

周括, 冉令坤, 齐彦斌, 等. 2020. 包含冻结过程的广义位温及位涡特征分析 [J]. 大气科学, 44(4): 816–834. ZHOU Kuo, RAN Lingkun, QI Yanbin, et al. 2020. Characteristic Analysis of Generalized Potential Temperature and Potential Vorticity during Freezing [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 44(4): 816–834. doi:[10.3878/j.issn.1006-9895.1908.19154](https://doi.org/10.3878/j.issn.1006-9895.1908.19154)

包含冻结过程的广义位温及位涡特征分析

周括^{1,2} 冉令坤^{1,2} 齐彦斌³ 高枏亭⁴

1 中国科学院大气物理研究所云降水物理与强风暴实验室, 北京 100029

2 中国科学院大学, 北京 100049

3 吉林省人工影响天气办公室, 长春 130062

4 吉林省气象科学研究所, 长春 130062

摘 要 为了对比分析降水过程中不同表达形式热力学变量和位涡时空分布特点, 本文针对 2017 年 7 月 13~14 日吉林省强降水过程, 利用模式输出资料对常规位温 (θ)、相当位温 (θ_e)、包含凝结概率函数的广义位温 (θ_{Gao})、包含冻结概率函数的广义位温 (θ_{Wang}) 和同时涵盖凝结过程与冻结过程 (θ_{Gu}) 五种不同形式位温进行计算, 并分析五种对应位涡 [$PV(\theta)$ 、 $PV(\theta_e)$ 、 $PV(\theta_{\text{Gao}})$ 、 $PV(\theta_{\text{Wang}})$ 、 $PV(\theta_{\text{Gu}})$] 与降水的关系。结果表明, 引入冻结概率函数的广义位温 (θ_{Wang}) 和对应的广义湿位涡 $PV(\theta_{\text{Wang}})$ 与强降水的对应性更好。 θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 差异集中在降水区对流层中高层 5~11 km, 前者始终高于后者, 最大差异达 2.5 K, 说明冻结概率函数的引入扩大了广义位温的适用范围, 更适合描述降水区湿大气非均匀饱和热力状态。五种位涡的差异主要在降水区上空 12 km 以下, 由 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 定义的位涡 $PV(\theta_{\text{Gao}})$ 和 $PV(\theta_{\text{Wang}})$ 的正负异常中心更为明显。相比于 $PV(\theta_{\text{Gao}})$ 和 $PV(\theta_{\text{Wang}})$ 异常值更大, 差异可达 ± 0.2 PVU, 这主要是由于冻结概率函数的引入增大降水区上空广义位温, 促使冻结区的湿位涡异常增强。

关键词 凝结 冻结 广义位温 位涡

文章编号 1006-9895(2020)04-0816-19

中图分类号 P426

文献标识码 A

doi:[10.3878/j.issn.1006-9895.1908.19154](https://doi.org/10.3878/j.issn.1006-9895.1908.19154)

Characteristic Analysis of Generalized Potential Temperature and Potential Vorticity during Freezing

ZHOU Kuo^{1,2}, RAN Lingkun^{1,2}, QI Yanbin³, and Gao Zongting⁴

1 *Laboratory of Cloud–Precipitation Physics and Severe Storms, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029*

2 *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*

3 *Jilin Weather Modification Office, Changchun 130062*

4 *Institute of Meteorological Sciences of Jilin Province, Changchun 130062*

Abstract The spatial and temporal distribution characteristics of different types of thermodynamic variables and potential vorticity during precipitation were compared and analyzed in this study. On the basis of the heavy rainfall events

收稿日期 2019-04-28; 网络预出版日期 2020-04-01

作者简介 周括, 1992 年出生, 男, 博士研究生, 主要从事中尺度动力学与数值模拟研究. E-mail: iap_zhouk@163.com

通讯作者 冉令坤, E-mail: rlk@mail.iap.ac.cn

资助项目 中国科学院战略性先导科技专项 XDA17010105, 国家重点研发计划项目 2018YFC1507104, 国家自然科学基金项目 41575065、41775140

Funded by Strategic Priority Research Program of the Chinese Academy of Sciences (Grant XDA17010105), National Key Research and Development Program of China (Grant 2018YFC1507104), National Natural Science Foundation of China (Grants 41575065, 41775140)

in Jilin Province on 13–14 July 2017, the following five types of potential temperature were calculated with model outputs: conventional potential temperature (θ), equivalent potential temperature (θ_e), generalized potential temperature containing a condensation probability function (θ_{Gao}), generalized potential temperature containing a freezing probability function (θ_{Wang}), and potential temperature covering condensation and freezing (θ_{Gu}). The relationships between five associated types of potential vorticity [$\text{PV}(\theta)$, $\text{PV}(\theta_e)$, $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}}$), $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}}$), and $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}}$)] and precipitation were also analyzed. Results showed that the generalized potential temperature introducing a freezing probability function (θ_{Wang}) and its potential vorticity [$\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$] corresponded well with heavy rainfall. The differences between θ_{Wang} and θ_{Gao} were observed at 5–11 km in the mid-upper troposphere over the rainfall region. θ_{Wang} was always greater than θ_{Gao} , with the maximum difference reaching 2.5 K. Hence, the introduction of the freezing probability function extends the application scope of the generalized potential temperature and offers a reliable depiction of the thermodynamic state of nonuniform saturated moist air over rainfall regions. The differences among the five types of potential vorticity were mainly observed under 12 km over the rainfall region. The positive and negative anomaly centers for potential vorticity $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ and $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$ respectively defined by θ_{Gao} and θ_{Wang} were increasingly visible. The anomaly value of $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$ was greater than that of $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$, and the differences could reach ± 0.2 PVU. Such difference was due to the enhancement of the generalized potential temperature over the rainfall region resulting from the introduction of the freezing probability function. This condition led to the abnormal enhancement of the moist potential vorticity in the freezing region.

Keywords Condensation, Freezing, Generalized potential temperature, Potential vorticity

1 引言

位温是大气热力学中一个非常重要的参数, 在干绝热过程中具有守恒性。但在有水汽参与并释放潜热时, 位温将不再守恒。为了解决这个问题, 在处于饱和状态的大气里引入了湿绝热过程中具有守恒性的相当位温 (Holton, 1972)。Bolton (1980) 对比了相当位温的不同计算方法并得出了较为准确的计算方法。Davies-Jones (2009) 则在 Bolton (1980) 的研究基础上给出了更高效和精确的相当位温的计算方法。可是位温与相当位温分别适用于未饱和与饱和两种状态下的大气, 而在未饱和与饱和之间的过渡区, 由于凝结潜热的释放, 在位温和相当位温之间出现了不连续, 这种不连续给理论分析造成了许多困难 (吴国雄等, 1995; Ooyama, 2001)。Mason (1971) 通过观测事实发现, 当大气相对湿度达到 78% 时, 就已经有凝结过程发生。而且实际的大气是部分地方饱和和部分地方不饱和, 也就是以非均匀饱和的一种状态存在的。根据这些事实, 王兴荣等 (1999) 提出了凝结概率函数 $(q/q_s)^k$ 来描述这种状态。Gao et al. (2004) 则在凝结概率函数的基础上给出了广义位温的定义, 相比于位温和相当位温扩展了适用范围, 并弥补了凝结过程带来的不连续性问题。基于这些优势, 包含凝结过程的广义位温得到了迅速发展和广泛应用 (高守亭和崔春光, 2007; 曹洁和高守亭, 2008; 段旭等, 2018)。但是 Gao et al. (2004) 提出的广义位温

也并未涵盖所有的大气状态, 例如在有冻结过程参与的时候, 广义位温再次出现了不连续的现象。考虑到这种由于冻结过程带来的不连续性, Wang and Huang (2018) 构造了冻结概率函数的表达式, 将冻结过程引入到广义位温之中, 解决了冻结过程带来的不连续性问题, 进一步扩展了广义位温的适用范围。Gu et al. (2015) 在研究风的垂直切变对热带气旋结构和强度的影响时, 基于 Bryan (2008) 的研究得出了包含凝结和冻结过程的熵表达式, 利用这一结果同样可以得到包含凝结和冻结过程的位温表达式。

相当位温和广义位温的发展同时带动了湿位涡理论的进步和发展。李耀辉和寿绍文 (2000) 利用湿位涡理论研究了中尺度气旋的发展演变。蒙伟光等 (2004) 根据湿位涡守恒原理和倾斜涡度发展理论分析了暴雨和 MCS (mesoscale convective system) 形成和发展原因。徐文慧等 (2010) 通过湿位涡揭示了台风环流内中尺度对流发展演变的特征。Gao et al. (2004) 利用广义位温提出了广义湿位涡的概念, 通过分析其倾向方程得出, 由于凝结概率函数的引入, 在接近饱和的区域会有湿位涡的生成。段廷扬等 (2007) 探讨了广义湿位涡及其倾向在暴雨落区预报方面的应用。广义湿位涡和降水关系密切, 能在一定程度上反映出对应时期的水汽分布和水汽集中特点, 与降水量的变化是一致的 (周玉淑, 2009)。Zhou et al. (2010) 利用广义湿位涡对一次地形降水进行了诊断。Liang et al. (2010) 发现

广义湿位涡在强降水落区的诊断上有明显的优势。王伏村等(2013)发现,相比湿位涡,广义湿位涡在降水落区和降水发展变化趋势的预报上均有所提升。Wang and Huang (2018)在冻结概率函数的基础上补充完善了广义湿位涡的定义,并指出在接近冻结过程发生的区域会有湿位涡形成。

以往的研究中大多数采用了某种单一形式的位温或位涡对天气过程进行分析,对不同形式位温及位涡之间空间结构的对比则讨论较少,此外,在对位温及位涡的分析中极少考虑冻结过程的参与。基于以上存在的问题,本文对比分析了在吉林暴雨过程中常规位温、相当位温、Gao et al. (2004)提出的包含凝结概率函数的广义位温、Wang and Huang (2018)补充冻结概率函数的广义位温和从Gu et al. (2015)关于熵的研究中推导得出的位温在内的五种位温及其对应位涡的空间结构特征,讨论了不同形式的位温及位涡与强降水的关系,着重突出了冻结过程对广义位温和位涡的影响。

2 资料和方法

2.1 天气过程

2017年7月13~14日,我国吉林省发生了一次暴雨过程,强降水时段6 h累积降水达60 mm以上,给吉林地区带来严重的洪涝灾害。利用NCEP $1^\circ \times 1^\circ$ FNL (Final Operational Global Analysis) 资料对影响降水的环流形势进行了分析。对流层高层200 hPa,两个较强的急流中心分别位于巴尔喀什湖和日本东北部。吉林地区位于一个较弱的风速大值中心以西,有辐散气流存在(图1a、b)。对流层中层500 hPa,欧亚大陆为两槽一脊的环流形势(图1c、d),吉林地区上空为一个浅槽。副热带高压(以下简称副高)脊线西伸北抬,副高西南侧的东南暖湿气流与浅槽后部的西北干冷气流交汇于吉林地区,造成冷暖气团的对峙,并带来强降水。对流层低层850 hPa(图1e、f),南海的湿空气沿高压外围直达东北地区,给暴雨的发生发展提供充足的水汽。吉林地区上空被低涡控制,在高层辐散气流的配合下,容易造成辐合抬升并促进降水发生发展。

2.2 数值模拟

本文采用WRFV3.8版本对此次降水过程进行了数值模拟,模式背景场和侧边界条件由NCEP $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ (global forecast system, 简称GFS) 全球预报系统每3 h预报场资料生成。模式水平分辨

率为3 km,水平格点数为 701×711 ,垂直层数为51层,模式层顶气压为50 hPa。模式起始时间为2017年7月12日00:00(协调世界时,下同),积分72 h,每30分钟输出一次。模式微物理过程为Morrison (Morrison et al., 2009) 双参方案,长波辐射和短波辐射采用RRTMG方案(Iacono et al., 2008),近地面采用Monin-Obukhov方案(Monin and Obukhov, 1954),陆面过程采用Noah方案(Tewari et al., 2004),边界层采用YSU方案(Hong et al., 2006)。为了更好的捕捉降水空间分布和强度特征,本文利用美国环境预报中心(NCEP)的业务同化系统GSI (Gridpoint Statistical Interpolation) V3.6版本,并采用三维变分同化方法对MICAPS第一类和第五类数据进行同化以改善模式预报初始场,同化要素包括水汽比湿和温度。

降水发生自2017年7月13日00:00,并逐渐增强。13日06:00,雨带呈东西走向覆盖吉林大部分地区。13日06:00至13日15时是主要的降水时段,之后雨带逐渐收缩减弱移向吉林西南部。图2给出了实况与模拟的6 h累计降水分布,其中实况降水资料取自MICAPS第一类数据。数值模拟结果较好地还原了降水过程,尽管降水大值中心并未完全重合,但整个雨带的落区和分布形态都与实况相对应,以下讨论均基于数值模拟结果。

2.3 不同表达形式位温和相应位涡

本文采用五种包含不同物理过程的位温,包括常规位温、相当位温、包含凝结概率函数的广义位温、包含冻结概率函数的广义位温以及同时涵盖凝结过程与冻结过程的位温。

常规位温定义如下:

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}, \quad (1)$$

其中, T 是温度, $p_0=1000$ hPa代表参考气压, p 是气压, $R=287.05$ J kg $^{-1}$ K $^{-1}$ 表示干空气的气体常数, $c_p=1004$ J kg $^{-1}$ K $^{-1}$ 代表干空气的定压比热。

Holton (1972)针对有凝结过程参与的饱和大气,提出的相当位温定义如下:

$$\theta_e = \theta \exp \left(\frac{L_{v0} q_s}{c_p T} \right), \quad (2)$$

其中, θ 为位温, $L_{v0}=2.555 \times 10^6$ J kg $^{-1}$ 代表凝结潜热, q_s 为水汽饱和比湿。

Gao et al. (2004)考虑了大气非均匀饱和的状

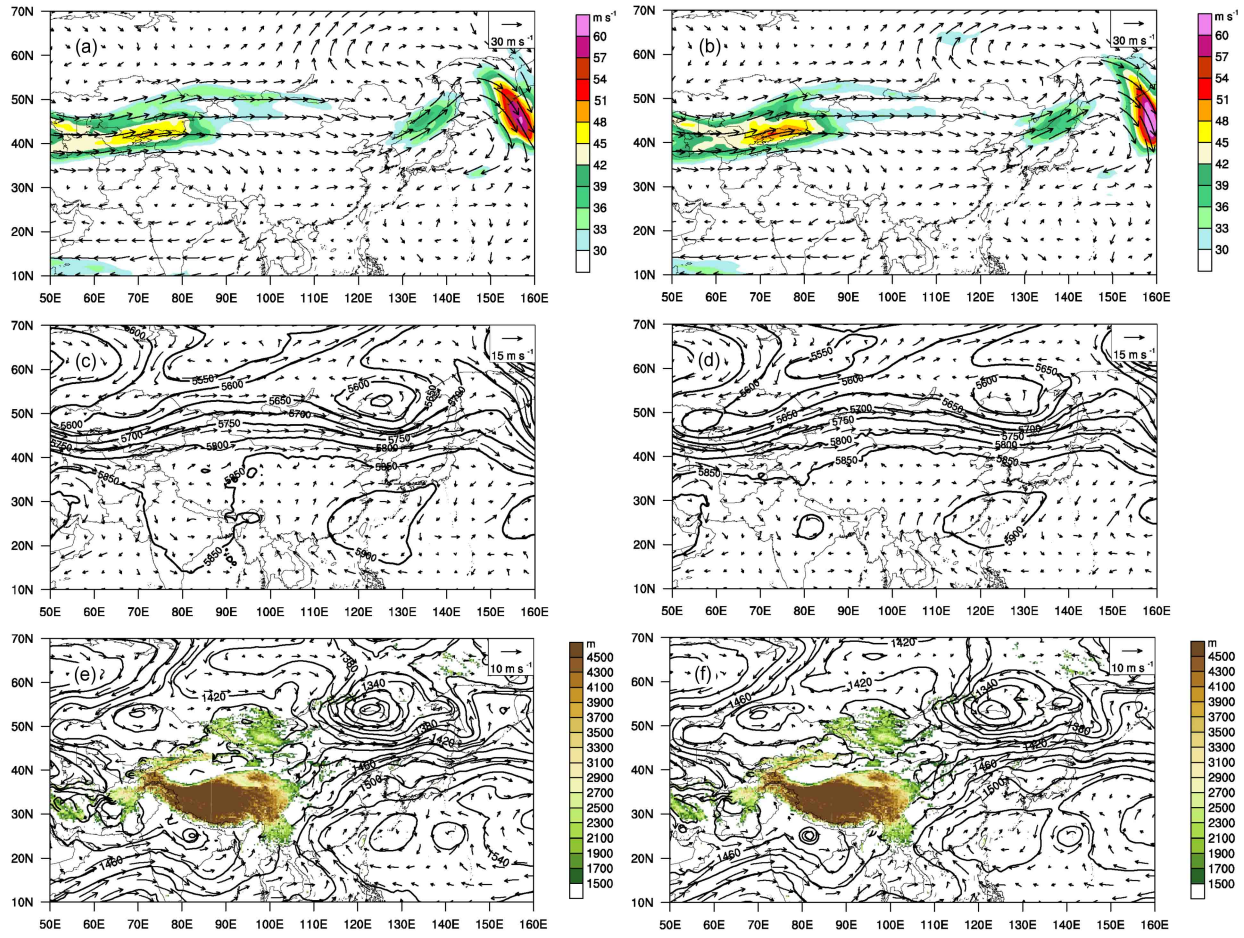


图1 2017年7月12日00:00(左列;协调世界时,下同)、06:00(右列)(a、b)200 hPa风场(箭头,单位: m s^{-1})和大于 30 m s^{-1} 风速(填色,单位: m s^{-1})分布以及(c、d)500 hPa、(e、f)850 hPa高度场(黑色等值线,单位: gpm)和风场(箭头,单位: m s^{-1})分布。(e、f)中填色表示地形高度,单位: m

Fig. 1 (a, b) Wind field (arrows, units: m s^{-1}) and wind speed of more than 30 m s^{-1} (shaded, units: m s^{-1}) at 200 hPa, and geopotential height (black contours, units: gpm) and wind field (arrows, units: m s^{-1}) at (c, d) 500 hPa and (e, f) 850 hPa on 12 July, 2017: 0000 UTC (left column); 0600 UTC (right column). The shaded areas denote the topography height in (e, f)

态,提出了包含凝结过程的非均匀饱和大气中广义位温,其表达式为

$$\theta_{\text{Gao}} = \theta \exp \left[\frac{L_{v0} q_s}{c_p T} \left(\frac{q_v}{q_s} \right)^k \right], \quad (3)$$

其中, q_v 为水汽比湿, $k=9$ 表示凝结概率函数的经验指数。

Gu et al. (2015) 利用包含凝结和冻结过程的熵研究了垂直风切变对热带气旋热力结构和强度的影响,其表达式如下:

$$S = c_p \ln \theta + \frac{L_{v0} r_v}{T} - \frac{L_{f0} r_i}{T} - R_v (r_v + r_i) \ln(H_1) + R_v r_i \ln(H_i) - R \ln p_0, \quad (4)$$

其中, S 代表熵, $L_{f0} = 2.832 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ 表示冻结潜热, r_v 和 r_i 分别表示水汽混合比和冰混合比,

$R_v = 461.5 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 是水汽的气体常数, H_1 和 H_i 分别表示水面和冰面上的相对湿度。上式两端同时取微分,可得:

$$dS = c_p d \ln \theta + d \left(\frac{L_{v0} r_v}{T} - \frac{L_{f0} r_i}{T} - R_v (r_v + r_i) \ln(H_1) + R_v r_i \ln(H_i) \right), \quad (5)$$

令

$$\theta_{\text{Gu}} = \theta \exp \left[\frac{L_{v0} r_v}{c_p T} - \frac{L_{f0} r_i}{c_p T} - \frac{R_v (r_v + r_i) \ln(H_1)}{c_p} + \frac{R_v r_i \ln(H_i)}{c_p} \right], \quad (6)$$

则得到:

$$dS = c_p d \ln \theta_{\text{Gu}}, \quad (7)$$

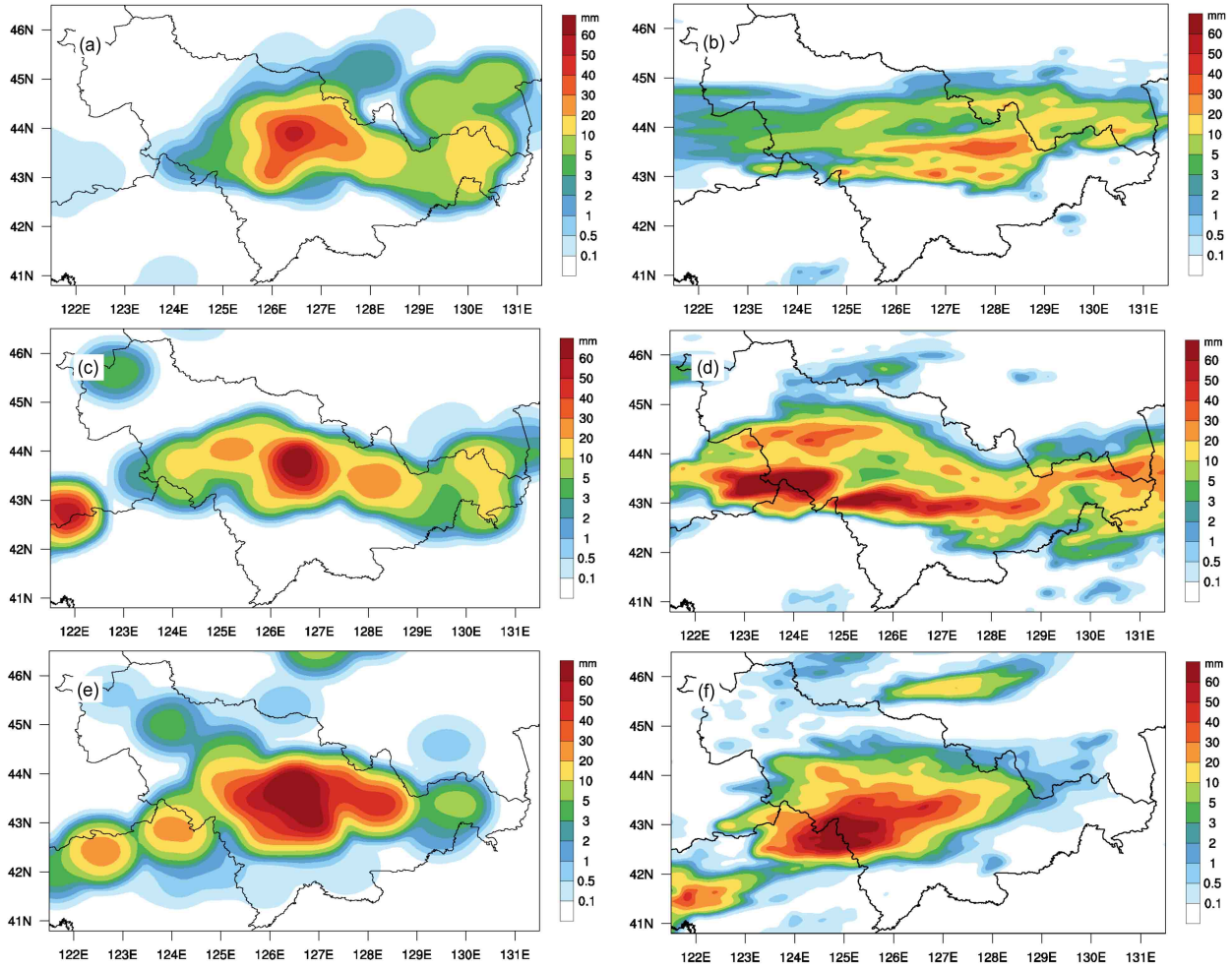


图2 2017年7月13日实况(左列)与模拟(右列)的6 h累积降水量(单位: mm)分布: (a, b) 06:00; (c, d) 12:00; (e, f) 18:00

Fig. 2 Observed (left column) and simulated (right column) 6 h accumulated precipitation (units: mm) on 13 July, 2017: (a, b) 0600 UTC; (c, d) 1200 UTC; (e, f) 1800 UTC

由此可得到包含凝结和冻结过程的湿大气位温公式(6)。

为了弥补与冻结过程相关的潜热带来的不连续性, Wang and Huang (2018) 构造了冻结概率函数。假设在温度为 T 、气压为 p 和相对湿度为 r 时, 冻结过程发生在一个温度相关的随机波动产生的变量 $F_x \leq 273.15$ K 的概率下。如果 F_x 满足正态分布, 那么冻结过程概率密度函数可写成如下形式:

$$\psi(F_x, T, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(F_x - T)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (8)$$

其中, σ 为标准差, 则累计分布函数为

$$\varphi(F_x, T, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{F_x} \exp\left[-\frac{(T_{ax} - T)^2}{2\sigma^2}\right] dT_{ax}, \quad (9)$$

此时 T_{ax} 表示在温度为 T 、标准差为 σ 时, F_x

的概率密度函数 ψ 的自变量, 即 F_x 的可能取值。当 $F_x = 273.15$ K 时, 上式变为

$$\varphi(273.15, T, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{273.15} \exp\left[-\frac{(T_{ax} - T)^2}{2\sigma^2}\right] dT_{ax}. \quad (10)$$

公式(10)表示随机变量 F_x 在温度为 T 时发生在冰点以下累积概率, 也就是水汽在满足凝结条件的基础上并变成固态水的概率。考虑到 $F_x = 277.13$ K 时, 水的密度达到最大, 则在此温度下, 发生冻结过程是小概率事件, 即:

$$\begin{aligned} \varphi(273.15, 277.13, \sigma) = \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{273.15} \exp\left[-\frac{(T_{ax} - 277.13)^2}{2\sigma^2}\right] dT_{ax} = 0.05, \end{aligned} \quad (11)$$

求解上式得 $\sigma = 2.4$, 冻结概率函数的最终形式

如下:

$$\varphi(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}2.4} \int_{-\infty}^{273.15} \exp\left[\frac{-(T_{ax}-T)^2}{2(2.4)^2}\right] dT_{ax}, \quad (12)$$

在 θ_{Gao} 的基础上, 加入冻结过程的广义位温 θ_{Wang} 则定义为

$$\theta_{\text{Wang}} = \theta \exp\left[\frac{(L_{f0}\varphi(T) + L_{v0})\left(\frac{q_v}{q_s}\right)^k}{c_p T} q_s\right], \quad (13)$$

公式 (13) 中 L_{f0} 取值与公式 (6) 一致。

以上公式 (1)、(2)、(3)、(6) 和 (13) 即为本文在吉林降水过程中位温特征对比分析的四种的表达形式, 其中位温 θ 并未考虑水汽相变, 适用于表征未饱和大气的热力状态。相当位温 θ_e 加入了饱和大气的凝结过程, 能够反应饱和大气的热力特征。考虑到大气并非处处饱和, 而是处在一种非均匀饱和的状态下, θ_{Gao} 引入了凝结概率函数, 对于未饱和大气及有凝结过程参与的大气热力特征均有所表现。 θ_{Gu} 中包含凝结和冻结过程, 而且并不限于饱和大气, 对于有凝结和冻结过程发生的湿大气的热力特征均有所体现。 θ_{Wang} 在 θ_{Gao} 的基础上引入了冻结概率函数, 除了表现未饱和大气及有凝结过程参与的大气热力特征外, 还能表现有冻结过程发生的大气热力特征。

五种形式的位温中, 有两种形式 (θ_{Gu} 和 θ_{Wang}) 包含了凝结和冻结过程, 在这一点上两者并无本质区别, 区别在于凝结和冻结过程的表现形式上。其中 θ_{Gu} 包含的凝结过程释放的潜热可以用 $|L_{v0}r_v - TR_v \ln(H_1)r_v|$ 来表示, 冻结过程释放的潜热为 $|L_{f0}r_i - TR_i \ln(H_1/H_i)r_v|$ 。 θ_{Wang} 中凝结过程释放的潜热可以用 $L_{v0}(q_v/q_s)^k q_s$ 来表示, 冻结过程释放的潜热用 $L_{f0}\varphi(T)(q_v/q_s)^k q_s$ 来表示。对比两种位温不同物理过程中的表现形式可以发现, θ_{Gu} 中总潜热释放以水汽混合比、冰混合比及其对应的凝结潜热和冻结潜热乘积的线性叠加来表征。 θ_{Wang} 中的潜热释放则是和相当位温类似, 与饱和比湿 q_s 相关, 但是, θ_{Wang} 中引入了非线性的凝结概率函数与冻结概率函数来表示这两种相态变化过程发生的可能性。与 θ_{Gu} 相比 θ_{Wang} 中引入凝结概率函数与冻结概率函数的这种方式更能表现降水期间水汽在降水区集中的特点。

五种位温对应位涡表达式如下:

$$\text{PV}_x = \alpha \zeta_a \cdot \nabla \theta_x, \quad (14)$$

其中, ζ_a 为三维涡度矢量 ($\zeta_a = \nabla \times \mathbf{V} + 2\boldsymbol{\Omega}$), θ_x

即为五种位温 (θ 、 θ_e 、 θ_{Gao} 、 θ_{Gu} 和 θ_{Wang}), 这样则可以得到 $\text{PV}(\theta)$ 、 $\text{PV}(\theta_e)$ 、 $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 、 $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$ 和 $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}})$ 。绝热 (除潜热外) 与无摩擦的条件下, $\text{PV}(\theta)$ 在无潜热释放的未饱和大气中具有守恒性, $\text{PV}(\theta_e)$ 则在有凝结过程参与的饱和大气中具有守恒性, 两者分别适用于分析未饱和与饱和大气的动力学特征。对于 $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$, 在未饱和区域 ($q_v/q_s < 0.7$, $(q_v/q_s)^9 < 0.05 \approx 0$), $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 近似等于 $\text{PV}(\theta)$; 在饱和区域 [$q_v/q_s > 0.995$, $(q_v/q_s)^9 > 0.96 \approx 1$], $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 近似等于 $\text{PV}\theta_e$; 但是在接近饱和区域 [$0.7 < q_v/q_s < 0.995$, $0.04 < (q_v/q_s)^9 < 0.96$], 由于凝结概率函数的引入, $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 将不再守恒 (Gao et al., 2004)。由 $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}})$ 的表达式可知, $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}})$ 将随着 r_v 与 r_i 的变化而变化。类似 $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 、 $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$ 在未饱和区域近似等于 $\text{PV}(\theta)$; 在饱和且远离冻结过程发生的区域与 $\text{PV}(\theta_e)$ 近似相等; 然而在接近饱和或者接近冻结的区域, $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$ 将不再守恒 (Wang and Huang, 2018)。

3 五种位温时空特征分析

3.1 五种位温水平、垂直分布和时间演变对比

2017 年 7 月 13 日 12:00, 强降水主要集中在吉林省西南部, 图 3 给出了此时刻 3 km 高度五种位温和 1 h 累积降水水平分布。对流层低层水汽比较充沛, 与其他四种位温相比, θ 并未考虑水汽的作用, 数值较小 (图 3a)。 θ_{Gao} 与 θ_{Wang} 在 θ_e 的基础上考虑了大气的非均匀饱和特性, 降水大值区水汽凝结并释放潜热, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 与降水有较好的对应关系 (图 3c, d)。在此高度上, 基本没有冻结过程的发生, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 差异不明显。 θ_{Gu} 同样适用于分析湿空气的热力状态, 与降水也有一定对应关系, 相比于 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} , θ_{Gu} 的高值和低值区分布没有前两者分明 (图 3e)。相较而言, 在对流层低层, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 与降水有着更好的对应关系。

沿强降水中心对五种位温作经向剖面, 由图可见, 沿 124.7°E 有两个降水极值分别位于 43.27°N 和 43.9°N (图 4a), θ 在整个对流层分布较为平直, 和降水的对应性不明显。对流层中层 6 km 左右, θ_e 的大值区和 43.27°N 处的降水极值相对应 (图 4b), 说明有水汽的凝结过程发生。 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在对流层低层分布十分一致 (图 4c, d), 在对流层中高层 5~9 km 均有明显的大值区, 而且和两个

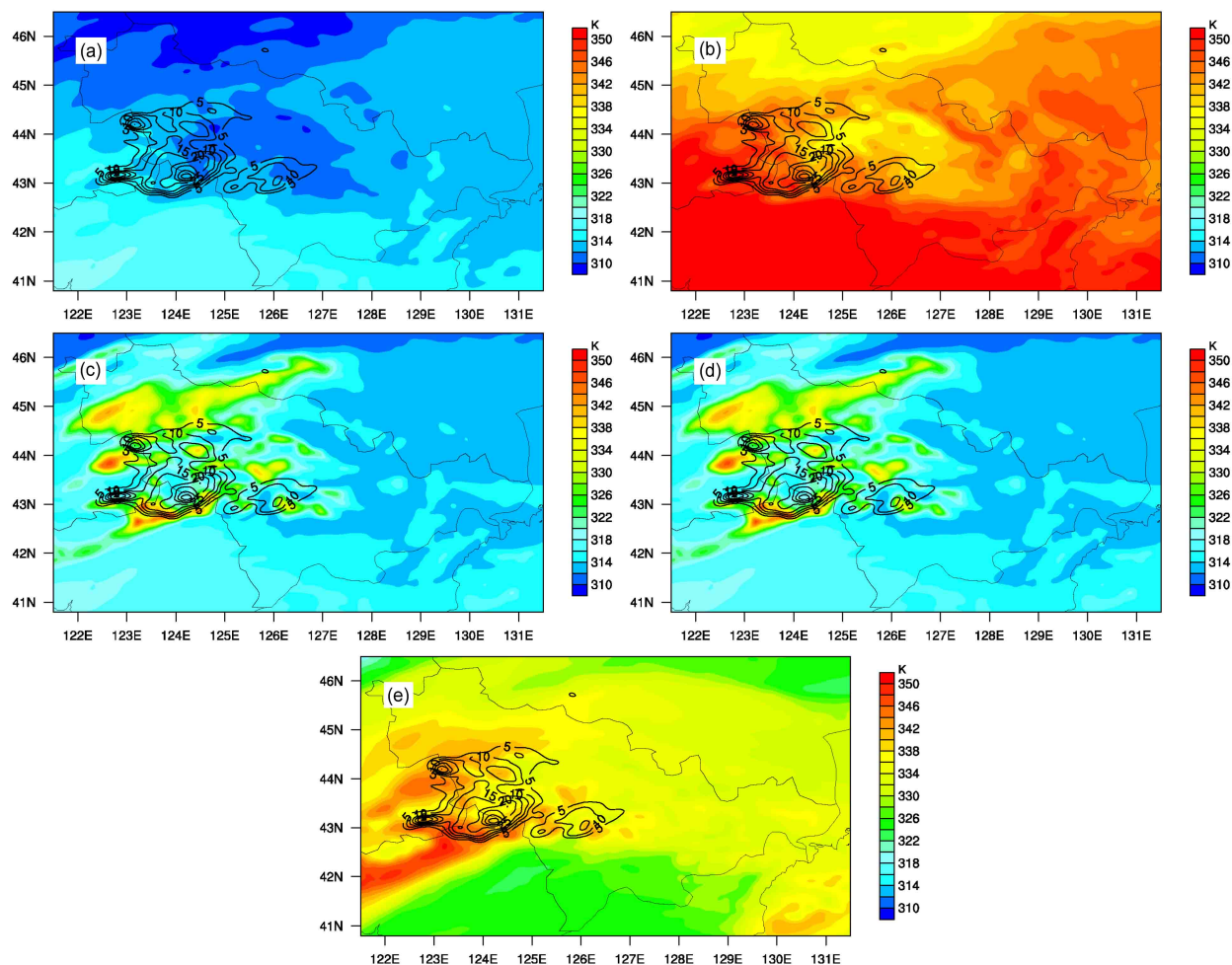


图3 2017年7月13日12:00五种位温(填色,单位:K)和模拟1h累积降水(黑色等值线,单位:mm)叠加分布:(a) θ ; (b) θ_e ; (c) θ_{Gao} ; (d) θ_{Wang} ; (e) θ_{Gu}

Fig. 3 Five composite types of potential temperature (shaded, units: K) and simulated 1 h accumulated precipitation (black contours, units: mm) at 1200 UTC on July 13, 2017: (a) θ , (b) θ_e , (c) θ_{Gao} , (d) θ_{Wang} , and (e) θ_{Gu}

降水极值中心对应。和 θ_{Gao} 相比, θ_{Wang} 在对流层中高层强度更大,这也与冻结过程相联系。在远离降水中心的地区, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 的分布相似,和 θ 的垂直分布同样比较接近,可见在未饱和的空气中,由于没有潜热释放,三者有着类似的分布特征。 θ_{Gu} 中也蕴含着冻结过程,但在对流层中高层的分布特征与 θ_e 较为接近(图4e),主要体现了水汽凝结的作用。从垂直剖面来看, θ_{Wang} 与降水分布的对应性更加明显。

为进一步研究五种位温的空间分布特征,图5给出了强降水区中一个点上(42.8°N, 126.4°E)的不同位温变化的时间序列。该点在13日08:00和15:00分别出现明显的降水极值。在降水时段, θ 未出现明显波动,空间分布的变化较为平直(图

5a)。 θ_e 则在对流层中高层5~10 km随着降水的起落有两次明显的增强(图5b)。 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在4~10 km的范围内随时间波动较为剧烈(图5c, d),和降水的变化趋势十分一致,但由于冻结过程的存在, θ_{Wang} 在对流层中高层的强度要强于 θ_{Gao} ,降水减弱之后, θ_{Gao} 、 θ_{Wang} 和 θ 的变化趋于一致。 θ_{Gu} 的变化同样和降水有对应关系(图5e),但是变化范围和强度要弱于 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} ,引入概率函数的广义位温更好地表现大气的热力特征。

3.2 θ_{Gao} 与 θ_{Wang} 差异分布

在 θ_{Gao} 中凝结概率函数的基础上, θ_{Wang} 引入了冻结概率函数,把冻结过程引入了非均匀饱和大气的广义位温概念之中,补充完善了更多的物理过程。从上面的分析可知,二者在对流层低层的差异

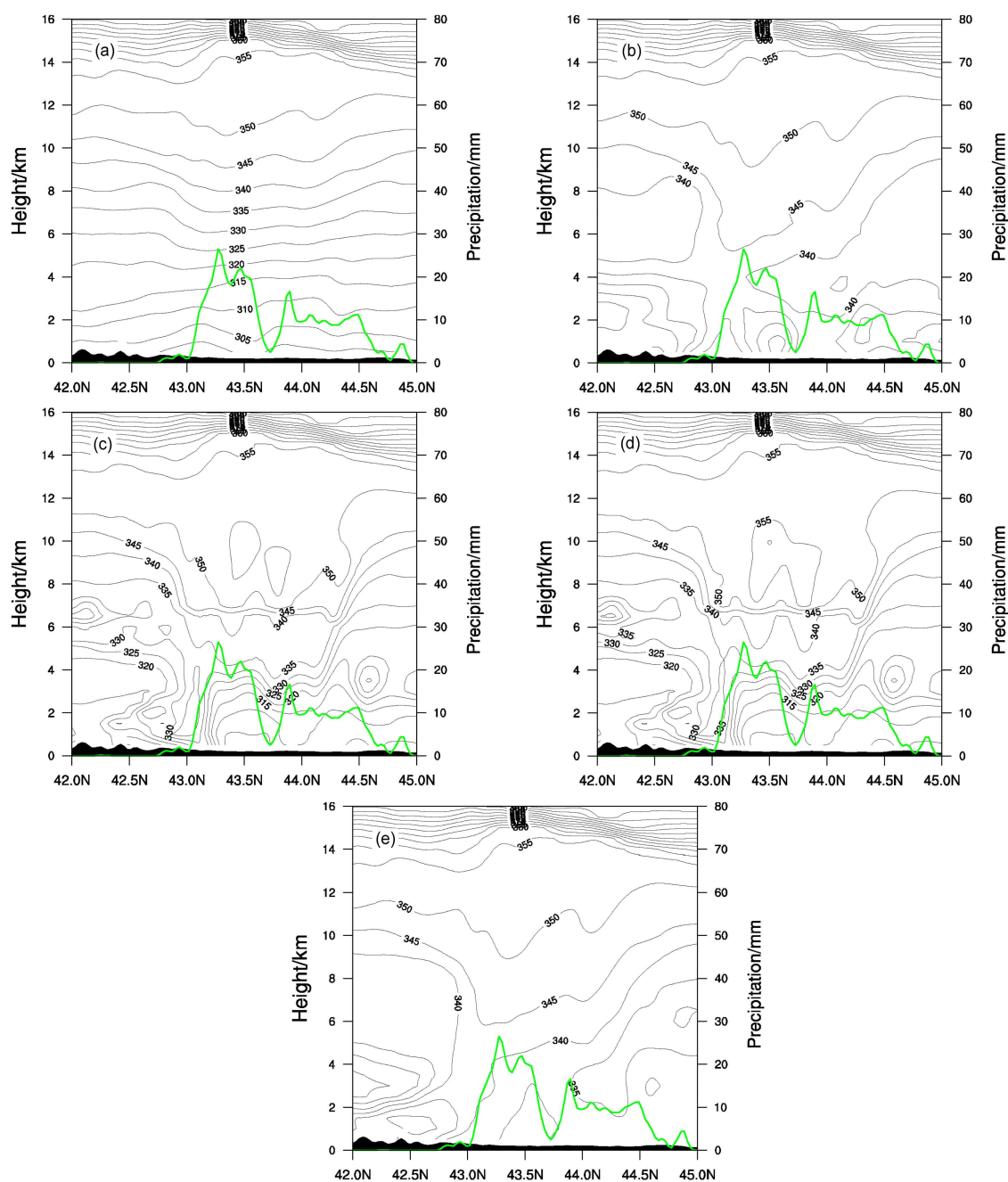


图4 2017年7月13日12:00五种位温(黑色等值线,单位:K)沿124.7°E剖面图:(a) θ ; (b) θ_e ; (c) θ_{Gao} ; (d) θ_{Wang} ; (e) θ_{Gu} 。绿色实线表示模拟1 h累积降水(右侧坐标轴,单位:mm),下同

Fig. 4 Cross sections of five types of potential temperature (black contours, units: K) along 124.7°E at 1200 UTC on 13 July, 2017: (a) θ , (b) θ_e , (c) θ_{Gao} , (d) θ_{Wang} , and (e) θ_{Gu} . The green solid line denotes the simulated 1 h accumulated precipitation (the right ordinate, units: mm), the same below.

并不明显,主要区别位于中高层5~11 km的位置。为了更清楚地展现二者的差异,图6给出了 θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 之差的经向剖面。在整个降水时段里,二者差异始终维持在对流层中高层,并且与降水落区位置十分吻合。由于冻结过程的加入, θ_{Wang} 一直高于 θ_{Gao} ,最大差异达到2.5 K。最后随着降水过

程的减弱消亡,冻结过程减弱,二者趋于一致。冻结过程是水成物—雪的微物理过程重要源汇项之一,促进雪混合比含量增长(Tao et al., 1993)。可以看出,雪水大部分分布在对流层中高层(图6),与冻结过程导致的潜热和广义位温异常区域重叠,与地面降水位置相对应。由于雪粒子的融化是雨水

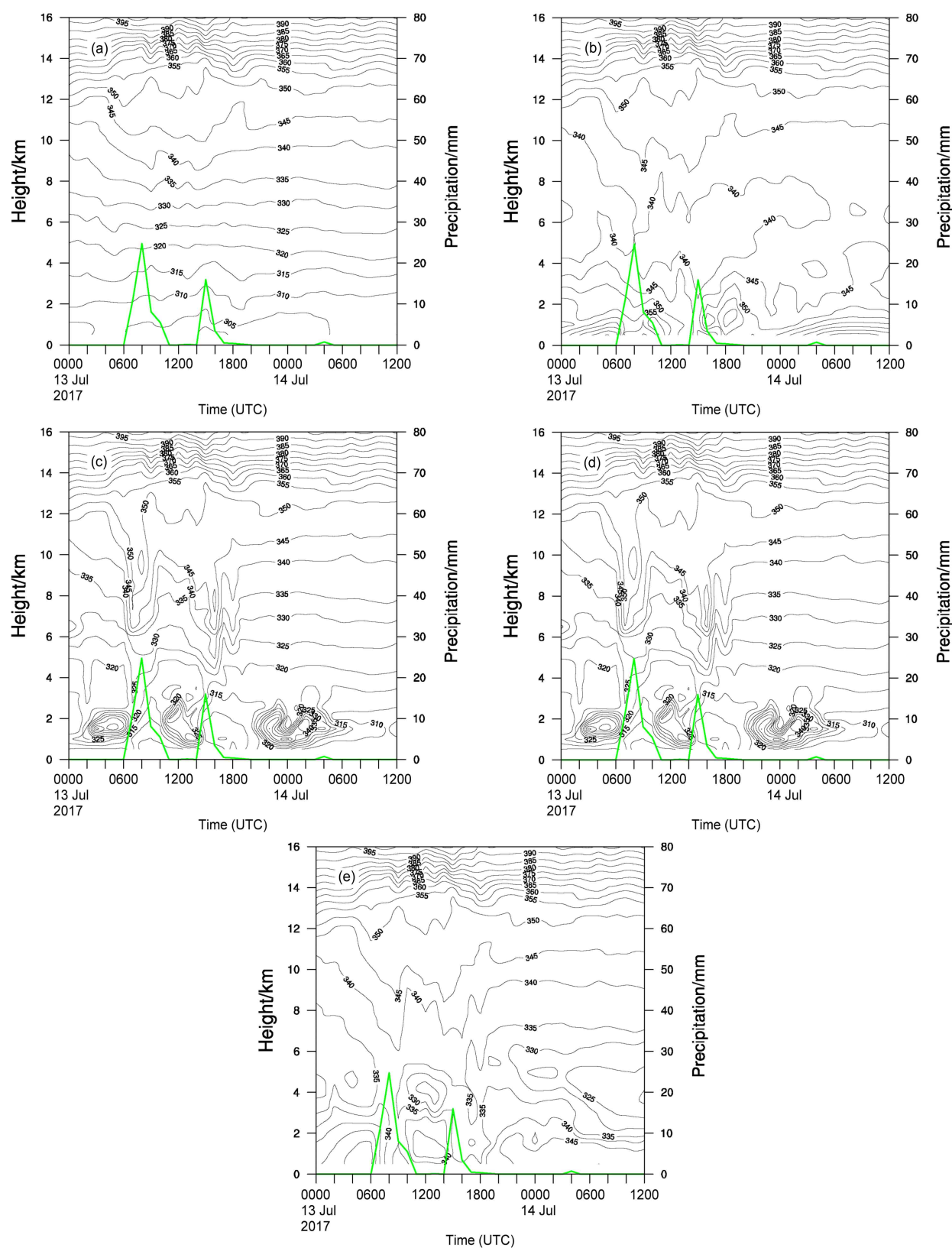


图5 五种位温(黑色等值线,单位:K)在(42.8°N, 126.4°E)点(强降水区中的一个点,下同)的时间演变:(a) θ ; (b) θ_e ; (c) θ_{Gao} ; (d) θ_{Wang} ; (e) θ_{Gu}

Fig. 5 Time series of five types of potential temperature (black contours, units: K) at (42.8°N, 126.4°E) in heavy rainfall area : (a) θ , (b) θ_e , (c) θ_{Gao} , (d) θ_{Wang} , and (e) θ_{Gu}

混合比含量增长的主要微物理过程源汇项之一 (Lin et al., 1983), 因此冻结过程与雪和雨水密切相关, 进而与降水有一定的关联, 这也解释了 θ_{Wang} 与降水对应性较好的原因。

θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 差异的时间序列更好地展现了冻结过程和降水的对应关系 (图 7)。在两个降水的极值出现的时次, 出现两个 θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 差异的大值中心。而在两个降水极值时次中间的弱降水时间

段内, 冻结过程明显减弱。进一步考察冻结过程给降水区湿大气热力性质带来的变化, 将公式 (5) 中 L_{v0} 项去掉得:

$$\theta_{\text{Wang}}^* = \theta \exp \left[\frac{(L_{f0} \varphi(T))}{c_p T} \left(\frac{q_v}{q_s} \right)^k q_s \right]. \quad (15)$$

上式仅考虑由冻结过程产生的潜热对大气热力状态的影响。图 8 给出了 θ_{Wang}^* 的垂直剖面, 相比

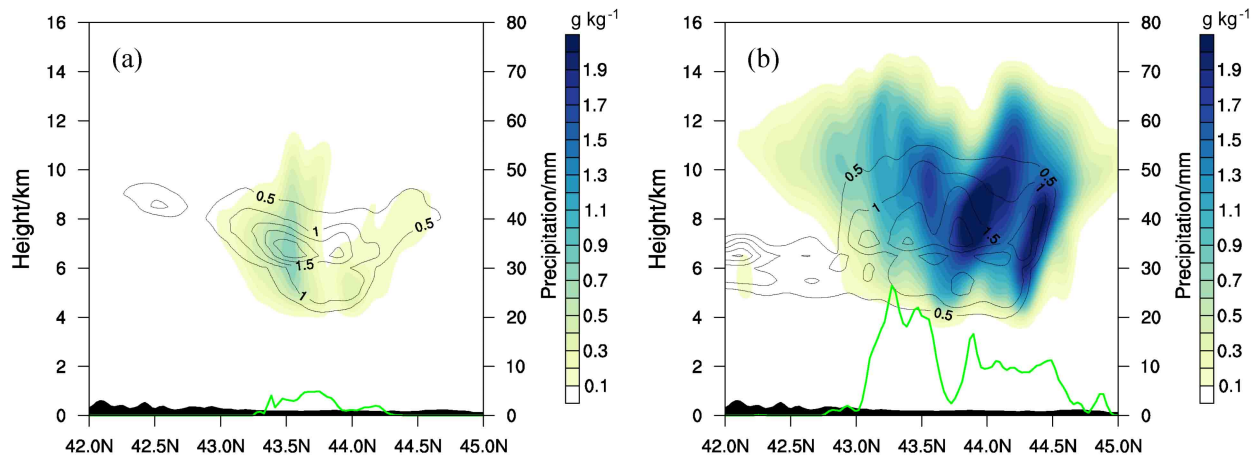


图 6 2017 年 7 月 13 日 (a) 03:00 和 (b) 12:00 θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 之差 (黑色等值线, 单位: K) 和雪水混合比 (填色, 单位: g kg^{-1}) 沿 124.7°E 垂直剖面

Fig. 6 Cross section of differences between θ_{Wang} and θ_{Gao} (black contours, units: K) and snow mixing ratio (shaded, units: g kg^{-1}) along 124.7°E on 13 July, 2017: (a) 0300 UTC and (b) 1200 UTC

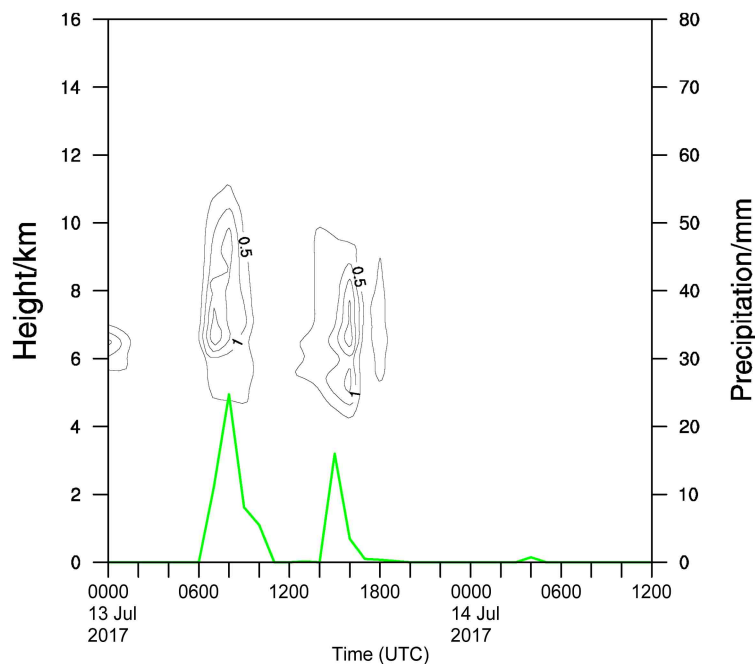


图 7 2013 年 7 月 13~14 日 θ_{Wang} 与 θ_{Gao} 之差 (黑色等值线, 单位: K) 在 $(42.8^\circ\text{N}, 126.4^\circ\text{E})$ 的时间演变

Fig. 7 Time series of differences between θ_{Wang} and θ_{Gao} (black contours, units: K) at $(42.8^\circ\text{N}, 126.4^\circ\text{E})$ during July 13–14, 2017

于位温 θ , θ_{Wang}^* 在 43°N 附近降水区对流层中高层 $6\sim 8\text{ km}$ 的变化对地面降水有一定体现 (图 8a, b), 这反应了冻结过程对大气热力状态的影响。降水结束后 (图 8c, d), θ 和 θ_{Wang}^* 分布趋近一致。

3.3 实况五种位温和降水空间分布特征

为了进一步验证上述结论, 采用 2017 年 7 月 13 日 12:00 GFS 分析场数据, 同化实况温度与水汽比湿得到最终分析场数据来计算不同形式位温, 并和实况降水进行了对比。分析场计算结果和实况降水位置稍有偏差, 但不影响不同位温之间的对比分析。其中位温 θ 的空间分布较为平直 (图 9a), 和实况降水的对应性并不明显。相当位温 θ_e 在对流层中层 6 km 左右对降水有一定响应 (图 9b)。 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 分布较为接近, 在对流层 $3\sim 10\text{ km}$ 均对降水有所响应 (图 9c, d)。 θ_{Gu} 分布与 θ_e 类似, 主要体现了凝结过程的作用 (图 9e)。 θ_{Wang} 和 θ_{Gu} 的偏差发现, 两者间偏差主要集中在对流层

中高层, 而且和降水对应 (图略)。

由此可见, 无论是水平还是垂直结构, θ_{Wang} 均和降水有更好的对应关系, 这是由于凝结概率函数与冻结概率函数的引入使得 θ_{Wang} 更好地表现了大气的热力特征。

4 五种位涡时空分布特征

4.1 五种位涡水平、垂直分布和时间演变对比

上一节讨论了五种位温水平和垂直的结构特征, 结果显示引入凝结概率函数和冻结概率函数的广义位温与降水有着较好的对应关系。在此基础上, 进一步讨论五种位温所对应位涡的特征。图 10 给出了五种位涡在 3 km 高度的水平分布, 常规位温形式下的位涡 $\text{PV}(\theta)$ 所表现的正负异常和降水有一定对应关系 (图 10a), 但由于并未考虑水汽的作用, 正负异常相对较小。相比 $\text{PV}(\theta)$, 相当位温形式下的位涡 $\text{PV}(\theta_e)$ 正负异常值明显增强, 范围变广,

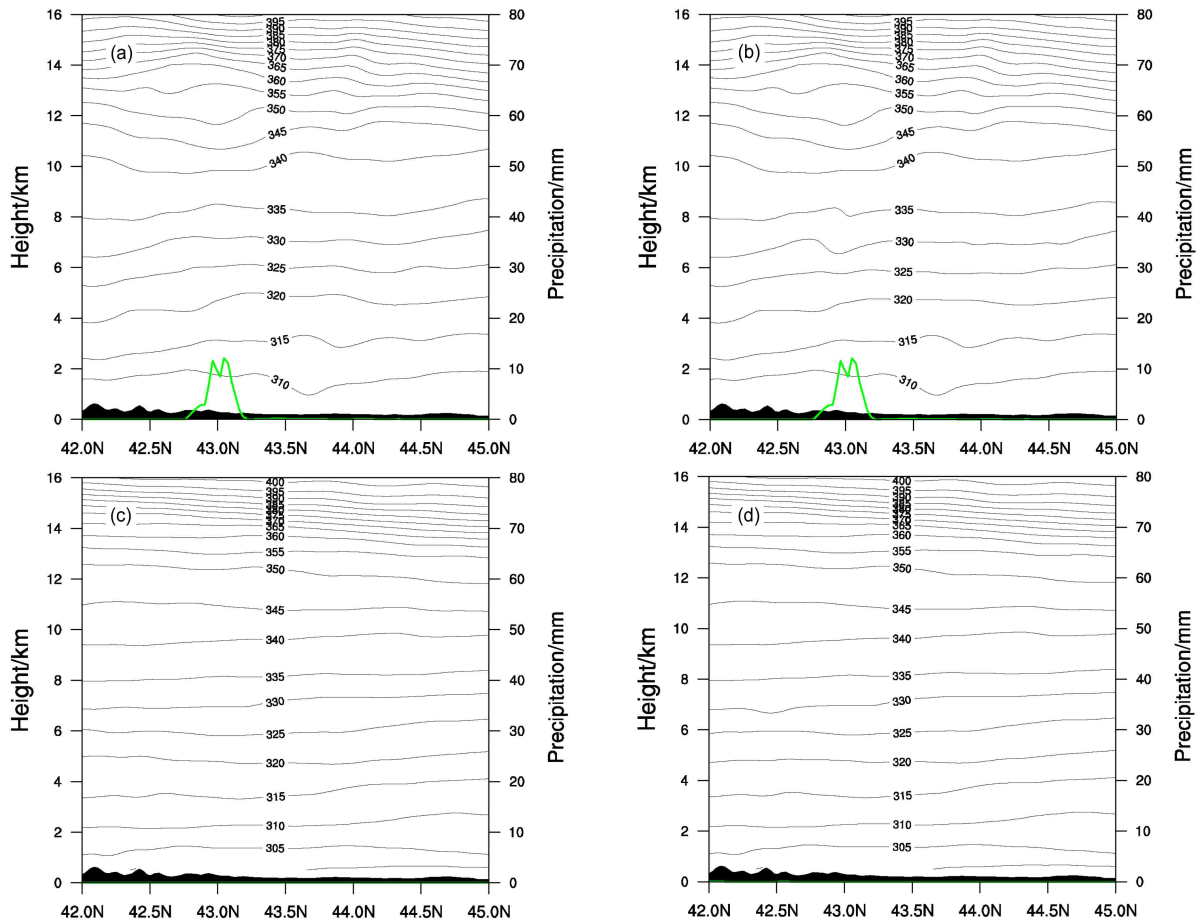


图 8 2017 年 7 月 13 日 (a, c) θ 与 (b, d) θ_{Wang}^* (黑色等值线, 单位: K) 沿 124.7°E 垂直剖面: (a, b) 06:00; (c, d) 18:00

Fig. 8 Cross section of (a, c) θ and (b, d) θ_{Wang}^* (black contours, units: K) along 124.7°E on 13 July, 2017: (a, b) 0600 UTC and (c, d) 1800 UTC

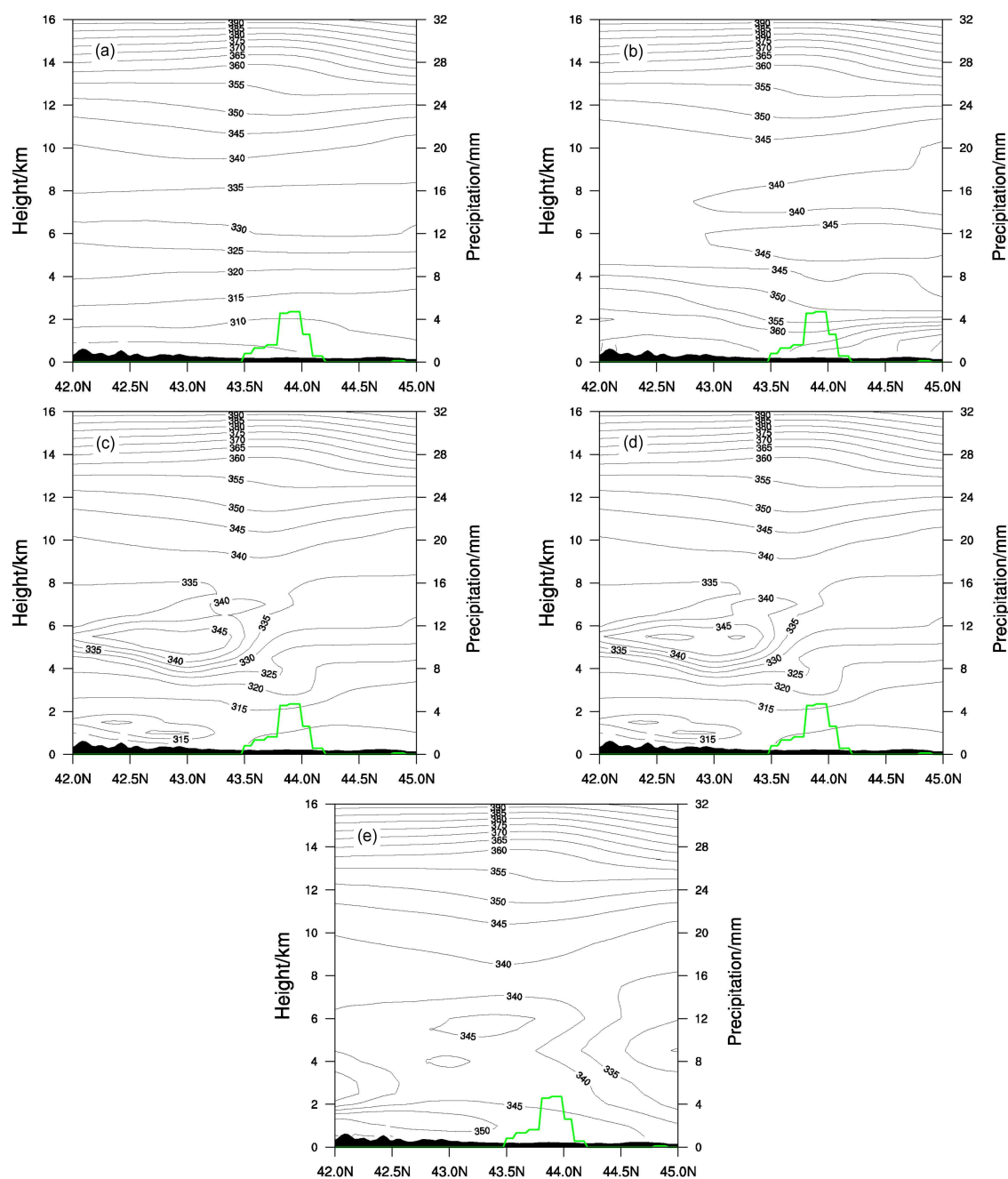


图9 2017年7月13日12:00同化实况资料计算得出的五种位温(黑色等值线,单位:K)沿124.7°E垂直剖面:(a) θ ; (b) θ_e ; (c) θ_{Gao} ; (d) θ_{Wang} ; (e) θ_{Gu}

Fig. 9 Cross section of five types of potential temperature calculated by assimilating the observation data (black contours, units: K) along 124.7°E at 1200 UTC on 13 July, 2017: (a) θ , (b) θ_e , (c) θ_{Gao} , (d) θ_{Wang} , and (e) θ_{Gu}

在降水区之外的地方,也分布着 $PV(\theta_e)$ 的正负异常中心(图10b)。引入凝结概率函数的广义位温 θ_{Gao} 所对应的位涡 $PV(\theta_{Gao})$ 的正负异常中心主要集中在降水区,降水区以外则相对较弱(图10c)。相比于 $PV(\theta_e)$, $PV(\theta_{Gao})$ 对降水的指示作用明显增强。类似于位温的比较, $PV(\theta_{Wang})$ 和 $PV(\theta_{Gao})$ 在

3 km 高度分布十分接近(图10d),这是因为冻结概率函数在此高度上对位涡倾向影响较小(Wang and Huang, 2018)。 θ_{Gu} 虽然考虑到了水汽的作用,但相应位涡 $PV_{\theta_{Gu}}$ 异常中心却十分微弱。相比之下,对流层低层, $PV(\theta_{Wang})$ 和 $PV(\theta_{Gao})$ 更好地反应了降水过程中大气的动热力特点。

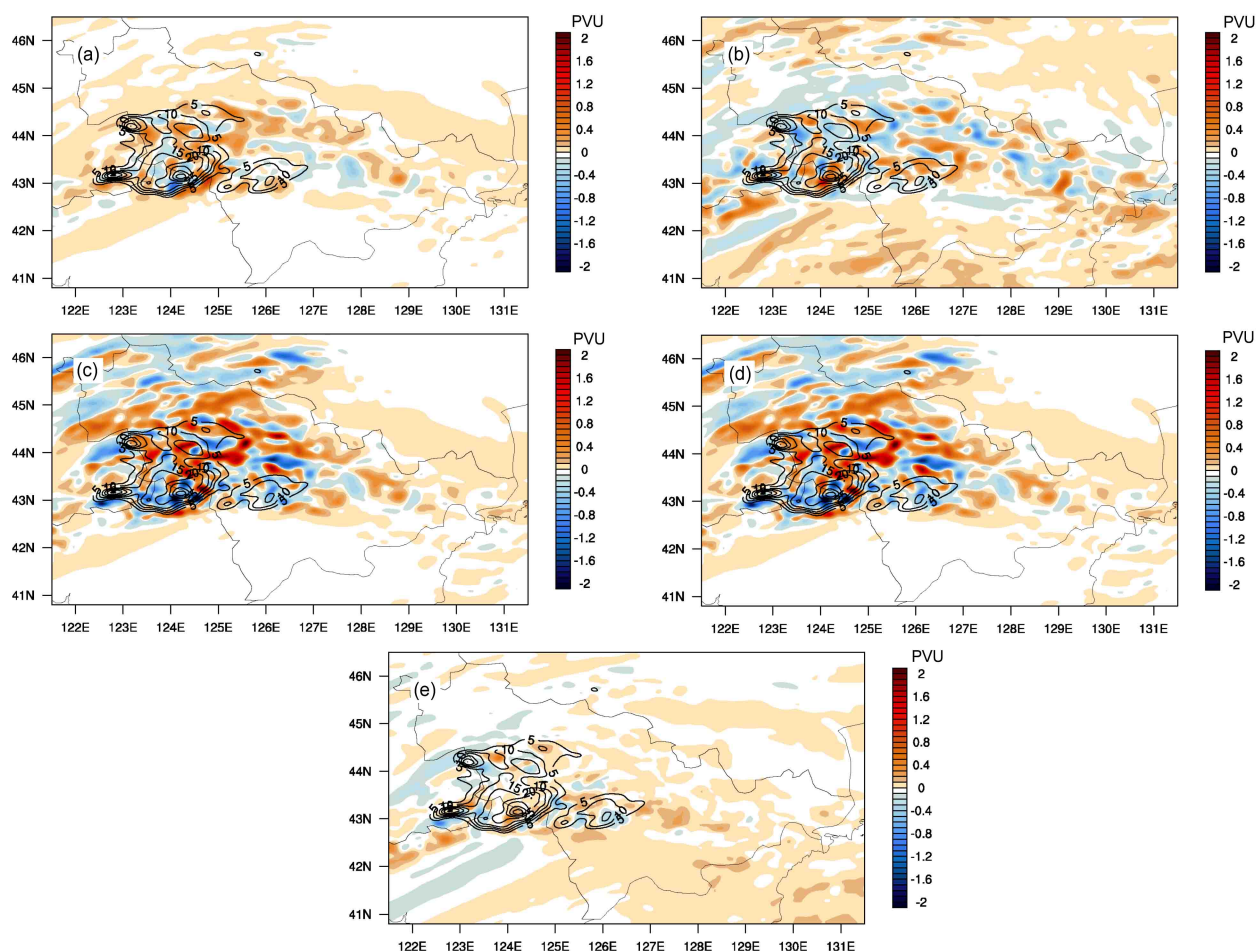


图 10 2017 年 7 月 13 日 12:00 五种位涡 (填色, 单位: PVU) 和模拟 1 h 累积降水 (等值线, 单位: mm) 叠加图: (a) $PV(\theta)$; (b) $PV(\theta_e)$; (c) $PV(\theta_{Gao})$; (d) $PV(\theta_{Wang})$; (e) $PV(\theta_{Gu})$

Fig. 10 Five composite types of potential vorticity (shaded, unit: PVU) and simulated 1 h accumulated precipitation (contours, unit: mm) at 12:00 UTC on 13 July 2017: (a) $PV(\theta)$, (b) $PV(\theta_e)$, (c) $PV(\theta_{Gao})$, (d) $PV(\theta_{Wang})$, and (e) $PV(\theta_{Gu})$

从五种位涡垂直的分布情况上看, 主要的差异集中在 12 km 以下的高度上 (图 11)。 $PV(\theta)$ 的正负异常中心主要集中在对流层中高层, 与降水区域有一定对应性 (图 11a)。 $PV(\theta_e)$ 在降水区域也存在正负异常中心, 但强度较弱 (图 11b)。 $PV(\theta_{Gao})$ 相比较前两者则有明显的正负异常中心和降水相对应 (图 11c)。可见由于凝结概率函数的加入, 使得在一些接近饱和的大气中, 位涡变化较大 (Gao et al., 2004)。 $PV(\theta_{Wang})$ 空间分布的垂直剖面 and $PV(\theta_{Gao})$ 类似 (图 11d), 但其正负异常中心比 $PV(\theta_{Gao})$ 更为显著, 差异可达 ± 0.2 PVU ($1 \text{ PVU} = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ K s}^{-1} \text{ kg}^{-1}$; 图略)。冻结概率函数的介入丰富了大气中水汽的变化状态, 除了接近饱和状态的大气, 在接近冻结状态的大气中同样可以产生位涡 (Wang and Huang, 2018)。 $PV(\theta_{Gu})$ 则在降水区正负异常比较微弱 (图 11e)。图 12 给出了五种

位涡空间分布的时间序列, $PV(\theta_{Gao})$ 和 $PV(\theta_{Wang})$ 和另外三种位涡相比, 正负异常中心更加明显, 与降水的对应性较好。降水消退之后, 五种位涡的异常均减弱消散。

4.2 $PV(\theta_{Gao})$ 与 $PV(\theta_{Wang})$ 差异分布

图 13 展示了 $PV(\theta_{Gao})$ 和 $PV(\theta_{Wang})$ 在垂直方向差异的时间序列。在两个降水峰值时段, 均有二者差异的正负异常值与之对应。降水过后, $PV(\theta_{Gao})$ 和 $PV(\theta_{Wang})$ 则趋于一致。差异出现的高度主要集中在 4 km 以上, 12 km 以下的空间, 量级可达 ± 0.2 PVU, 可见冻结概率函数的引入使得位涡在一些接近冻结的区域生成。

4.3 实况五种位涡和降水空间分布特征

同样利用 GFS 分析场数据同化实况温度和水汽比湿来计算五种位涡。图 3 中垂直剖面显示 $PV(\theta)$ 异常在实况降水区表现并不明显 (图 14a)。

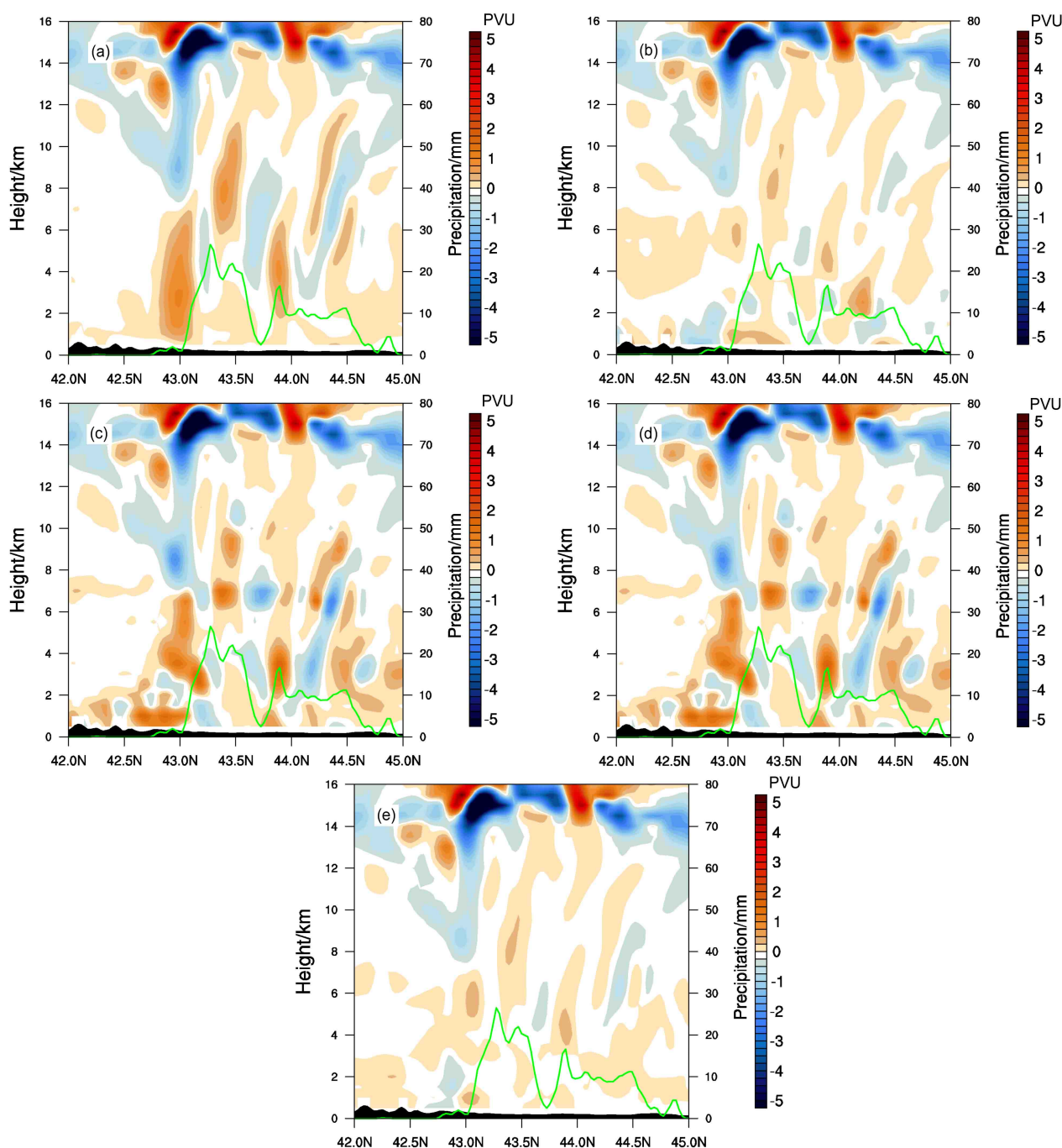


图 11 2017 年 7 月 13 日 12:00 五种位涡（填色，单位：PVU）沿 124.7°E 垂直剖面：(a) $PV(\theta)$ ；(b) $PV(\theta_e)$ ；(c) $PV(\theta_{Gao})$ ；(d) $PV(\theta_{Wang})$ ；(e) $PV(\theta_{Gu})$

Fig. 11 Cross section of five types of potential vorticity (shaded, units: PVU) along 124.7°E at 1200 UTC on July 13, 2017: (a) $PV(\theta)$, (b) $PV(\theta_e)$, (c) $PV(\theta_{Gao})$, (d) $PV(\theta_{Wang})$, and (e) $PV(\theta_{Gu})$

$PV(\theta_e)$ 在对流层低层 3 km 以下有位涡的异常与降水对应（图 14b）。 $PV(\theta_{Gao})$ 与 $PV(\theta_{Wang})$ 除对流层低层外，在中高层也与降水有一定对应性（图 14c, d）。 $PV(\theta_{Gao})$ 异常较弱，与降水对应不明显（图 14e）。实况降水较本文模拟结果偏弱，这导

致位涡异常值偏弱。 $PV(\theta_{Wang})$ 与 $PV(\theta_{Gao})$ 之间的偏差分布在对流层中高层（图略），与降水相对应。

从上面的分析可知， $PV(\theta_{Wang})$ 与降水的对应性更好，能够表现出暴雨过程中大气的动热力特征。

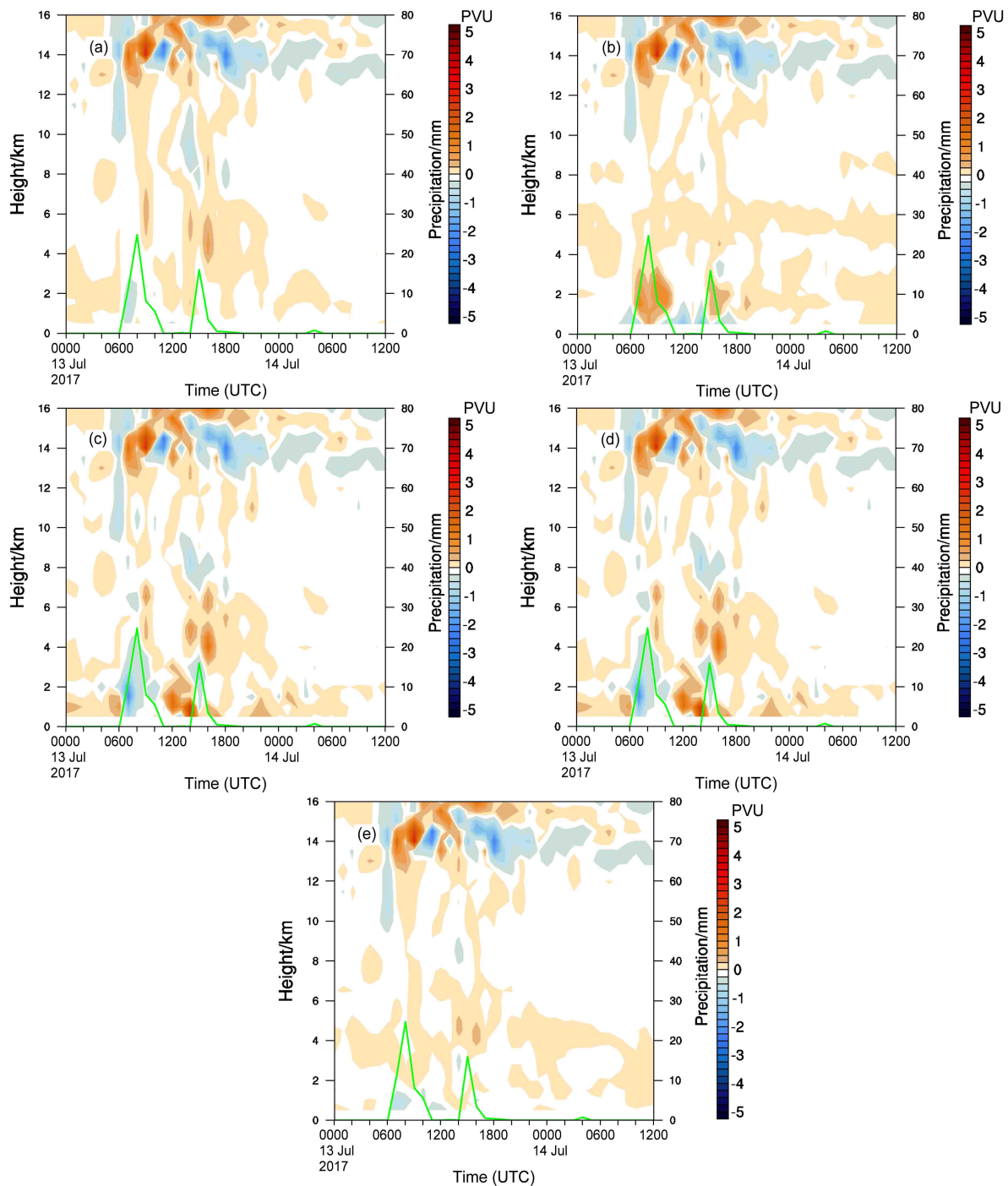


图 12 五种位涡 (填色, 单位: PVU) 在 $(42.8^{\circ}\text{N}, 126.4^{\circ}\text{E})$ 点的时间演变: (a) $\text{PV}(\theta)$; (b) $\text{PV}(\theta_e)$; (c) $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$; (d) $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$; (e) $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}})$

Fig. 12 Time series of five types of potential vorticity (shaded, units: PVU) located at $(42.8^{\circ}\text{N}, 126.4^{\circ}\text{E})$: (a) $\text{PV}(\theta)$, (b) $\text{PV}(\theta_e)$, (c) $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$, (d) $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$, and (e) $\text{PV}(\theta_{\text{Gu}})$

5 结论与讨论

本文通过 WRF 模式, 并利用 GSI 同化系统对 2017 年 7 月 13~14 日发生在我国吉林省的一次强

降水过程进行了高分辨率数值模拟。模式结果较好的捕捉了雨带的落区和分布形态, 在此基础上, 对比分析了五种位温 (θ 、 θ_e 、 θ_{Gao} 、 θ_{Gu} 和 θ_{Wang}) 及其相应的位涡 [$\text{PV}(\theta)$ 、 $\text{PV}(\theta_e)$ 、 $\text{PV}(\theta_{\text{Gao}})$ 、 $\text{PV}(\theta_{\text{Wang}})$]

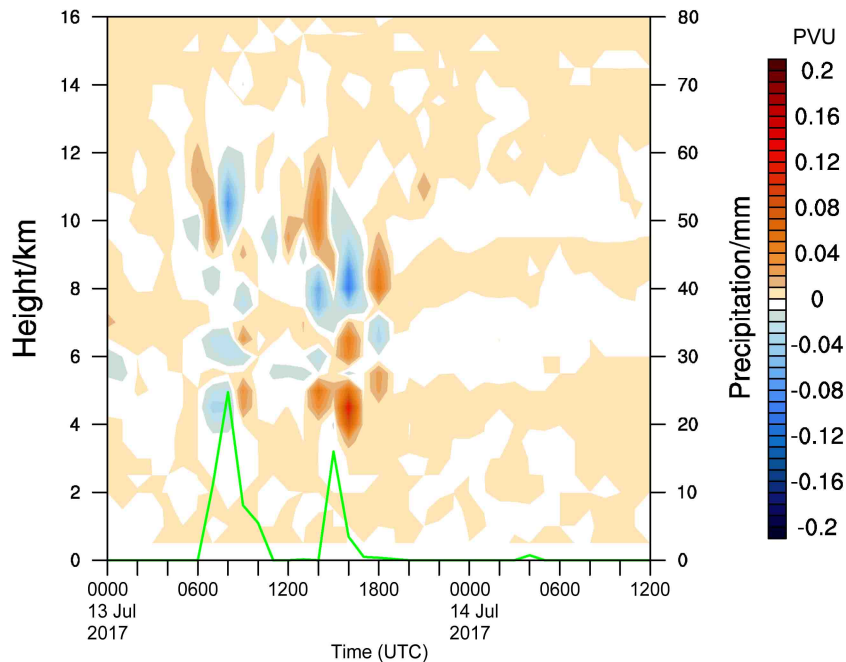


图 13 $PV(\theta_{Wang})$ 与 $PV(\theta_{Gao})$ 之差 (填色, 单位: PVU) 在 $(42.8^{\circ}N, 126.4^{\circ}E)$ 点的时间演变

Fig. 13 Time series of differences between $PV(\theta_{Wang})$ and $PV(\theta_{Gao})$ (shaded, units: PVU) at $(42.8^{\circ}N, 126.4^{\circ}E)$

和 $PV(\theta_{Gu})$] 在强降水过程中的空间分布特征。此外, 着重研究了冻结过程给广义位温及其位涡所带来的影响。文章主要结论如下:

(1) 对流层低层 3 km 高度, 相比于 θ 和 θ_e , θ_{Gu} 的水平分布与降水有一定对应性, 但其高值与低值之间差异并不明显。广义位温 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 大值中心与降水极值中心对应关系更好, 但由于没有冻结过程的参与, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在对流层低层的水平分布十分接近。垂直分布上, 常规位温 θ 在整个对流层分布均较为平直。 θ_e 和 θ_{Gu} 在对流层中高层分布类似, 由于水汽的凝结作用, 在对流层中层 6 km 左右存在大值中心与降水对应。 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在对流层中高层 5~9 km 均存在明显的大值区且与降水对应。从五种位温空间分布的时间变化上看, θ_e 伴随降水的涨落在对流层 5~10 km 范围内有相应的趋势变化, θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在这个时间段内变化则更剧烈, 变化主要集中在 4~10 km 的高度, 与降水相对应。在远离降水的时段, θ 、 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在对流层中高层变化趋势很接近, 表明在未饱和的大气中, 三者有着类似分布特征。 θ_{Gu} 也能够表现同降水一致的变化, 但范围和强度要弱于 θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 。

(2) θ_{Gao} 和 θ_{Wang} 在水平和垂直方向的分布特

征均较为接近, 且与降水有着较好的对应性。但两者之间仍然存在差异, θ_{Wang} 在 θ_{Gao} 的基础上把冻结概率函数引入了广义位温的表达式, 扩大了广义位温的适用范围。二者间的差异主要体现在对流层中高层 5~11 km 的高度, 由于冻结过程的加入, θ_{Wang} 始终高于 θ_{Gao} , 最大差异可达 2.5 K。二者间差异和降水有很好的对应性, 这种差异与雪的空间分布重叠, 冻结过程和雪关系密切, 雪粒子的融化造成雨水混合比含量增长, 进而与降水有一定的关联, 体现了冻结过程在强降水过程中的作用。综合来看, θ_{Wang} 的水平和垂直分布特征与降水的对应性更好。

(3) $PV(\theta_{Gao})$ 和 $PV(\theta_{Wang})$ 在对流层低层 3 km 高度上的正负异常中心对降水的指示作用要优于其它三种位涡。而在垂直分布上, 五种位涡的差异主要表现在 12 km 以下。由于凝结概率函数的引入, $PV(\theta_{Gao})$ 和 $PV(\theta_{Wang})$ 有明显的正负异常中心和降水相对应。

(4) $PV(\theta_{Gao})$ 与 $PV(\theta_{Wang})$ 间的差异出现在 4~12 km, 量级可达 ± 0.2 PVU。差异的存在则是由于冻结概率函数的引入, 使得在一些接近冻结的区域产生湿位涡的异常。相比之下, 不论是水平还是垂直分布特征, 广义湿位涡 $PV(\theta_{Wang})$ 对降水有着

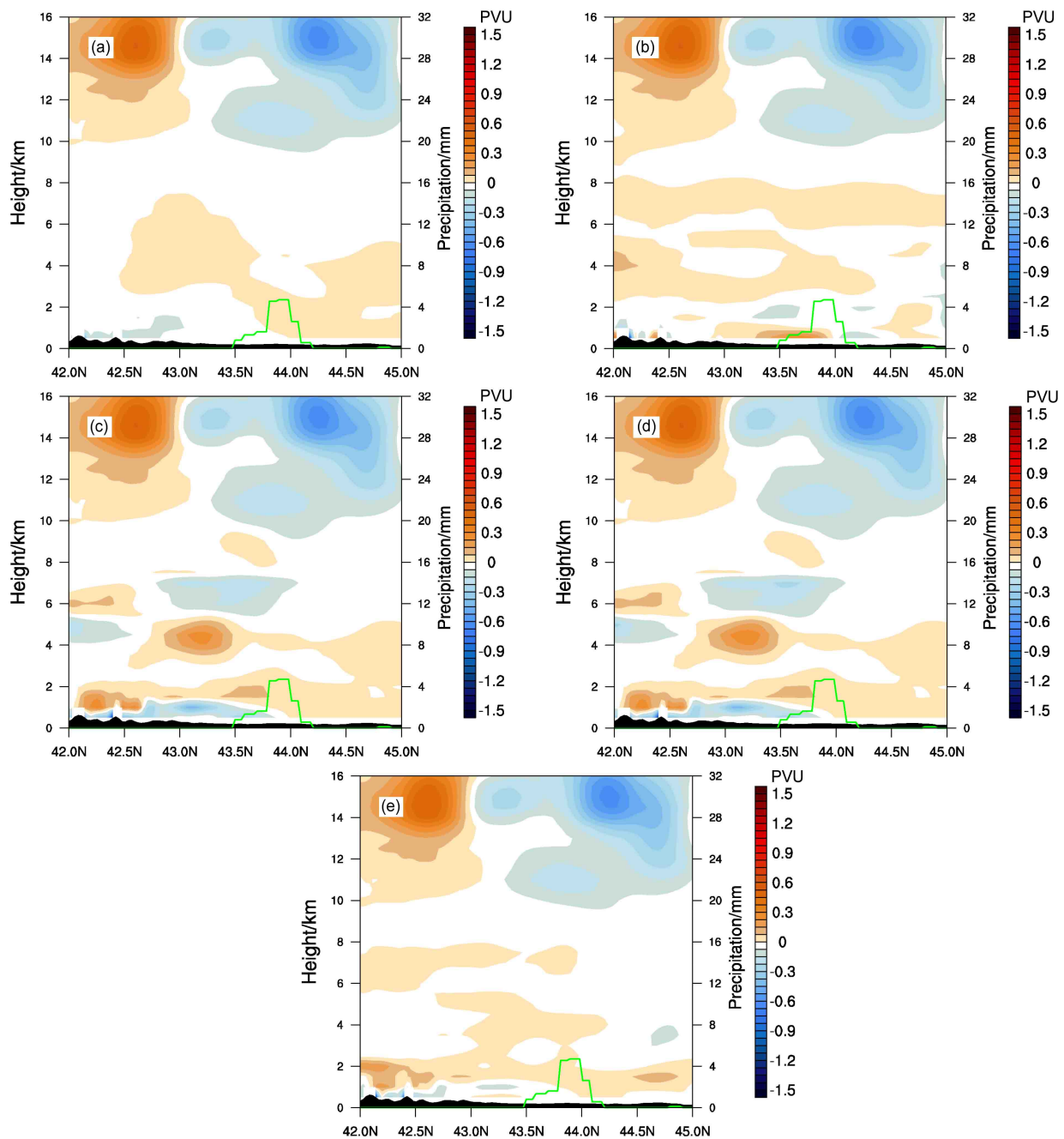


图 14 2017 年 7 月 13 日 12:00 同化实况资料计算得出的五种位涡 (填色, 单位: PVU) 沿 124.7°E 垂直剖面: (a) $PV(\theta)$; (b) $PV(\theta_c)$; (c) $PV(\theta_{Gao})$; (d) $PV(\theta_{Wang})$; (e) $PV(\theta_{Gu})$

Fig. 14 Cross section of five types of potential vorticity calculated by assimilating the observation data (shaded, units: PVU) along 124.7°E at 1200 UTC on July 13, 2017: (a) $PV(\theta)$, (b) $PV(\theta_c)$, (c) $PV(\theta_{Gao})$, (d) $PV(\theta_{Wang})$, and (e) $PV(\theta_{Gu})$

更好的指示意义。

针对吉林强降水个例, 本文还利用 ERA5 再分析资料数据产生的分析场计算了不同形式的位温和位涡, 对比结论和本文类似。此外, 选取了 2018 年 5 月 21 日发生在四川东南部的暴雨和 2018 年 10 月 25~26 日发生在我国内蒙古东北部、黑龙江

西部的降雪过程两次个例计算五种位温及其对应的位涡。通过对比发现, 两次个例中包含凝结概率函数和冻结概率函数的广义位温及其位涡和降水的对应关系均更为理想, 这也说明了文章结论在采用不同模式、不同区域和不同季节的降水过程分析中具备一定的适应性, 但仍然需要更多的个例加以验证。

参考文献 (References)

- Bolton D. 1980. The computation of equivalent potential temperature [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 108(7): 1046–1053. doi:10.1175/1520-0493(1980)108<1046:TCOEPT>2.0.CO;2
- Bryan G H. 2008. On the computation of pseudoadiabatic entropy and equivalent potential temperature [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 136(12): 5239–5245. doi:10.1175/2008mwr2593.1
- 曹洁, 高守亨. 2008. 非均匀饱和和大气中的广义位温 [J]. *地球物理学报*, 51(6): 1651–1656. Cao Jie, Gao Shouting. 2008. Generalized potential temperature in non-uniformly saturated atmosphere [J]. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 51(6): 1651–1656. doi:10.3321/j.issn:0001-5733.2008.06.004
- Davies-Jones R. 2009. On formulas for equivalent potential temperature [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 137(9): 3137–3148. doi:10.1175/2009MWR2774.1
- 段廷扬, 邓国, 王东海. 2007. 广义湿位涡与暴雨落区预报的诊断分析 [J]. *大气科学*, 31(6): 1301–1307. Duan Tingyang, Deng Guo, Wang Donghai. 2007. Diagnostic analysis of generalized moist potential vorticity and forecast of torrential rain region [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 31(6): 1301–1307. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2007.06.24
- 段旭, 张亚男, 梁红丽. 2018. 三种温湿参数下昆明准静止锋锋面位置及锋生函数诊断的对比分析 [J]. *大气科学*, 42(2): 301–310. Duan Xu, Zhang Ya'nan, Liang Hongli. 2018. A comparative analysis of the Kunming quasi-stationary frontal position and frontogenesis function with three different temperature and humidity parameters [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 42(2): 301–310. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1709.17116
- 高守亨, 崔春光. 2007. 广义湿位涡理论及其应用研究 [J]. *暴雨灾害*, 26(1): 3–8. Gao Shouting, Cui Chunguang. 2007. The theory of generalized moist potential vorticity and its applicative study [J]. *Torrential Rain and Disasters (in Chinese)*, 26(1): 3–8. doi:10.3969/j.issn.1004-9045.2007.01.002
- Gao S T, Wang X R, Zhou Y S. 2004. Generation of generalized moist potential vorticity in a frictionless and moist adiabatic flow [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 31(12): L12113. doi:10.1029/2003gl019152
- Gu J F, Tan Z M, Qiu X. 2015. Effects of vertical wind shear on inner-core thermodynamics of an idealized simulated tropical cyclone [J]. *J. Atmos. Sci.*, 72(2): 511–530. doi:10.1175/JAS-D-14-0050.1
- Holton J R. 1972. *An Introduction to Dynamic Meteorology* [M]. New York: Academic Press, 319pp.
- Hong S Y, Noh Y, Dudhia J. 2006. A new vertical diffusion package with an explicit treatment of entrainment processes [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 134(9): 2318. doi:10.1175/MWR3199.1
- Iacono M J, Delamere J S, Mlawer E J, et al. 2008. Radiative forcing by long-lived greenhouse gases: Calculations with the AER radiative transfer models [J]. *J. Geophys. Res.*, 113: D13103. doi:10.1029/2008JD009944
- 李耀辉, 寿绍文. 2000. 一次江淮暴雨的 MPV 及对称不稳定研究 [J]. *气象科学*, 20(2): 171–178. Li Yaohui, Shou Shaowen. 2000. A study on MPV and symmetric instability during a torrential rain process [J]. *Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 20(2): 171–178. doi:10.3969/j.issn.1009-0827.2000.02.008
- Liang Z M, Lu C G, Tollerud E I. 2010. Diagnostic study of generalized moist potential vorticity in a non-uniformly saturated atmosphere with heavy precipitation [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 136(650): 1275–1288. doi:10.1002/qj.636
- Lin Y L, Farley R D, Orville H D. 1983. Bulk parameterization of the snow field in a cloud model [J]. *J. Climate Appl. Meteor.*, 22(6): 1065–1092. doi:10.1175/1520-0450(1983)022<1065:BPOTSF>2.0.CO;2
- Mason B J. 1971. *The Physics of Clouds* [M]. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press, 670pp.
- 蒙伟光, 王安宇, 李江南, 等. 2004. 华南暴雨中尺度对流系统的形成及湿位涡分析 [J]. *大气科学*, 28(3): 330–341. Meng Weiguang, Wang Anyu, Li Jiangnan, et al. 2004. Moist potential vorticity analysis of the heavy rainfall and mesoscale convective systems in South China [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 28(3): 330–341. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2004.03.02
- Monin A S, Obukhov A M. 1954. Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere [J]. *Contrib. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.*, 151: 163–187.
- Morrison H, Thompson G, Tatarskii V. 2009. Impact of cloud microphysics on the development of trailing stratiform precipitation in a simulated Squall Line: Comparison of one- and two-moment schemes [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 137(3): 991–1007. doi:10.1175/2008MWR2556.1
- Ooyama K V. 2001. A dynamic and thermodynamic foundation for modeling the moist atmosphere with parameterized microphysics [J]. *J. Atmos. Sci.*, 58(15): 2073–2102. doi:10.1175/1520-0469(2001)058<2073:ADATFF>2.0.CO;2
- Tao W K, Simpson J, Sui C H, et al. 1993. Heating, moisture, and water budgets of tropical and midlatitude squall lines: Comparisons and sensitivity to longwave radiation [J]. *J. Atmos. Sci.*, 50(5): 673–690. doi:10.1175/1520-0469(1993)050<0673:HMAWBO>2.0.CO;2
- Tewari M F, Chen W, Wang J, et al. 2004. Implementation and verification of the unified NOAA land surface model in the WRF model [C]. 20th Conference on Weather Analysis and Forecasting/16th Conference on Numerical Weather Prediction. Seattle: American Meteorological Society, 11–15.
- 王伏村, 许东蓓, 王宝鉴, 等. 2013. 敦煌致洪暴雨的广义湿位涡分析 [J]. *高原气象*, 32(1): 145–155. Wang Fucun, Xu Dongbei, Wang Baojian, et al. 2013. Diagnostic analysis on generalized moist potential vorticity of a torrential rainstorm caused flood in Dunhuang, Gansu [J]. *Plateau Meteorology (in Chinese)*, 32(1): 145–155. doi:10.7522/j.issn.1000-0534.2012.00015
- Wang X R, Huang Y. 2018. Generalized dynamic equations related to condensation and freezing processes [J]. *J. Geophys. Res.*, 123(2): 882–889. doi:10.1002/2017jd027584
- 王兴荣, 吴可军, 石春娥. 1999. 凝结几率函数的引进和非均匀饱和湿空气动力学方程组 [J]. *热带气象学报*, 15(1): 64–70. Wang Xingrong, Wu Kejun, Shi Chun'e. 1999. The introduction of

- condensation probability function and the dynamic equations on non-uniform saturated moist air [J]. *Journal of Tropical Meteorology (in Chinese)*, 15(1): 64–70. doi:10.1007/s00376-999-0032-1
- 吴国雄, 蔡雅萍, 唐晓菁. 1995. 湿位涡和倾斜涡度发展 [J]. *气象学报*, 53(4): 387–405. Wu Guoxiong, Cai Yaping, Tang Xiaojing. 1995. Moist potential vorticity and slantwise vorticity development [J]. *Acta Meteor. Sinica (in Chinese)*, 53(4): 387–405. doi:10.11676/qxxb1995.045
- 徐文慧, 倪允琪, 汪小康, 等. 2010. 登陆台风内中尺度强对流系统演变机制的湿位涡分析 [J]. *气象学报*, 68(1): 88–101. Xu Wenhui, Ni Yunqi, Wang Xiaokang, et al. 2010. Moist potential vorticity analysis of the evolution mechanism of a strong mesoscale convective system in a landing typhoon [J]. *Acta Meteor. Sinica (in Chinese)*, 68(1): 88–101. doi:10.11676/qxxb2010.010
- Zhou G B, Cui C G, Gao S T. 2010. Application of generalized moist potential vorticity to the analysis of a torrential rain case [J]. *Acta Meteor Sinica*, 24(6): 732–739.
- 周玉淑. 2009. 广义湿位涡在江淮流域暴雨分析和预报中的应用 [J]. *大气科学*, 33(5): 1101–1110. Zhou Yushu. 2009. Application of generalized moist potential vorticity to analysis and forecast of the torrential rain over the Changjiang–Huaihe River basin [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 33(5): 1101–1110. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2009.05.19