

夜间边界层发展的数值研究

李兴生 刘林勤 郑爱英

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文考虑在水平均匀条件下,利用一维非定常模式研究大气夜间边界层的结构和发展规律。考虑地面的降温率是时间的函数。地转风为常数。

用中性层结条件下的计算值作为时间积分的初值,计算了夜间边界层发展的变化规律。得到了夜间地面冷却条件下逆温层的形成和发展以及低空急流建立的典型图象,最后对几种参数进行了计算、分析和比较。

一、引 言

非稳定边界层顶的形成和发展已被许多学者所重视,Deardoff (1974)^[1], Kuo 和 Sun (1976)^[2] 用数值方法作模拟计算已获得较为满意的结果。但稳定边界层高度的研究还不如不稳定状态那么理想。近几年来,夜间稳定边界层高度的研究愈来愈引起人们的关注,因为夜间逆温层顶的高度和状态以及低空急流的形成和维持直接影响大气污染物的排放与稀释,不仅如此,它还和国计民生、国防建设有关。

近几年来,许多人(如 Deardoff 1969^[3] 等)通过模拟实验来研究某些特殊问题,特别是稳定层的生长和消亡。近来还有些工作用简单的理论模式去模拟边界层的物理过程,如 Tennekes (1973)^[4] 等。但他们只从热扩散方程出发,无法描述夜间边界层发展的动力结构。之后,Delage (1974)^[5] 从湍流能量方程出发研究了夜间边界层的发展规律。

本文仅考虑水平平均一条件下,利用一维非定常数值模式结合地面降温率求解方程的数值解。

二、基本方程

考虑水平均匀一维非定常问题,其基本方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + f_v + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - f_u + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (2)$$

1980年9月1日收到初稿,1981年2月19日收到修改稿。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial \theta}{\partial z}. \quad (3)$$

取 x 轴沿等压线方向, 并考虑水平气压梯度不变, 因此引入地转风 u_g , 则 (1), (2), (3) 可改写为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f v + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f(u - u_g) + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (6)$$

其中 u, v 分别为平行和垂直于等压线方向的风速分量, θ 为位温, f 是柯氏参数, K 为湍流交换系数. 这里选择 Blackadar (1976)^[6] 使用的 K 形式:

$$K = l^2 \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}} \right), \quad (7)$$

其中 l 为混合长. 定义为:

$$l = \frac{k(z + z_0)}{1 + (z/z_m)^{5/4}}, \quad (8)$$

其中 $z_m = 736 u_* \times 10^{-4} / f$, z_m 是 l 达到最大值时的高度, z_0 为粗糙度高度, u_* 为摩擦速度, R_{ic} 为临界里查孙数, 取值为 0.25. R_i 为里查孙数, 定义为:

$$R_i = \frac{g}{\theta} \cdot \frac{\partial \theta / \partial z}{\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2}, \quad (9)$$

其中 θ 为该气压的平均位温.

对 x 方向作座标变换, 引入对数线性座标^[7]:

$$\zeta = \frac{A}{k} \left[\ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right) + \frac{z}{\lambda} \right], \quad (10)$$

其中 A 为任意常数, k 为卡曼常数, 其值取为 0.40, $\lambda = 0.00027 u_* f^{-1}$.

经过坐标变换后, 方程 (4), (5), (6) 可以改写为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a(\zeta) \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + b(\zeta) \frac{\partial u}{\partial \zeta} + f v, \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a(\zeta) \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} + b(\zeta) \frac{\partial v}{\partial \zeta} - f(u - u_g), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a(\zeta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} + b(\zeta) \frac{\partial \theta}{\partial \zeta}, \quad (13)$$

其中

$$a(\zeta) = K \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2, \quad (14)$$

$$b(\zeta) = K \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 \cdot \frac{\partial K}{\partial \zeta}. \quad (15)$$

对方程 (11), (12), (13) 求数值解, 差分网格如图 1 所示, 采用等间距差分网格, 方

程的差分格式取如下形式:

$$\frac{u_i^{t+1} - u_i^t}{\Delta t} = a_i^t \frac{u_{i+1}^{t+1} - 2u_i^{t+1} + u_{i-1}^{t+1}}{(\Delta \zeta)^2} + b_i^t \frac{u_{i+1}^{t+1} - u_{i-1}^{t+1}}{2\Delta \zeta} + f v_i^{t+1} \quad (16)$$

$$\frac{v_i^{t+1} - v_i^t}{\Delta t} = a_i^t \frac{v_{i+1}^{t+1} - 2v_i^{t+1} + v_{i-1}^{t+1}}{(\Delta \zeta)^2} + b_i^t \frac{v_{i+1}^{t+1} - v_{i-1}^{t+1}}{2\Delta \zeta} - f(u_i^{t+1} - u_g), \quad (17)$$

$$\frac{\theta_i^{t+1} - \theta_i^t}{\Delta t} = a_i^t \frac{\theta_{i+1}^{t+1} - 2\theta_i^{t+1} + \theta_{i-1}^{t+1}}{(\Delta \zeta)^2} + b_i^t \frac{\theta_{i+1}^{t+1} - \theta_{i-1}^{t+1}}{2\Delta \zeta}, \quad (18)$$

其中自变量 u, v, θ 左上角的符标表示积分时间, 右下角的符标表示空间网格的位置, Δt 表示时间积分步长, $\Delta \zeta$ 表示空间网格间距。

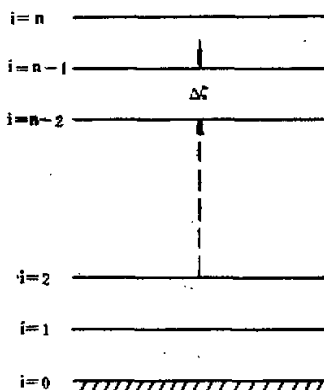


图1 差分网格示意图

边界条件:

$$\zeta = 0 \quad u = v = 0, \quad \theta = \theta_0(t), \quad (19)$$

$$\zeta = \frac{A}{k} \left[\ln \frac{z_h + z_0}{z_0} + \frac{z_g}{\lambda} \right], \quad u = u_g, \quad v = 0, \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = 0, \quad (20)$$

其中 z_h 表示边界层顶高度。

初始条件: 考虑中性层结条件下以方程 (16), (17) 的定常解作为非定常问题的初值。

三、计算步骤及方法

(1) 初值计算 考虑中性层结条件下, 以方程 (11), (12) 的定常解作为初值, 定常方程为:

$$a(\zeta) \frac{d^2 u}{d\zeta^2} + b(\zeta) \frac{du}{d\zeta} + f v = 0, \quad (21)$$

$$a(\zeta) \frac{d^2 v}{d\zeta^2} + b(\zeta) \frac{dv}{d\zeta} - f(u - u_g) = 0. \quad (22)$$

将 (21), (22) 式写成差分形式, 经整理合并后即可得到:

$$\begin{aligned}
 u_i[v] = & \frac{1}{2} (u_{i+1}[v-1] + u_{i-1}[v]) + \frac{\Delta \xi^2 V_i[v-1]}{2K_i[v-1]D_i^2[v]} \\
 & + \frac{1}{8} \cdot \frac{K_{i+1}[v-1] - K_{i-1}[v-1]}{K_i[v-1]} \cdot (u_{i+1}[v-1] - u_{i-1}[v]) \\
 & - \frac{A \Delta \xi}{4k D_i^2[v] (z_0 + z_i[v])^2} \cdot (u_{i+1}[v-1] - u_{i-1}[v]), \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_i[v] = & \frac{1}{2} (v_{i+1}[v-1] + v_{i-1}[v]) + \frac{\Delta \xi^2 (u_g - u_i[v-1])}{2K_i[v-1]D_i^2[v]} \\
 & + \frac{1}{8} \cdot \frac{K_{i+1}[v-1] - K_{i-1}[v-1]}{K_i[v-1]} \cdot (v_{i+1}[v-1] - v_{i-1}[v]) \\
 & - \frac{A \cdot \Delta \xi}{4k D_i^2[v] (z_0 + z_i[v])^2} \cdot (v_{i+1}[v-1] - v_{i-1}[v]), \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_i[v] = & D_i[v] (l_i[v-1])^2 \cdot \left[\left(\frac{u_i[v-1] - u_{i-1}[v-1]}{2\Delta \xi} \right)^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{V_i[v-1] - V_{i-1}[v-1]}{2\Delta \xi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}} \right). \quad (25)
 \end{aligned}$$

上式可采用赛德尔迭代法求解, 其中变量 u, v, K 右下角的符号表示空间网格的位置, 括号内的符号表示迭代顺序, $D = \frac{d\xi}{dz}$.

边界条件:

$$\xi = 0, \quad u_0 = 0, \quad v_0 = 0;$$

$$\xi = \frac{A}{k} \left[\ln \left(\frac{z_h + z_0}{z_0} \right) + \frac{z_h}{\lambda} \right], \quad u_h = u_g, \quad v_h = 0;$$

若

$$|u_i[v] - u_i[v-1]| \leq \varepsilon \quad \text{及}$$

$$|v_i[v] - v_i[v-1]| \leq \varepsilon \quad \text{时,}$$

迭代完毕. 迭代过程中取 $\varepsilon = 0.005$.

(2) 非定常解 将差分方程(16)–(18)化为赛德尔迭代公式, 其形式是:

$$\begin{aligned}
 u_i^{t+1}[v] = & \left[1 + \frac{2\Delta t}{(\Delta \xi)^2} \cdot a_i^t \right]^{-1} \cdot \left\{ \frac{\Delta t}{(\Delta \xi)^2} a_i^t [u_{i+1}^{t+1}[v-1] + u_{i-1}^{t+1}[v]] \right. \\
 & \left. + \frac{\Delta t}{2\Delta \xi} b_i^t [u_{i+1}^{t+1}[v-1] - u_{i-1}^{t+1}[v]] + \Delta t \cdot f \cdot v_i^{t+1}[v-1] + u_i^t \right\}, \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_i^{t+1}[v] = & \left[1 + \frac{2\Delta t}{(\Delta \xi)^2} \cdot a_i^t \right]^{-1} \cdot \left\{ \frac{\Delta t}{(\Delta \xi)^2} a_i^t [v_{i+1}^{t+1}[v-1] + v_{i-1}^{t+1}[v]] \right. \\
 & \left. + \frac{\Delta t}{2\Delta \xi} b_i^t [v_{i+1}^{t+1}[v-1] - v_{i-1}^{t+1}[v]] - \Delta t f (u_i^{t+1}[v-1] - u_g) + v_i^t \right\}, \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_i^{t+1}[v] = & \left[1 + \frac{2\Delta t}{(\Delta \xi)^2} a_i^t \right]^{-1} \cdot \left\{ \frac{\Delta t}{(\Delta \xi)^2} a_i^t [\theta_{i+1}^{t+1}[v-1] + \theta_{i-1}^{t+1}[v]] \right. \\
 & \left. + \frac{\Delta t}{2\Delta \xi} b_i^t [\theta_{i+1}^{t+1}[v-1] + \theta_{i-1}^{t+1}[v]] + \theta_i^t \right\}, \quad (28)
 \end{aligned}$$

其中变量 u, v, θ 右上角的符号表示积分时间, 右下角的符号表示空间网格的位置, 方括号内的符号表示迭代顺序。

边界条件:

$$\zeta = 0, \quad u_0 = v_0 = 0, \quad \theta_0 = \theta_0(x);$$

$$\zeta = \frac{A}{k} \left[\ln \left(\frac{z_h + z_0}{z_0} \right) + \frac{z_h}{\lambda} \right], \quad u_h = u_g, \quad v_h = 0, \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = 0;$$

初始条件: 将中性层结计算得到的定常解 $u_i^{(0)}, v_i^{(0)}$ 作为非定常方程的初值。用 $u_i^{(0)}, v_i^{(0)}$ 计算出 $K_i^{(0)}$, $v_0^{(0)}$ 可根据 $\theta_0(x)$ 公式计算。

将初始条件及边界条件代入方程 (26)–(28), 若迭代值满足 $|u_i^{t+1}[v] - u_i^{t+1}[v-1]| \leq \varepsilon$ 与 $|v_i^{t+1}[v] - v_i^{t+1}[v-1]| \leq \varepsilon$ 及 $|\theta_i^{t+1}[v] - \theta_i^{t+1}[v-1]| \leq \varepsilon$ 时, 表示某一积分时间的迭代完毕。

在计算中, 我们一般采用 $n = 90$ 和 $m = 120$ 的两种空间网格, 时间步长为 10 秒。

四、计算结果

下面介绍一个典型的计算例子。取 $u_g = 10.5$ 米/秒, $z_0 = 5$ 厘米, $\theta_0(x) = A - B(x - C)$, 其中 x 为时间(小时), A, B, C 为常数, 取 $A = 4.96, B = 0.90, C = 18$ 。这样的 $\theta_0(x)$ 比较接近北京市郊冬季地面降温率, 其计算结果如下:

图 2 为不同时刻的风速矢端迹图。纵坐标为 v , 横坐标为 u 。计算从 18 点开始作为初值, 每隔 3 小时划一根曲线。从图中可以看出, 这是一组典型的 Ekman 螺线; 每根螺线的低层风速分量比随高度基本上是线性增加的, 当风速接近地转风时, 风向发生明显的变化, 随着计算时间的增加, 湍流交换不断减弱, 风速矢的超地转不断加强, 并呈现明显的惯性振荡。

图 3 为不同时刻风速分量 u 的垂直廓线分布。每隔 3 小时划一根曲线, 从图上可以看到, 18 点为一条对数线性廓线, 21 点后低层 (300 米以下) 风速 u 不断增加, 急流轴以

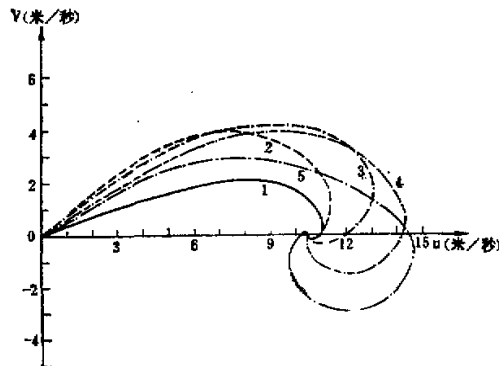


图 2 水平风速矢端迹图

1—18^h; 2—21^h; 3—24^h; 4—03^h; 5—06^h。

下的风速 u 分量除近地面层外基本呈线性分布, 03 点超地转强度达 36%, 06 点达 40%。而最大风速高度 21 点为 400 米; 24 点至 06 点约为 200 米。

从不同时刻的位温廓线上(图略)可以看出, 18 点温度随高度的分布为等温直线, 随着时间的增加, 地面温度不断降低, 低层温度也随之降低, 逆温层顶高度逐渐上抬, 低层温度梯度也逐渐加大, 逆温层的形成和加强是低空急流加强的原因之一。

在夜间边界层的演变过程中, 交换系数 K 的变化起了一个重要的作用, 其不同时刻的分布廓线如图 4。可以看出: 18 点(计算初始状态) K 值随高度的分布为两头小中间大, 极大值在 200 米左右, 极值为 10.7 米²/秒, 随着地面温度的冷却, 逆温层开始建立,

湍流交换受到抑制, K 值逐渐减少, 21 点(3 小时之后) 最大 K 值已减少到 2.7 米²/秒, K 值随高度的分布有明显的差异, 出现中间小两头大, 在 200 米左右出现了一个极小值,

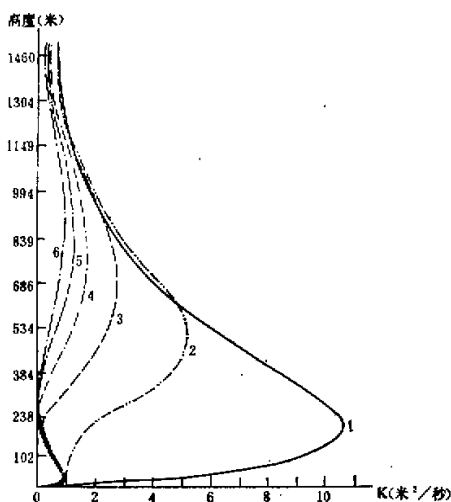


图 4 不同时刻 K 的廓线

1—18^h; 2—19^h; 3—21^h; 4—24^h; 5—03^h; 6—06^h。

其值约 0.1 米²/秒, 在 20 米左右出现的极大值为 1.0 米²/秒, 另一极值在 800 米左右。24 点之后, K 值廓线少变, 缓慢减弱, 但在低层仍维持一个不强的极大值。 K 值的这种分布可能是由于地面降温率在低层形成的逆温层抑制了湍流交换, 特别在逆温层顶附近, 这种作用更为显著, 结果在此高度附近出现了一个交换系数 K 分布的极小区, 反之, 由于湍流交换的减弱, 逆温加强, 急流随之加强, 低层风速切变亦随之加强, 这样往往造成低层的 R_i 数接近或小于 R_{ic} , 湍流交换又得到加强, 这是 K 在低层维持一个少变而不强的极值的可能原因。

各种特征高度随时间的变化规律如图 5 所示。纵坐标为高度 z , 横坐标为时间。曲线 A 表示逆温层顶高度(位温随高度不再增加的高度即 $\frac{d\theta}{dz} = 0$) 随时间的变化规律, 可以看出, 从 18 点—21 点, 逆温层顶高度迅速抬升, 到了 24 点之后, 抬升速度

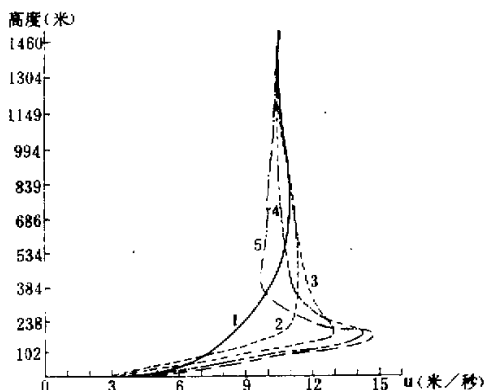


图 3 不同时刻风速 u 的廓线

1—18^h; 2—21^h; 3—24^h; 4—03^h; 5—06^h。

变慢, 渐趋平稳。曲线 B 为最大风速值出现的高度随时间的变化规律, 最大风速值的高度随时间逐渐降低; 24 点之前下降速度快, 24 点后, 下降速度渐趋缓慢。曲线 C 为湍流层顶高度(湍流交换系数 K 接近零的高度)变化规律, 从图可以看出, 湍流层顶高度到了 24 点之后才明显, 这是由于逆温层形成和加强之后, 湍流交换逐渐抑制的结果, 湍流层顶的高度随时间少变。

除上述典型的个例计算外, 我们还选取了不同的参数值 u_g , z_0 及 $\theta_0(t)$ 。

图 6a 及 6b 分别为 $u_g = 10.5$ 米/秒和 $u_g = 16$ 米/秒与 $z_0 = 0.05$ 米时的逆温层顶高度与地面降温率 $\theta_0(t)$ 的关系; 图 6c 及 6d 分别为 $u_g = 10.5$ 米/秒和 $u_g = 16$ 米/秒与 $z_0 = 0.5$ 米时的逆温层顶高度与地面降温率 $\theta_0(t)$ 的关系。地面降温率 $\theta_0(t)$ 选了两种不同情况:

$$\theta_{01}(t) = 4.96 - 0.225(t - 18) + 273;$$

$$\theta_{02}(t) = 4.96 - 0.9(t - 18) + 273.$$

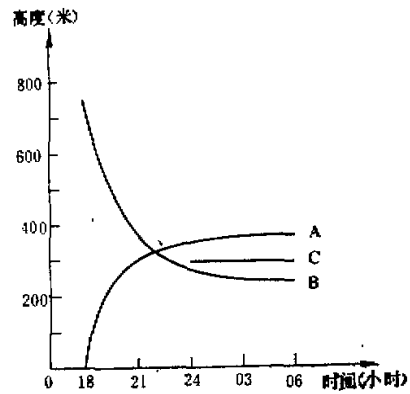


图 5 各种特征高度随时间的变化

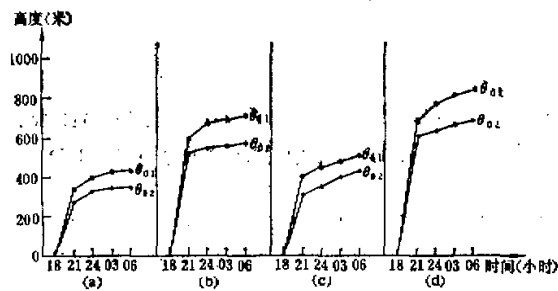


图 6

- | | | | |
|---|---|--|---|
| (a)
$u_g = 10.5$ 米/秒与
$z_0 = 0.05$ 米时的逆
温层顶高度与地面降
温率 $\theta_0(t)$ 的关系。 | (b)
$u_g = 16$ 米/秒与
$z_0 = 0.05$ 米时的
逆温层顶高度与地
面降温率 $\theta_0(t)$ 的
关系。 | (c)
$u_g = 10.5$ 米/秒与
$z_0 = 0.5$ 米时的逆
温层顶高度与地面
降温率 $\theta_0(t)$ 的关系。 | (d)
$u_g = 16$ 米/秒与
$z_0 = 0.5$ 米时的
逆温层顶高度与
地面降温率 $\theta_0(t)$
的关系。 |
|---|---|--|---|

从以上的计算结果比较可以得出以下几点结论:

- (1) 在相同的其它条件下, z_0 越大, 逆温层顶的高度越高, 反之亦然。
- (2) 在相同的其它条件下, 地转风速 u_g 越大, 逆温层顶高度也越高, 反之亦然。
- (3) 在相同的其它条件下, 地面降温率 $\theta_0(t)$ 愈强, 逆温层顶高度愈低。

另外, 我们也计算了不同的地面降温率 $\theta_0(t)$ 、地转风速 u_g 、地面粗糙度 z_0 与最大风

速高度之间的关系. 计算参数为 $u_g = 10.5$ 米/秒和 $u_g = 16$ 米/秒与 $z_0 = 0.05$ 米, 以及 $u_g = 10.5$ 米/秒和 $u_g = 16$ 米/秒与 $z_0 = 0.5$ 米. 计算结果表明:

- (1) 在相同的其它条件下, z_0 越大, 最大风速的高度越高, 反之亦然.
- (2) 在相同的其它条件下, 地转风速 u_g 越大, 最大风速高度也越高, 反之亦然.
- (3) 在相同的其它条件下, 地面降温率 $\theta_0(x)$ 愈强, 最大风速高度愈低.

致谢 本文承陶诗言先生、周明煜同志指正; 王立治、邹孝恒同志以及北京大学吴辉锭同志提出了不少宝贵意见和帮助, 谨致深切谢意.

参 考 文 献

- [1] Deardorff, J. W., Three dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Boundary Layer Met.*, (7), p. 81—106, 1974.
- [2] Kuo, H. L. and Sun W. Y., Convection in the lower atmosphere and its effects. *J. Atmos. Sci.*, (33), p. 21—40, 1976.
- [3] Deardorff, J. W., Similarity principles for numerical integrations of neutral barotropic planetary boundary layers and channel flows, *J. Atmos. Sci.*, (26), p. 763—767, 1969.
- [4] Tennekes, H., A model for the dynamics of inversion above a convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, (30), p. 558—567, 1973.
- [5] Delage, Y., A numerical study of the nocturnal atmospheric boundary layer, *Q. J. R. M. S.*, (100), p. 351—369, 1974.
- [6] Blackadar, A. K., Modeling the nocturnal boundary layer, Third Symposium on atmospheric turbulence diffusion and air quality, p. 46—49, 1976.
- [7] Haugen, D. A., Workshop on micrometeorology. p. 222, 1973.

NUMERICAL STUDIES ON THE DEVELOPMENT OF THE NOCTURNAL BOUNDARY LAYER

Li Xing-sheng Liu Lin-qin Zheng Ai-ying

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

The development and structure of the nocturnal boundary layer over homogeneous terrain is studied using a one-dimensional numerical model. The surface temperature is considered to be a function of time, while the geostrophic wind is held constant.

Using the calculated value under the condition of neutral stratification as the initial value of time integration, the development of nocturnal boundary layer is computed. Typical features of the development of the inversion and the formation of the jet during surface cooling are obtained. Finally, several parameters are calculated and analysed and compared.