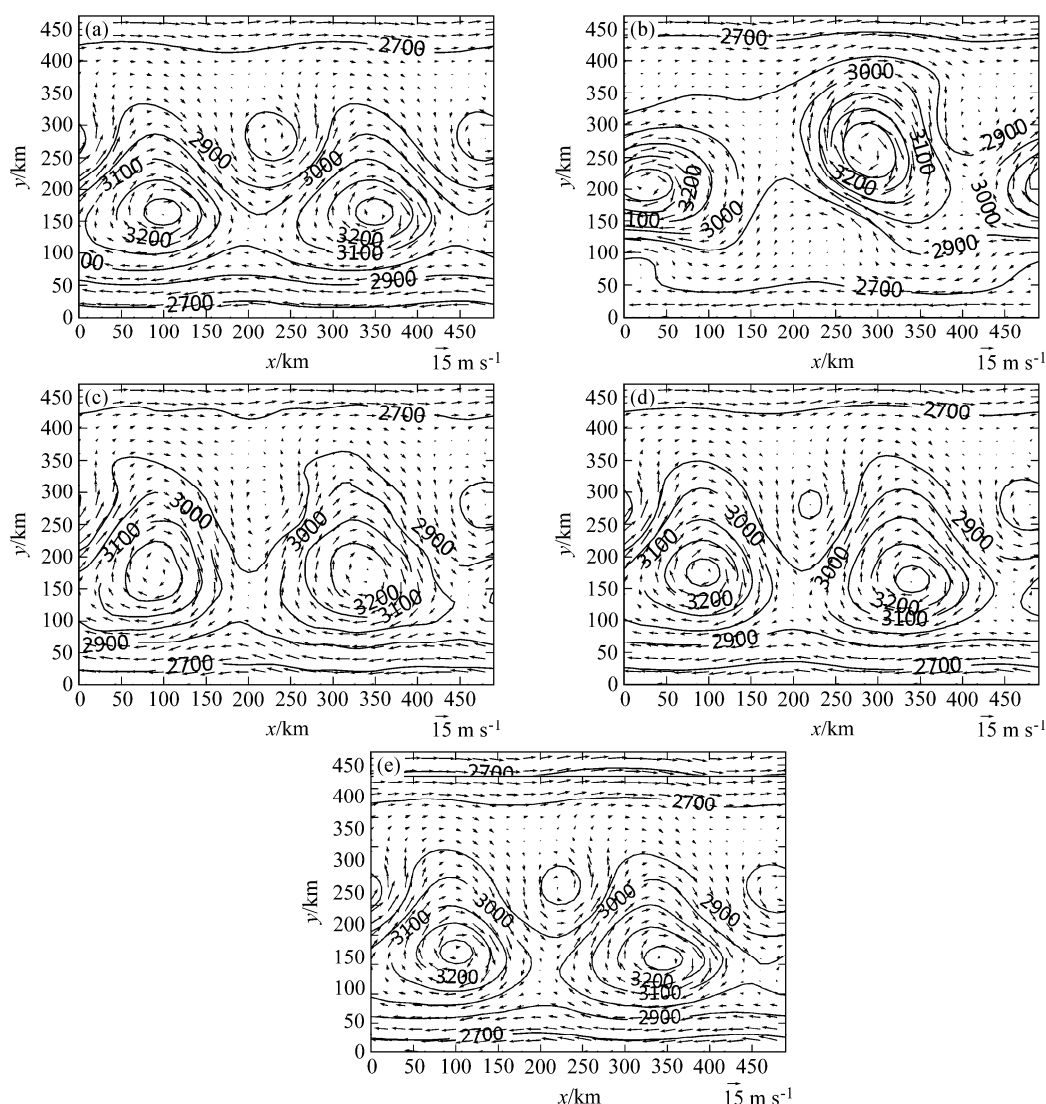


图6 只同化风场、同化周期 24 h 时, 各试验循环同化结束后高度场 (单位: m) 和风场 (单位: m s^{-1}): (a) 真实场; (b) 控制试验; (c) EnSRF; (d) HNFEnKF; (e) HBFNEnKF

Fig. 6 Height (units: m) and wind (units: m s^{-1}) fields after assimilation cycle by setting the time window to 24 h when only wind observations were assimilated: (a) Real field; (b) control; (c) EnSRF; (d) HNFEnKF; (e) HBFNEnKF

的高压中心, 而 HBFNEnKF 试验的模拟结果则没有出现这样的虚假高压中心。就风场的分布和强度来说, HBFNEnKF 的同化效果也优于另外两种方案。

由图 9 可见, 当只同化高度场资料时, EnSRF 和 HNFEnKF 试验模拟结果中的虚假环流系统发展得更为明显。相比只同化风场的试验, 由于观测资料和观测变量的减少, HBFNEnKF 同化效果有一定程度的降低。尽管如此, 试验 HBFNEnKF 模拟的主要环流系统及其强度与位置依然优于另外两组试验。

4.3 增量场分析

本节将通过增量场的分析简单说明, 相比

EnSRF, HBFNEnKF 能够取得更好的同化效果, 同时还能避免一些虚假环流系统的出现。由于 HBFNEnKF 能够通过反向积分回到初始时刻, 求得对应时刻同化前后的增量, 而 HNFEnKF 仅为向前积分且单次同化增量过小, 无法进行比较, 所以这里只用 HBFNEnKF 与 EnSRF 进行对比。

首先利用离散余弦变化 (DCT) (Denis et al., 2002) 将 EnSRF、HBFNEnKF 以及真实场在模式初始时刻的高度场转换到波数空间, 然后利用带通滤波对其进行尺度分离, 最后求得各尺度上的增量场。图 10 为第一个同化时刻、同时同化高度场和风场时, 经过尺度分离后, EnSRF 和 HBFNEnKF

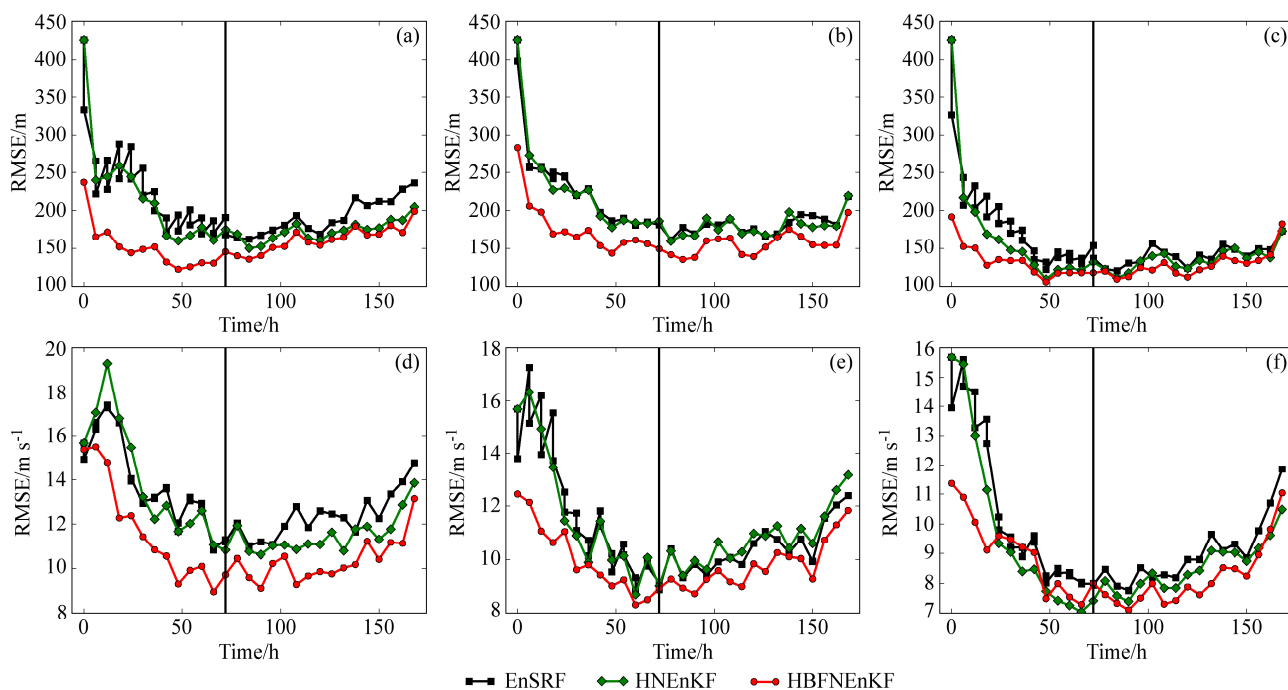


图 7 全球浅水模式下各同化方案高度场的 RMSE 随时间的变化: (a) 只同化高度场; (b) 只同化风场; (c) 同时同化风场和高度场观测。(d-f) 同 (a-c), 但为风场的 RMSE 变化

Fig. 7 Evolution of RMSE of height using single variable analysis in the global shallow water model: (a) Only height observations are assimilated, (b) only wind observations are assimilated, (c) both wind and height observations are assimilated. (d-f) As in (a-c), but for RMSE of wind

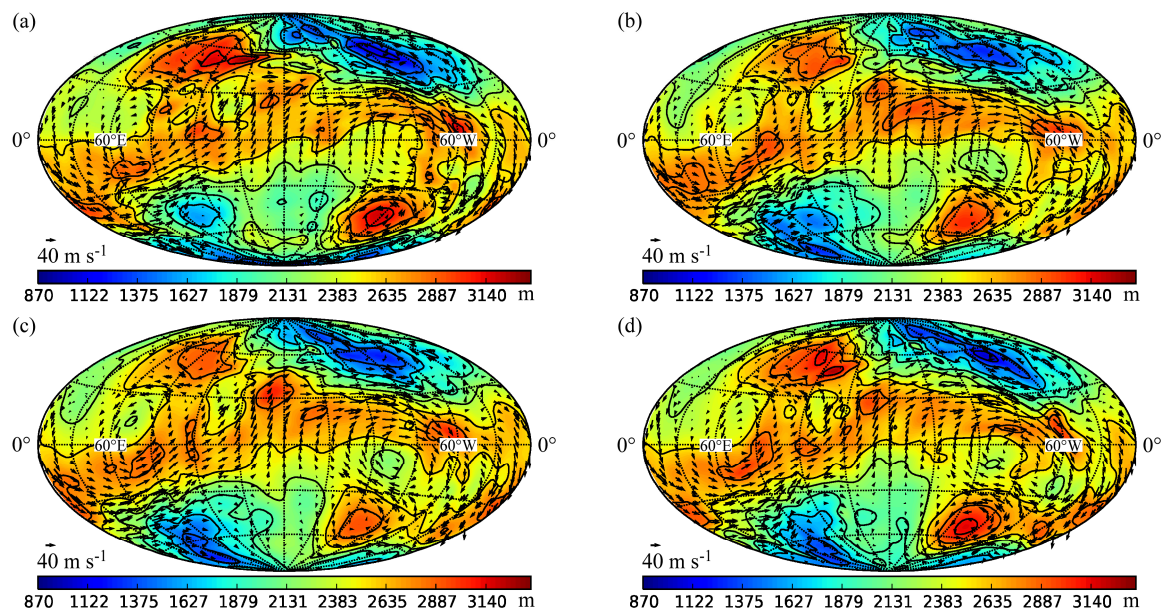


图 8 全球浅水模式下只同化风场资料时, 各同化方案循环同化结束后, 并自由积分 4 天后的环流形势: (a) 真实场; (b) EnSRF; (c) HNEnKF; (d) HBFNEnKF. 彩色阴影代表位势高度 (单位: m), 黑色线代表等高线 (单位: m), 箭头代表风场 (单位: m s^{-1})

Fig. 8 Height and wind fields after assimization cycle and 4 days integration in the global shallow water model when only wind observations were assimilated: (a) Real field; (b) EnSRF; (c) HNEnKF; (d) HBFNEnKF. Shadings represent geopotential height (units: m); black lines represent contours (units: m); arrows represent the wind field

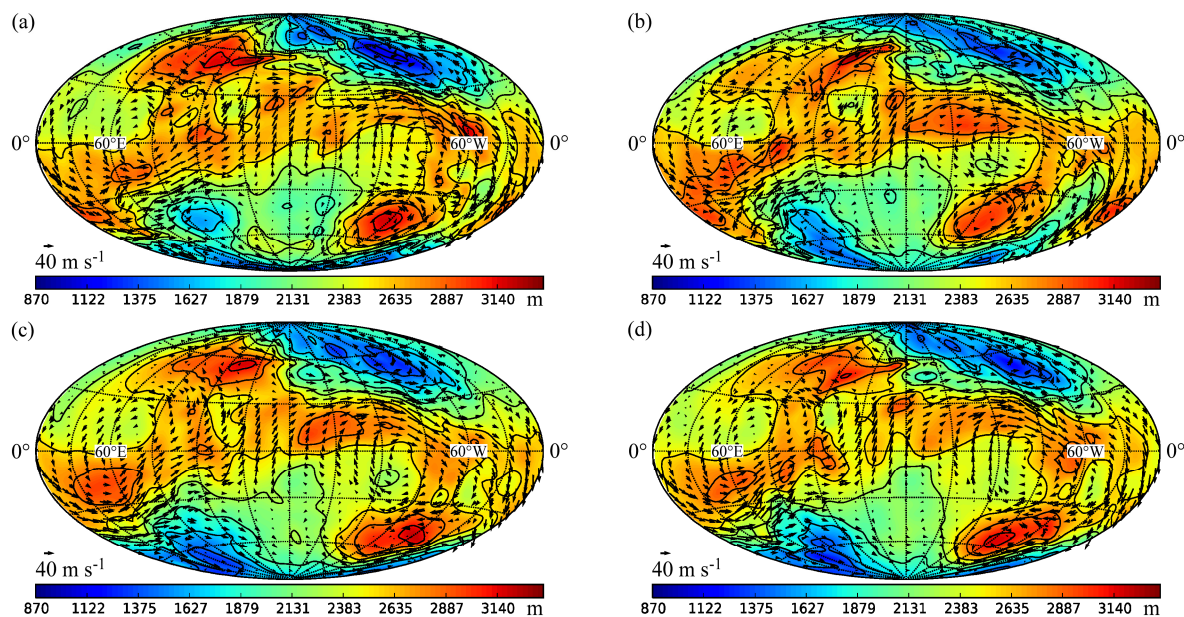


图 9 同图 8, 但为只同化高度场资料的结果

Fig. 9 As in Fig. 8, but only height observations were assimilated

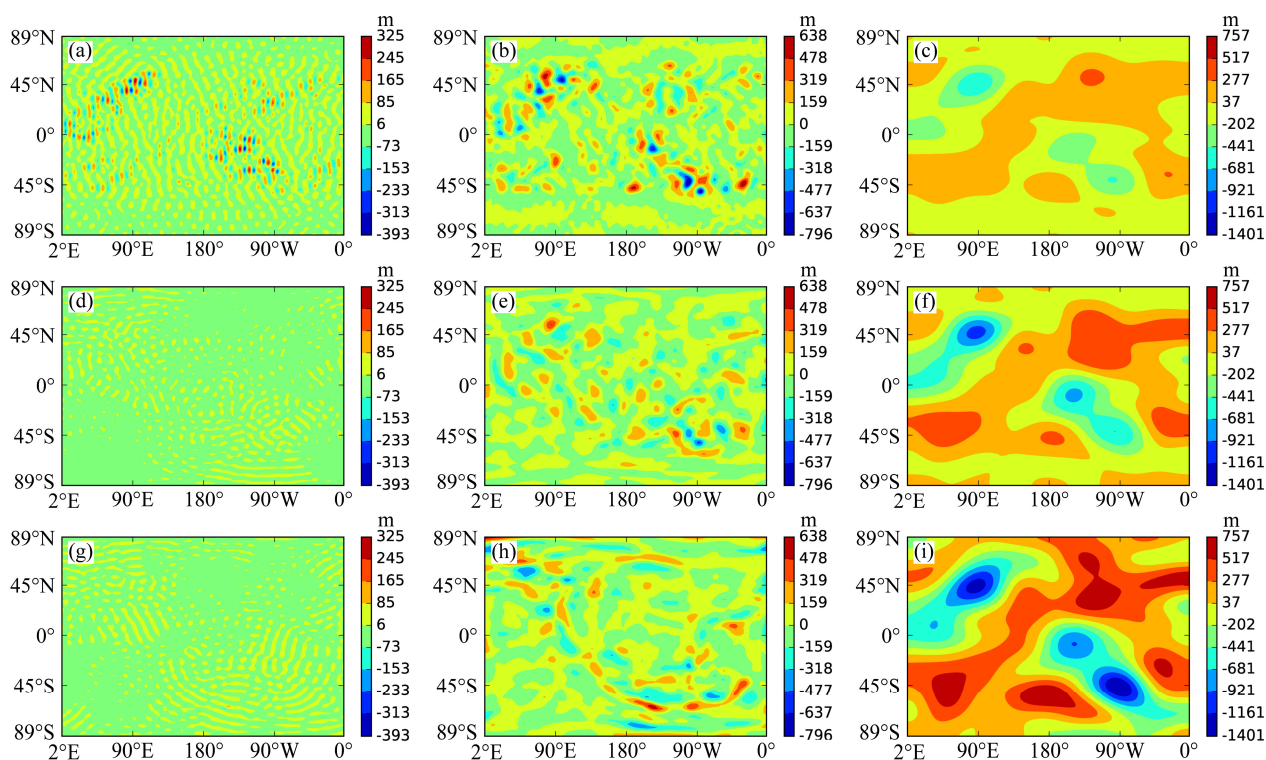


图 10 全球浅水模式下第一个同化时刻同时同化高度场和风场时, (a) EnSRF、(d) HBFNEnKF、(g) 真实场与控制试验在小尺度范围上高度场的差异。(b、e、h) 同 (a、d、g), 但为在中尺度范围上的差异场; (c、f、i) 同 (a、d、g), 但为在大尺度范围上的差异场

Fig. 10 Distribution of height differences for the small scale between the control test and (a) EnSRF experiment, (d) HBFNEnKF experiment, (g) the real field at the first assimilation time when height and wind observations are assimilated in the global shallow water model. (b, e, h) As in (a, d, g), but for the mesoscale. (c, f, i) As in (a, d, g), but for the large scale

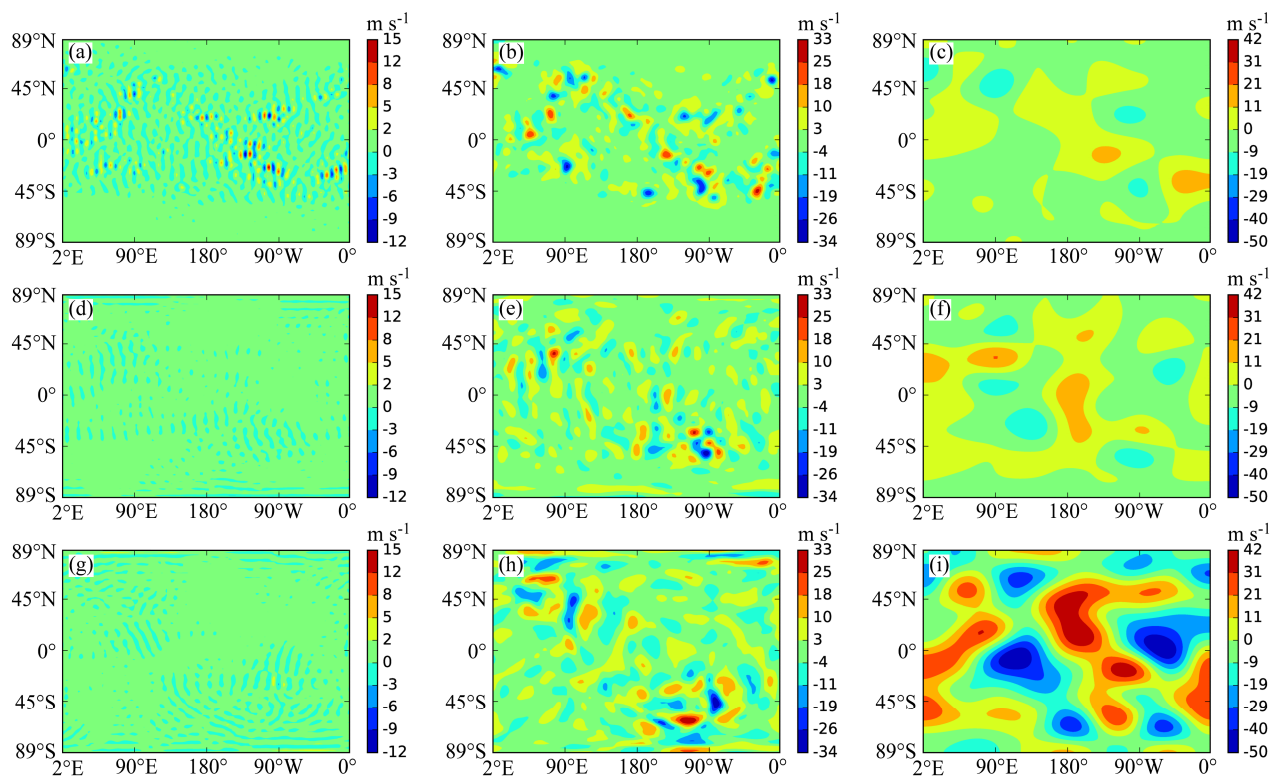


图 11 同图 10, 但为只同化高度场时纬向风分量的结果

Fig. 11 As in Fig. 10, but for zonal wind when only height observations were used

高度场的增量场以及真实场与相应时刻控制试验的差异场（因为是第一个同化时刻，所以 EnSRF 和 HBFNEnKF 同化前的背景场与相应时刻的控制试验是相同的），在小尺度、中尺度以及大尺度范围内的差异分布。可以发现：在大尺度范围（图 10c、f、i），不论是增量的强度还是分布位置，HBFNEnKF 都比 EnSRF 更接近真实场；在中尺度范围（图 10b、e、h），虽然 HBFNEnKF 的增量场与真实场和控制试验的差异场没有很好的匹配，但是与 EnSRF 的增量场相比，避免了许多虚假增量的出现；在小尺度范围（图 10a、d、g），HBFNEnKF 的增量场与真实场和控制试验的差异场分布较为一致，EnSRF 有明显的虚假增量，这正是由于 EnSRF 同化不平衡、不连续所致。

图 11 为第一个同化时刻、只同化高度场时，进行了尺度分离后，EnSRF、HBFNEnKF 以及真实场的纬向风分量与控制试验的差异场。只同化高度场是为了使差异更加明显，同时体现同化方案对非观测模式变量的订正效果。可以发现：在大尺度范围，HBFNEnKF 有着与真实场更为一致的增量分布；而在中尺度尤其是小尺度范围，HBFNEnKF 避

免了在 EnSRF 同化中出现的虚假增量。这说明，在对非观测模式变量的订正上，HBFNEnKF 有比 EnSRF 更优秀的能力，同时能解决 EnSRF 同化中的虚假相关问题。

综上所述，HBFNEnKF 同化能在模式大尺度范围进行更好的同化，同时在中小尺度范围能够避免传统 EnSRF 同化中虚假相关的出现。这也正是 HBFNEnKF 有比 EnSRF 更好的同化效果、并能够避免模式结果中虚假环流系统出现的原因。

5 结论与讨论

本文基于 Lei et al. (2012a, 2012b) 设计的 HNFEnKF 同化方法和 Auroux and Blum (2005, 2008) 设计的 BFN 方法，通过结合 BFN 和 EnKF 同化算法，设计了 HBFNEnKF 混合同化方案，并针对 EnSRF、HNFEnKF 和 HBFNEnKF 三种算法，在考虑了误差的通道浅水模式、全球浅水模式中进行同化试验。试验对比了在单变量分析、多变量分析情况下，这三种同化方法的 RMSE 变化、不连续性参数分布以及经过循环同化并自由积分后的模式环流形势，得出以下结论：

(1) HBFNEKF 混合同化方案保留了 HNEKF 同化的连续性和平滑性, 解决了 EnSRF 同化不连续、不平滑的缺点。

(2) 通过前后迭代积分, HBFNEKF 充分发挥了 Nudging 同化的特点: 积分时间越长同化效果越好, 使得同化能很快收敛, 相比 EnSRF 和 HNEKF 有最快的收敛速度, 同时取得了更好的同化效果。而通过前后积分迭代, HBFNEKF 能较好地逼近真实场, 并在一定程度上改善了 HNEKF 同化效果随着同化时间间隔增加而降低的问题。

(3) 由于 HBFNEKF 作用于模式积分, 所以 HBFNEKF 同化能利用模式方程进行约束, 使得变量间的平衡得以维持。在单变量分析试验中, HBFNEKF 和 HNEKF 都能较好地利用观测资料对各模式变量进行订正。而相比之下, 由于没有考虑多变量分析, EnSRF 方法在同化单一变量时带来了较大的模式扰动, 增加了模式的 spin up 时间, 从而影响了同化效果。

(4) 全球浅水模式的试验表明, 在经过 4 d 自由积分后, HBFNEKF 不但更加接近真实场, 同时也避免了一些虚假环流系统的出现。通过对高度场增量的尺度分析发现, 这是由于 HBFNEKF 在大尺度范围有比 EnSRF 更好的同化效果: 其增量场在强度和空间上都更加接近同化前与真实场的差异场。在中小尺度范围, HBFNEKF 还避免了一些虚假增量的出现, 这正是由于 HBFNEKF 较好的同化连续性和平滑性所致。仅同化高度场时, 纬向风增量的尺度分析也有一致结论, 这是 HBFNEKF 能够较好地维持模式变量间相互平衡、对非观测模式变量能进行合理调整的证明。

尽管 HBFNEKF 在本次试验中有最佳的效果, 但是浅水模式只是一个二维理想模式, 并不能完全代表真实大气的运动与结构。HBFNEKF 同化方法在多层模式以及实际预报模式中的试验将在之后进行, 对真实观测资料的同化效果也有待检验。另外, HBFNEKF 的许多特性还有待进一步探讨, 如: HBFNEKF 是否也保留了 BFN 能将大气低层资料同化到模式高层的特性? 迭代过程中 β 的选取对同化效果有何影响? 此外, Lorenz 96 模式的试验结果(略)表明, 通过引入不随时间变化的部分, 能够进一步增加 HBFNEKF 的同化效果, 这一改进是否能在更为复杂的模式中实现? 同时, HBFNEKF 还存在由于迭代带来的更多计算量, 以及向后积分

不稳定等问题, 虽然在本文试验中并未出现上述情况, 但依然应该进行相应的研究和改进。

参考文献 (References)

- Anderson J L. 2001. An ensemble adjustment Kalman filter for data assimilation [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 129 (12): 2884–2903, doi:10.1175/1520-0493(2001)129<2884:AEAKFF>2.0.CO;2.
- Auroux D. 2009. The back and forth nudging algorithm applied to a shallow water model, comparison and hybridization with the 4D-VAR [J]. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 61 (8): 911–929, doi:10.1002/fld.1980.
- Auroux D, Blum J. 2005. Back and forth nudging algorithm for data assimilation problems [J]. *Comptes Rendus Mathématique*, 340 (12): 873–878, doi:10.1016/j.crma.2005.05.006.
- Auroux D, Blum J. 2008. A nudging-based data assimilation method: The Back and Forth Nudging (BFN) algorithm [J]. *Nonlin. Processes Geophys.*, 15 (2): 305–319, doi:10.5194/npg-15-305-2008.
- Bishop C H, Etherton B J, Majumdar S J. 2001. Adaptive sampling with the ensemble transform Kalman filter. Part I: Theoretical aspects [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 129 (3): 420–436, doi:10.1175/1520-0493(2001)129<0420:ASWTET>2.0.CO;2.
- Bloom S C, Takacs L L, da Silva A M, et al. 1996. Data assimilation using incremental analysis updates [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 124 (6): 1256–1271, doi:10.1175/1520-0493(1996)124<1256:DAUIAU>2.0.CO;2.
- Boilley A, Mahfouf J F. 2012. Assimilation of low-level wind in a high-resolution mesoscale model using the back and forth nudging algorithm [J]. *Tellus A*, 64: 18697, doi:10.3402/tellusa.v64i0.18697.
- Denis B, Côté J, Laprise R. 2002. Spectral decomposition of two-dimensional atmospheric fields on limited-area domains using the discrete cosine transform (DCT) [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 130 (7): 1812–1829, doi:10.1175/1520-0493(2002)130<1812:SDOTDA>2.0.CO;2.
- Evensen G. 1994. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics [J]. *J. Geophys. Res.*, 99 (C5): 10143–10162, doi:10.1029/94JC00572.
- Evensen G. 2003. The ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation [J]. *Ocean Dynamics*, 53 (4): 343–367, doi:10.1007/s10236-003-0036-9.
- Evensen G, van Leeuwen P J. 2000. An ensemble Kalman smoother for nonlinear dynamics [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 128 (6): 1852–1867, doi:10.1175/1520-0493(2000)128<1852:AEKSFN>2.0.CO;2.
- Gaspari G, Cohn S E. 1999. Construction of correlation functions in two and three dimensions [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125 (554): 723–757, doi:10.1002/qj.49712555417.
- Hoke J E, Anthes R A. 1976. The initialization of numerical models by a dynamic-initialization technique [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 104 (12): 1551–1556, doi:10.1175/1520-0493(1976)104<1551:TIONMB>2.0.CO;2.
- Kepert J D. 2009. Covariance localisation and balance in an ensemble Kalman filter [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 135 (642): 1157–1176, doi:10.1002/qj.443.
- Lakshmivarahan S, Lewis J M. 2013. Nudging methods: A critical overview [M]// Park S K, Xu L. *Data Assimilation for Atmospheric, Oceanic and*

- Hydrologic Applications (Vol. II). Springer: Berlin Heidelberg, 27–57, doi:10.1007/978-3-642-35088-7_2.
- Lei L L, Stauffer D R, Haupt S E, et al. 2012a. A hybrid nudging-ensemble Kalman filter approach to data assimilation. Part I: Application in the Lorenz system [J]. *Tellus A*, 64: 18484, doi:10.3402/tellusa.v64i0.18484.
- Lei L L, Stauffer D R, Deng A J. 2012b. A hybrid nudging-ensemble Kalman filter approach to data assimilation. Part II: Application in a shallow-water model [J]. *Tellus A*, 64: 18485, doi:10.3402/tellusa.v64i0.18485.
- Lewis J M, Lakshmivarahan S, Dhall S. 2006. *Dynamic Data Assimilation: A Least Squares Approach* [M]. Cambridge, UK and New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- Liu Y B, Bourgeois A, Warner T, et al. 2005. Implementation of observation-nudging based FDDA into WRF for supporting ATEC test operations [R]. 2005 WRF User Workshop. Paper 10.7.
- Liu Y B, Bourgeois A, Warner T, et al. 2006. An update on “obs-nudge”-based FDDA for WRF-ARW: Verification using OSSE and performance of real-time forecasts [R]. 2006 WRF User Workshop. Paper 4.7.
- Livings D. 2005. Aspects of the ensemble Kalman filter [D]. M. S. thesis, Reading University.
- 闵锦忠, 王世璋, 陈杰, 等. 2012. 迭代 EnSRF 方案设计及在 Lorenz96 模式下的检验 [J]. *大气科学*, 36 (5): 889–900. Min Jinzhong, Wang Shizhang, Chen Jie, et al. 2012. The implementation and test of iterative EnSRF with Lorenz96 model [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 36 (5): 889–900, doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2012.11185.
- Nair R D, Thomas S J, Loft R D. 2005. A discontinuous Galerkin global shallow water model [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 133 (4): 876–888, doi:10.1175/MWR2903.1.
- Ourmières Y, Brankart J M, Berline L, et al. 2006. Incremental analysis update implementation into a sequential ocean data assimilation system [J]. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 23 (12): 1729–1744, doi:10.1175/JTECH1947.1.
- Ruggiero G A, Ourmières Y, Cosme E, et al. 2015. Data assimilation experiments using the diffusive back-and-forth nudging for the NEMO ocean model [J]. *Nonlin. Processes Geophys.*, 22 (2): 233–248, doi:10.5194/npg-22-233-2015.
- 邵长亮, 闵锦忠. 2015. 集合均方根滤波同化地面自动站资料的技术研究 [J]. *大气科学*, 39 (1): 1–11. Shao Changliang, Min Jinzhong. 2015. A study of the assimilation of surface automatic weather station data using the ensemble square root filter [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 39 (1): 1–11, doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1406.13263.
- Stauffer D R, Seaman N L. 1990. Use of four-dimensional data assimilation in a limited-area mesoscale model. Part I: Experiments with synoptic-scale data [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 118 (6): 1250–1277, doi:10.1175/1520-0493(1990)118<1250:UOFDDA>2.0.CO;2.
- Stauffer D R, Bao J W. 1993. Optimal determination of nudging coefficients using the adjoint equations [J]. *Tellus A*, 45 (5): 358–369, doi:10.1034/j.1600-0870.1993.t01-4-00003.x.
- 王世璋, 闵锦忠, 陈杰, 等. 2013. 迭代集合平方根滤波在风暴尺度资料同化中的应用 [J]. *大气科学*, 37 (3): 563–578. Wang Shizhang, Min Jinzhong, Chen Jie, et al. 2013. Application of iterative ensemble square-root filter in storm-scale data assimilation [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 37 (3): 563–578, doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2012.11186.
- Whitaker J S, Hamill T M. 2002. Ensemble data assimilation without perturbed observations [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 130 (7): 1913–1924, doi:10.1175/1520-0493(2002)130<1913:EDAWPO>2.0.CO;2.
- Yang S C, Corazza M, Carrasi A, et al. 2009. Comparison of local ensemble transform Kalman filter, 3DVAR, and 4DVAR in a quasigeostrophic model [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 137 (2): 693–709, doi:10.1175/2008MWR2396.1.
- Zhang F, Snyder C, Sun J Z. 2004. Impacts of initial estimate and observation availability on convective-scale data assimilation with an ensemble Kalman filter [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 132 (5): 1238–1253, doi:10.1175/1520-0493(2004)132<1238:IOIEAO>2.0.CO;2.
- Zou X, Navon I M, Ledimet F X. 1992. An optimal nudging data assimilation scheme using parameter estimation [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 118 (508): 1163–1186, doi:10.1002/qj.49711850808.