第4卷 第1期 大气科学 Vol. 4, No. 1
1980年3月 SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA March, 1980

大气湍流场中温度场结构的基本问题

周明煜
（中国科学院大气物理研究所）

提　　要

本文在考虑湍流能量耗散率和温度不均匀性平滑率是变量的基础上，得到了大气湍流场中新的温度结构函数公式，它比"2/3"定律多一个修正因子 $[1+M_1^2(r)]^{1/9}$. 应用湍流能量耗散率谱的观测资料对修正因子作了估计.

一、前　言

根据局地各向同性湍流理论[1,2]，在惯性区间内，风速脉动的谱函数 $E(k)$ 有下列形式

$$E(k)=c\varepsilon^{2/3}k^{-5/3} \tag{1}$$

式中 c 是常数，ε 是湍流能量耗散率，k 是波数. 温度脉动的谱函数 $\Phi_T(k)$ 可表示成[3]

$$\Phi_T(k)=A\frac{N}{\varepsilon^{1/3}}k^{-5/3} \tag{2}$$

式中 A 是常数，N 是温度不均匀性平滑率.从大气风速脉动谱的大量观测[4]中得到这样的事实，在一定观测时间内获得的风速脉动谱中，有一个谱段是符合 $k^{-5/3}$ 规律，但是在连续观测中，每次观测所得到的湍涡能量是不同的. 这说明湍流能量耗散率 ε 是变化的. 由此 Обухов 提出了对风速结构函数的修正公式[5].

从大气温度脉动谱的观测[6]也看到类似于上述的现象. 近年来的声雷达观测[7]和用铂丝温度仪对温度脉动谱某一频率谱值的连续观测[8]都发现，该谱值随时间变化是很大的. 因此不能把温度结构系数看作常数，它也是一变量，由此对温度结构函数的影响将是本文要讨论的问题.

二、大气湍流场中的温度结构函数

大气湍流场中的温度属性，一般可以认为它具有保守和被动特性，也就是，含有某一温度属性 T 的单元体积在空间交换过程中它的属性不变，湍流场中由于属性 T 的存在不影响湍流的动力学规律. 在这一假设下，根据局地各向同性湍流理论，温度结构函数主要决定于单位质量湍流能量耗散率 ε 和单位质量温度不均匀性平滑率 N[8,9]. ε 和 N 分别

1978年6月28日收到修改稿.

可表示成

$$\varepsilon=\frac{1}{2}\nu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)^2 \tag{3}$$

$$N=D(\text{grad } T')^2 \tag{4}$$

式中 ν 是分子粘性系数，v_i 是风速在 x_i 方向的分量，D 是热扩散系数，T' 是温度脉动值。由于风速和温度脉动都是随机变量，因此 ε 和 N 也应是随机变量。

取两个观测点 M_1 和 M_2，它们之间的距离大于湍流内尺度，但又小于湍流外尺度。我们采用与文献[5]中相类似的方法，把 ε 和 N 认为是在一个以观测点 M_1 和 M_2 的距离 r 为直径的球体内的平均值。

$$\tilde{\varepsilon}(M_1, M_2)=\frac{6}{\pi r^3}\int_{V_{M_1,M_2}}\varepsilon dv \tag{5}$$

$$\widetilde{N}(M_1, M_2)=\frac{6}{\pi r^3}\int_{V_{M_1,M_2}}N dv. \tag{6}$$

如果 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 是给定值，则这时温度场的结构主要决定于 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$，而温度结构函数有下式

$$\langle[T(M_2)-T(M_1)]^2\rangle=a^2\frac{\widetilde{N}}{\tilde{\varepsilon}^{1/3}}r^{2/3}, \quad L\gg r\gg l_0 \tag{7}$$

式中符号 $\langle\rangle$ 表示数学期望值，a 是常数，l_0 是湍流内尺度，L 是湍流外尺度。

但是，实际大气中 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 并不是给定值，而是符合一定统计规律的变量。实际观测证明它们都服从对数正态分布[10,11]，即 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 可写成

$$\tilde{\varepsilon}=\varepsilon_0 e^{\eta_1}, \tag{8}$$

$$\widetilde{N}=N_0 e^{\eta_2}, \tag{9}$$

式中 ε_0 和 N_0 分别是 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 的几何平均值。η_1 和 η_2 是随机变量，它们服从具有下列参数的正态分布。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\eta}_1=\langle\eta_1\rangle=0, \quad \mathscr{D}(\eta_1)=\langle\eta_1^2\rangle=\beta_1\\ \bar{\eta}_2=\langle\eta_2\rangle=0, \quad \mathscr{D}(\eta_2)=\langle\eta_2^2\rangle=\beta_2\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式中 β_1 和 β_2 是离差值，它们是表示上述统计分布的主要参量。

具有对数正态分布随机变量 $\tilde{\varepsilon}$ 的矩量 $\langle\tilde{\varepsilon}^{-1/3}\rangle$ 可以这样求得：

$$\langle\tilde{\varepsilon}^{-1/3}\rangle=\frac{1}{\sqrt{2\pi\beta_1}}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon_0^{-1/3}\cdot e^{-\eta_1/3}\cdot e^{-\eta_1^2/2\beta_1}d\eta_1=\varepsilon_0^{-1/3}e^{\beta_1/18} \tag{11}$$

同样可以得到

$$\bar{\varepsilon}=\langle\tilde{\varepsilon}\rangle=\varepsilon_0 e^{\beta_1/2} \tag{12}$$

$$\bar{N}=\langle\widetilde{N}\rangle=N_0 e^{\beta_2/2} \tag{13}$$

$$\langle\tilde{\varepsilon}^2\rangle=\varepsilon_0^2 e^{2\beta_1} \tag{14}$$

由(12)—(14)式可求出 $\tilde{\varepsilon}$ 的均方值

$$\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2=\langle\tilde{\varepsilon}^2\rangle-\bar{\varepsilon}^2=\varepsilon_0^2(e^{2\beta_1}-e^{\beta_1}) \tag{15}$$

定义 $M_1=\sigma_{\tilde{\varepsilon}}/\bar{\varepsilon}$，于是从(12)—(14)式可得出

$$e^{\beta_1}=1+M_1^2 \tag{16}$$

$$\varepsilon_0=\bar{\varepsilon}(1+M_1^2)^{-1/2} \tag{17}$$

在大气层结接近中性时的水平均匀的湍流场中，湍流热通量接近于零，即

$$\overline{v_i T'} \approx 0.$$

在热力作用不是很强时，随机量 v_i 和 T' 具有正态分布特性[12]，这时可以认为随机量 v_i 和 T' 是相互独立的．因此分别由 v_i 和 T' 组成的函数 $\bar{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 也是相互独立的[13]．于是我们有

$$\left\langle \frac{\widetilde{N}}{\bar{\varepsilon}^{1/3}} \right\rangle = \frac{N_0}{\varepsilon^{1/3}} \cdot e^{\beta_2/2} \cdot e^{\beta_1/18} \tag{18}$$

把 (12) 和 (13) 式代入 (18) 式，再考虑 (16) 式后，可得到

$$\left\langle \frac{\widetilde{N}}{\bar{\varepsilon}^{1/3}} \right\rangle = \frac{\bar{N}}{\bar{\varepsilon}^{1/3}} \cdot e^{2\beta_1/9} = \frac{\bar{N}}{\bar{\varepsilon}^{1/3}} (1 + M_1^2)^{2/9} \tag{19}$$

由于 $\bar{\varepsilon}$ 与观测点 M_1 和 M_2 之间距离 r 有关，所以 M_1 是距离 r 的函数．对温度结构函数公式 (7) 进行平均后，可得到

$$\langle [T(M_2) - T(M_1)]^2 \rangle = a^2 \frac{\bar{N}}{\bar{\varepsilon}^{1/3}} r^{2/3} [1 + M_1^2(r)]^{2/9}. \tag{20}$$

从 (20) 式可以看出，考虑了 $\bar{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$ 是变量时得到的新的温度结构函数公式．比一般的"2/3"定律多一个修正因子 $[1 + M_1^2(r)]^{2/9}$．虽然大气湍流场中温度结构函数决定于 $\bar{\varepsilon}$ 和 $\widetilde{N}$，但 (20) 式中的修正因子却与 $\widetilde{N}$ 无关，只与 $\bar{\varepsilon}$ 有关．

三、温度结构函数修正因子的实际估计

湍流能量耗散率瞬时值的实际观测是很复杂的，因为它需要测量包含在公式 (3) 中所有的局地风速梯度瞬时值．为了初步获得湍流能量耗散率 ε 瞬时值的资料，并在实际测量时不致带来很大困难，Гурвич 和 Зубковский[14] 选择了 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 瞬时值的测量（w 是风速垂直分量，x 是沿平均风速 $\bar{u}$ 的方向）．根据"凝固湍流"假设，有下式成立

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial w}{\partial t} \tag{21}$$

如果考虑 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 在湍流能量耗散中起主要作用，则

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2} \nu \left(\frac{1}{\bar{u}} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \tag{22}$$

因此在实际观测中，只要测量 $\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2$ 的瞬时值就可得到 $\varepsilon(t)$ 瞬时值．Гурвич 和 Зубковский 用上述方法观测了 4 米高度上的 ε 谱，所得到的谱符合指数规律．在波数 k 从 0.02 到 100 范围内，ε 谱满足关系式 $F_\varepsilon(k) \sim k^{-0.62}$．

应用上述观测资料，我们可以大致估计出相对离差 M_1．根据上述观测条件，引进与 (5) 式相类似的公式

$$\bar{\varepsilon}(\bar{u}t_1, \bar{u}t_2) = \frac{1}{\bar{u}(t_2 - t_1)} \int_{\bar{u}t_1}^{\bar{u}t_2} \varepsilon(x) dx \tag{23}$$

相对离差 $M_1(x)$ 可写成

$$M_1^2(x) = \frac{\langle \bar{\varepsilon}^2(\bar{u}t_1, \bar{u}t_2)\rangle - \bar{\varepsilon}^2}{\bar{\varepsilon}^2} \tag{24}$$

把(23)式代入(24)式可以得到

$$M_1^2(x) = \int_0^\infty F_\varepsilon(k)\left(\frac{\sin\frac{kx}{2}}{\frac{kx}{2}}\right)^2 dk \tag{25}$$

$$x = \bar{u}(t_2 - t_1).$$

根据公式(25)，并利用实际观测的湍流能量耗散率谱 $F_\varepsilon(k)$，可以计算出温度结构函数的修正因子 $[1 + M_1^2(x)]^{2/9}$. 计算结果见图 1. 由图 1 可以看出，公式(20)对"2/3"定律的修正主要是在小尺度，当 x 为 0.01 米时，修正因子约为 1.37. 随着尺度增大，修正因子逐渐减小，当 $x = 10$ 米时，修正因子就接近于 1.

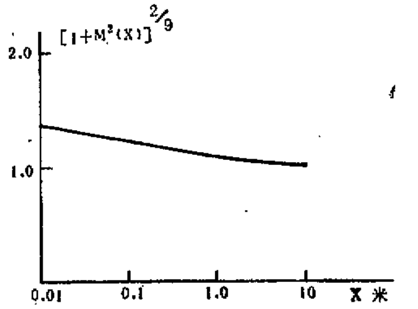

图 1

四、结 论

上述关于大气湍流场中温度结构问题的讨论是很初步的. 考虑了决定温度结构的主要参数 ε 和 N 是变量后，在大气层结接近中性时，所得的温度结构函数公式(20)比"2/3"定律多一个修正因子 $[1 + M^2(r)]^{2/9}$. 它与变量 N 无关，只与 ε 有关.

我们用实际观测的湍流能量耗散率谱 $F_\varepsilon(k)$ 对修正因子作了估计. 总的说来，当尺度改变三个量级时，修正因子改变约 37%.

参 考 文 献

[1] Колмогоров А. Н., ДАН СССР, **30**, 299, 1941.
[2] Обухов А. М., Изв. АН СССР. сер. *геогр. геофз.* №. 4—5, 453, 1941.
[3] Обухов, А. М., Изв. АН СССР *сер. геогр. и геофлиз.* №.1. 58, 1949.
[4] Гурвич А. С., Изв. АН СССР *сер геофиз.* №. 7, 1042, 1960.
[5] Oboukhov, A. M., *J. of Fleid Mechanics* vol. 13, part 1, 1962.
[6] Цванг Л. Р., Изв. АН СССР *сер. геофиз.* №. 8, 1252, 1960.
[7] Neff, W. D., NOAA Tech. Rep. ERL 322 WPL 38 1975.
[8] 温景嵩、曾宗泳、马成胜，大气科学，No. 1, 1978.
[9] Татарский В. И., Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атм_

осфере, 1959.
[10] Гурвич А. С., ДАН СССР, 172, 554, 1967.
[11] Gibson, C. H., Stegen, G. R. and Williams, R.B., J. Flid Mech. 41, Part 1, 153, 1970.
[12] Перепелкина. А. В., Изв. А. Н. СССР. сер. геофиз. №. 6, 765, 1957.
[13] Loeve, M., Probability Theory, Third Edition, 1963.
[14] Гурвич А. С. и Зубковский С. Л., Изв. АН СССР сер. геофиз., №. 12, 1856, 1963.

THE FUNDAMENTAL PROBLEM OF THE STRUCTURE OF THE TEMPERATURE FIELD IN THE ATMOSPHERIC TURBULENT FIELD

Zhou Ming-yu

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, a new formula of the temperature structure function has been obtained, by considering the turbulent energy dissipation rate and the smooth rate of the temperature inhomogeneity as variables. This new formula modifies the "two-thirds" law by an influence function $[1+M_1^2(R)]^{2/9}$. Using the observational data of the spectra of the turbulent energy dissipation we have estimated the influence function.